

Ipari gyártósorok ütemezésének modelljei és alkalmazásaik ipari jellegű feladatokon

Doktori tézisek

Írta: **Hajba Tamás**

Témavezető: Dr. Horváth Zoltán
Széchenyi István Egyetem
Matematika és Számítástudomány Tanszék
Győr

2016

Széchenyi István Egyetem
Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése
Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

1. Motiváció

Az iparban a termékek előállítását kezdetben 1 vagy több gép, illetve ember végezte egymástól függetlenül. Ahogy az előállítandó termékek egyre több szerelési műveletet igényeltek, úgy vált ez a módszer használhatatlanná. Ezért az azonos műveleteket igénylő termékek előállítására a gyárakban megjelentek a gyártósorok.

A gyártósorok mellett lévő munkaállomásokon egy adott munkának mindig csak néhány részfeladatát végzik el. A munkák egymás után kerülnek fel a sorra. Amint egy állomáson elvégezték a megfelelő feladatot, a termék továbbhalad a gyártósoron a következő állomás elé, majd az utolsó állomás után lekerül a gyártósorról.

A gyártástervezés egy fontos feladata annak a meghatározása, hogy munkáknak egy adott halmazát milyen sorrendben rakjanak fel a gyártósorra, hogy valamilyen szempont szerint optimális ütemezést kapjanak. Lehetséges cél például az átfutási idő vagy a késésekből származó kötbér minimalizálása.

Az ütemezési feladatot sok cégnél még ma is egy mérnök végzi el a saját, korábbi tapasztalatainak a felhasználásával. A nagyobb cégek termelésirányító szoftvereket használnak a probléma megoldására. Ezek a szoftverek általában szimulációt alkalmaznak a gyártás modellezésére. Az optimális megoldás kereséséhez a szoftvereknek vannak beépített heurisztikáik (pl. genetikus algoritmus), melyek a futásuk során a szimulációt használják a függvénykiértékelésekhez.

A heurisztikus algoritmusok azonban nem adják meg az optimális megoldást, sőt még arra vonatkozóan sem adnak felvilágosítást, hogy a kapott megoldás milyen messze van az optimálistól.

Dolgozatom célja az volt, hogy egzakt eljárást találjak, amely megadja a munkák ütemezésének optimális megoldását. Az egyik ismert egzakt módszer optimalizálási problémák megoldására a feladat vegyes egészértékű lineáris programozási feladatként (MILP) való megfogalmazása, melyet egy alkalmas szoftverrel meg tudunk oldani. Kutatásaim során én is ezt a módszert követtem.

Mivel egy MILP csak modellje a valódi ütemezési feladatnak, ezért, hogy minél pontosabb

eredményt kapjunk, megpróbáltam az ipari feladatok sajátosságai közül minél több mindent beépíteni a MILP modellekbe. A disszertációmban az ipari termelés alábbi 3 tulajdonságát integráltam a modelljeimbe.

- A munkák között vannak azonosak típusúak és a különböző típusok száma a munkák számához képest kevés.
- A gyártósoron az egymást követő, azonos típusú munkákból álló blokkok hosszára logisztikai megfontolások miatt korlátok vannak.
- A munkák palettákon haladnak végig a soron és a paletták száma korlátozott. A paletták fizikai mérete miatt ráadásul a szomszédos gépek között csak korlátozott számú termék várakozhat.

2. A kutatás során alkalmazott módszerek

Kutatásaim során először áttekintettem a gyártósorok optimalizálásának matematikai modelljeit. Megállapítottam, hogy a feladatot legjobban leíró permutációs flow shop probléma (PFSP) nem tartalmazza a valós ipari feladatok minden aspektusát. Ezért figyelembe véve az ipari sajátosságokat új problémaosztályokat vezettem be.

- Az azonos típusú munkákat tartalmazó feladatokra bevezettem az ismétlődő permutációs flow shop probléma (P-PFSP) fogalmát.
- Az olyan feladatokra, melyeknél az egymást követő azonos típusú munkák számára vannak korlátozó feltételek, bevezettem a lot méretet tartalmazó ismétlődő permutációs flow shop probléma (RL-PFSP) fogalmát.
- A palettákat és véges puffert tartalmazó feladatokra bevezettem a palettákat és véges puffert tartalmazó ismétlődő permutációs flow shop probléma (PB-R-PFSP) fogalmát.

Mindegyik új problémaosztálynak megadtam több vegyes egészértékű programozási (MILP) modelljét. A modellek teszteléséhez és validálásához mindegyik új problémaosztályhoz többféle tesztkészletet generáltam. A MILP modelleket a GAMS modellező nyelvvel írtam

le, és a CPLEX 12.3 szoftverrel oldottam meg velük a tesztkészlet feladatait. A futtatás során a CPLEX alapbeállításait használtam a következők kivételével. Mivel gyakorlati feladatok során az optimális ütemezés megadására korlátozott idő áll csak rendelkezésre, ezért a CPLEX-ben a futásidő hosszát 10 percben maximalizáltam. Ezen kívül, mivel a CPLEX-ben lehetséges a párhuzamos futtatás, ezért a determinisztikus párhuzamos futtatás opciót használtam 4 thread segítségével. A futtatásokat egy Intel Xeon E31225 3.1 GHz-es 4 GB RAM-mal felszerelt számítógépen végeztem el.

A futási eredmények alapján az új MILP modelleket többféle szempont szerint is összehasonlítottam. A kis méretű tesztfeladatoknál, melyeknél a modellek segítségével megkaptuk az optimális megoldást, a modelleket összehasonlítottam a futásidők alapján, míg a nagy méretű feladatoknál a modelleket a megoldásuk során kapott célfüggvényérték, illetve alsó korlát alapján vettem össze. A modelleknek egy tesztkészleten egy adott szempont szerinti összehasonlításához használt egyik fontos mérőszám a modellek átlagos rangja volt.

3. Tézisek

1. (a) Gyártósorok működésének modellezésére az ismétlődő munkák figyelembevételével bevezettem az ismétlődő permutációs flow shop probléma (R-PFSP) fogalmát. Az R-PFSP-nek megadtam 3 új vegyes egészértékű lineáris programozási (MILP) modelljét (R-Wilson, R-TS2, R-WST). (lásd. *1. hivatkozott publikáció, 3.1. és 3.2. alfejezetek az értekezésben*)
- (b) Megmutattam, hogy az új R-TS2, R-Wilson és R-WST modellek relaxáltjainak az optimuma megegyezik. (lásd *3.4. alfejezet az értekezésben*)
- (c) Az R-Wilson, R-TS2 és R-WST modellek összehasonlításához két tesztkészletet is generáltam. A modellek teszteléséből megállapítottam, hogy az új R-Wilson, R-TS2 és R-WST modellekkel gyorsabban oldhatunk meg R-PFSP-eket, mint a szakirodalomból korábban ismert modellekkel. Kimutattam, hogy a kis méretű feladatokon a futásidő alapján az R-Wilson modell volt a legjobb, megelőzve az R-WST és R-TS2 modelleket. (lásd. *1. hivatkozott publikáció, 3.5. és 3.6.1. alfejezetek az értekezésben*)
- (d) A nagy méretű feladatoknál kimutattam, hogy a legjobb célfüggvényértékek alapján (a CPLEX alapbeállításait használva) az R-WST modell volt a legjobb, míg az R-Wilson és R-TS2 modellek között nem volt lényeges eltérés, a legjobb alsó korlátok szerint pedig az R-WST modell volt a legrosszabb, az R-Wilson és R-TS2 modellek között pedig nem volt lényeges eltérés. (lásd. *3.6.2. alfejezet az értekezésben*)
- (e) Mindhárom modell segítségével kevesebb, mint 8 perc alatt sikerült megoldani egy 57 gépet, 227 munkát, 12 típust tartalmazó ipari feladatot. (lásd. *1. hivatkozott publikáció, 3.6.3. alfejezet az értekezésben*)
- (f) Az R-PFSP MILP modelljeit összehasonlítottam a NEH, PACO és TABU keresés heurisztikákkal. Megállapítottam, hogy a kevés típust (5) tartalmazó 10 feladat esetén az R-WST modell 7 esetben adott jobb megoldást, mint a NEH, és 5 esetben adott jobb megoldást, mint a TABU keresés. Mindhárom MILP modell esetén a modellt a CPLEX-szel megoldva a feladatok közel felénél jobb alsó korlátot kaptunk, mint az irodalomból ismert *LB5* korlát. (lásd. *3. hivatkozott publikáció, 3.7. alfejezet az*

értekezésben)

2. (a) A nagy méretű feladatokon megvizsgáltam, hogy a CPLEX három opciójának (varsel, heurfreq, cuts) változtatása milyen hatással van az R-PFSP 3 új modelljének rangsorára. Kimutattam, hogy a 3 modellnek a legjobb célfüggvényértékek szerinti rangsorát a 3 opció változtatása nem befolyásolja, míg a modelleknek a legjobb alsó korlátok szerinti rangsorát a beállítások befolyásolják.
 - (b) A nagy méretű feladatokon kimutattam, hogy a legjobb célfüggvényértéket az R-WST modellnek és a varsel= 0, heurfreq= 20, cuts= 0 beállításnak a segítségével érhetjük el.
 - (c) A nagy méretű feladatokon kimutattam, hogy a legjobb alsó korlátokat az R-WST modellnek és a varsel= 2, heurfreq= 0, cuts= 0 beállításnak a segítségével érhetjük el. (lásd. 3.6.2. *alfejezet az értekezésben)*
3. (a) Az iparban az egyes munkákat sok esetben egy úgynevezett lotban szállítják a gyártósor elejére, ami a munkák sorrendjére ad speciális feltételt. A lotok modellezésére bevezettem a lot méretet tartalmazó ismétlődő permutációs flow shop probléma (RL-PFSP) fogalmát. Az RL-PFSP-nek megadtam 3 új MILP modelljét (RL-Wilson, RL-TS2, RL-WST). (lásd. 1. *hivatkozott publikáció, 4.1. és 4.2. alfejezetek az értekezésben)*
 - (b) Az RL-Wilson, RL-TS2 és RL-WST modellek összehasonlításához egy tesztkészletet generáltam. A futási eredmények alapján megállapítottam, hogy
 - i. az egyszerűbb feladatokat az RL-WST, míg a nehezebbeket az RL-Wilson modell oldotta meg a leggyorsabban;
 - ii. a lot méret növelésével a (10 percen belül) megoldható feladatok mérete növekszik;
 - iii. nagyméretű R-PFSP-k egy jó közelítő megoldását kaphatjuk a feladatot egy alkalmasan választott lot mérettel megoldva.

(lásd. 1. *hivatkozott publikáció, 4.3., 4.4. és 4.5. alfejezetek az értekezésben)*

4. (a) A gyártósoron az egyes munkákat sok helyen paletták szállítják, melyeknek a száma korlátozott. Az ebből adódó fizikai feltételeket figyelembe véve bevezettem a palettát és véges puffert tartalmazó ismétlődő permutációs flow shop probléma (PB-R-PFSP) fogalmát. Az R-PFSP modelljeinek általánosításával a PB-R-PFSP-nek felírtam 3 MILP modelljét (PB-R-Wilson, PB-R-TS2, PB-R-WST). (lásd. *2. hivatkozott publikáció, 5.1., 5.2. alfejezetek az értekezésben*)
- (b) Egy helyettesítési technika segítségével a PB-R-TS2 modellből előállítottam egy negyedik modellt, a PB-R-TS3 modellt. Megállapítottam, hogy a 4 modell közül a PB-R-TS3 modell tartalmazza a legkevesebb bináris változót, folytonos változót, illetve egyenlőtlenséget. (lásd. *5.2.4., 5.2.5. alfejezetek az értekezésben*)
- (c) Tesztfeladatokat generáltam a PB-R-PFSP-hez. A kis méretű feladatokat tartalmazó tesztkészleten való futtatások során megállapítottam, hogy
- i. a paletták számának növelése az optimum értékére nincs nagy hatással, viszont a modellek futásidejét kis mértékben csökkenti;
 - ii. a pufferek számának növelése jelentősen csökkenti a modellek futásidejét;
 - iii. a 0 puffert tartalmazó feladatok a megoldhatóság szempontjából sokkal nehezebbek az 1, illetve 2 puffert tartalmazó feladatoknál;
 - iv. a futásidők alapján a 4 modell sorrendje PB-R-TS2, PB-R-TS3, PB-R-Wilson, PB-R-WST volt;
 - v. a legjobb célfüggvényértékek alapján a modellek sorrendje PB-R-Wilson, PB-R-TS2, PB-R-TS3, PB-R-WST volt;
 - vi. az alsó korlátok alapján PB-R-Wilson, PB-R-TS3, PB-R-TS2, PB-R-WST volt a modellek sorrendje (lásd. *2. hivatkozott publikáció, 5.4.1. alfejezet az értekezésben*)
- (d) A nagy méretű feladatokat tartalmazó tesztkészleten való futtásokból megállapítottam, hogy
- i. a relaxált feladatot a PB-R-WST modell oldja meg a leglassabban;
 - ii. a legjobb célfüggvényértékek alapján a PB-R-TS3 modell volt a legjobb, a

második a PB-R-TS2 és PB-R-Wilson modell volt, míg a legrosszabb a PB-R-WST modell volt;

iii. az alsó korlátok alapján a PB-R-WST modell volt a legrosszabb, míg a másik három modell nagyjából egyformán teljesített. (lásd. 5.4.2. *alfejezet az értekezésben*)

(e) Ipari jellegű tesztkészletet generáltam a 4 modell összehasonlításához. Az eredmények alapján megállapítottam, hogy a PB-R-TS3 modellel jóval hatékonyabban oldhatók meg ipari-jellegű PB-R-PFSP-k, mint a PB-R-TS2, PB-R-Wilson, PB-R-WST modellekkel. (lásd. 5.4.3. *alfejezet az értekezésben*)

4. Összegzés és kitekintés

Gyártósorok optimális ütemezésének a klasszikus matematikai modellje a permutációs flow shop feladat. A téma feldolgozása során áttekintettem a PFSP különféle heurisztikus, illetve egzakt megoldó módszereit. A céloom olyan eljárás megadása volt, mellyel meghatározhatjuk ipari feladatok egzakt optimumát. Az általam választott módszer a probléma vegyes egészértékű lineáris programozási feladatként (MILP) való megfogalmazásán alapul. A kapott MILP modelleket egy erre alkalmas szoftver segítségével megoldva előállíthatjuk az optimális ütemezést.

Az ütemezési probléma modellezése során három jellegzetes ipari sajátosságot építettem be a modelljeimbe. Az egyik ilyen tulajdonság, hogy az ütemezendő munkák nem mind különbözőek. Ezt figyelembe véve bevezettem az ismétlődéses permutációs flow shop probléma (R-PFSP) fogalmát. Egy másik, a valós élethől származó feltétel, hogy az egymást követő azonos típusú munkákból álló blokkok méretére, például logisztikai megfontolások miatt, különféle előírások lehetnek. Ezen feltételt figyelembe véve bevezettem a lot méretet tartalmazó ismétlődő permutációs flow shop probléma (RL-PFSP) fogalmát. Végezetül modelleztem azt is, hogy a gyártósoron a munkák szállítása történhet palettákon. Így jutottam el a palettákat és véges puffert tartalmazó R-PFSP-hez (PB-R-PFSP).

Mindegyik új feladatosztálynak többféle MILP modelljét is megadtam. Az új MILP modelleket az általam generált tesztkészleten hasonlítottam össze.

A számítógépek, illetve a szoftverek fejlődésével az várható, hogy MILP modellek segítségével egyre nagyobb méretű feladatokat oldhatunk meg. A kutatásaim is azt bizonyítják, hogy a modellezés során figyelembe véve az ipari termelés sajátosságait, a felírt MILP modellek akár ipari feladatok megoldására is alkalmasak.

A módszer továbbfejlesztéseként a későbbiekben további feltételekkel szeretném bővíteni a MILP modelleket, hogy azok a valós ipari feladatok minél pontosabb modelljét adják. A modellek által kapott eredmény pontosságát az iparban használt termelésirányítási szoftverek segítségével szeretném megvizsgálni. A továbblépés egy másik lehetőségeként megvizsgálnám, hogy más típusú ütemezési feladatoknál (például a job shop feladatoknál) az ipari sajátosságokat figyelembe véve javíthatók-e az irodalomból jól ismert modellek.

5. Publikációk jegyzéke

5.1. A doktori értekezésben hivatkozott publikációk

1. **T. Hajba**, Z. Horváth, *New Effective MILP Models for PFSPs arising from Real Applications*, Central European Journal of Operations Research, Vol. **21**. No. 4, pp. 729 – 744, 2013. (imp. f.: 0,787) (0 független hivatkozás)
2. **T. Hajba**, Z. Horváth *MILP models for the optimization of real production lines*, Central European Journal of Operations Research, Vol. **23**. No. 4, pp. 899 – 912, 2015.(imp. f.: 0,832) (0 független hivatkozás)
3. **T. Hajba**, Z. Horváth, C. Kiss-Tóth, J. Jósvai *Production Line Optimization with Model Based Methods*, Proceedings of the KoMSO Challenge Workshop: Math for the Digital Factory (2014) Ed. L. Ghezzi, D. Hömberg, Ch. Landry. Springer, 2016. (to appear) (0 független hivatkozás)

5.2. A doktori értekezésben nem hivatkozott publikációk

1. M. Szíjártó, G. Kallós, **T. Hajba** ., *Safe Ways in Models for Safety-Critical Systems*, Proceedings of IEEE INES in Cluj-Napoca (2004) pp. 575-578 (0 független hivatkozás)
2. Z. Horváth, P. Pusztai, **T. Hajba**, C. Kiss-Tóth., *Mathematical methods and parallel codes for production line optimization*, Proceedings of Factory Automation Conference in Győr (2011) (0 független hivatkozás)
3. **T. Hajba**, *Optimization methods modeled by second order differential equations*, Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis Sectio Computatorica, Vol. **26**. pp. 145 – 158, 2006. (0 független hivatkozás)
4. **T. Hajba**, *A másodrendű differenciálegyenlettel modellezett optimalizálók megengedett paramétereinek elemzése*, Alkalmazott Matematikai Lapok, Vol. **25**. pp. 61 – 79, 2008. (0 független hivatkozás)

5. **T. Hajba**, M. Kovács *Solution of the convex programming problem via second order differential equation system*, Miskolc Math Notes, Vol. **13**. No. 1, pp. 23 – 37, 2012. (1 független hivatkozás)
6. **T. Hajba**, *Optimizing second-order differential equation systems*, Electronic Journal of Differential Equations, Vol. **2011**. No. 44 pp. 1 – 16, 2011. (2 független hivatkozás)
7. P. Pusztai, **T. Hajba**, *Empirical study of the greedy heuristic as applied to the link selection problem*, Acta Univ. Sapientiae, Informatica, Vol. **7**. No. 1, pp. 107 – 120, 2015. (0 független hivatkozás)