

PÁRHUZAMOSÍTOTT  
VÉGESELEM-MÓDSZEREK A CSATOLT  
ELEKTRODINAMIKAI PROBLÉMÁK  
MEGOLDÁSÁBAN

Írta:

MARCSA DÁNIEL  
Okleveles mechatronikai mérnök

Konzulens:

PROF. DR. KUCZMANN MIKLÓS, D.Sc.  
Egyetemi tanár  
Széchenyi István Egyetem, Automatizálási Tanszék



PH.D. DOKTORI TÉZISEK

Széchenyi István Egyetem  
Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése  
Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

Győr  
2018

## 1. A kutatás előzménye és a célkitűzések

A járműipar egyre nagyobb hangsúlyt fektet a hibrid és a tisztán elektromos hajtású járművek fejlesztésére. Az ilyen típusú járműveknél két kiemelt kutatási terület van, a meghajtásban alkalmazott beavatkozó és a hozzá kapcsolódó irányítás tervezése. A minél jobb hatékonysággal működő hajtásrendszerhez elengedhetetlen a két rész együttes tervezése. Az irányításelméletben a beavatkozó modellje jellemzően valamilyen analitikus úton vagy mérési adatok felhasználásával, identifikáció útján kapott modell [1–5]. Azonban a járműhajtásban használt beavatkozók, vagyis villamos gépek esetében a megfelelő modellhez sok prototípus vagy elosztott paraméterű modell szükséges, mert ez egy viszonylag új terület, ahol adott esetben nagyon speciális gépekre van szükség és az analitikus modell elkészítése rendkívül bonyolult.

Disszertációm középpontjában az automatizált rendszerekben alkalmazott beavatkozók modelljének pontosítása és a szabályozóval történő összekapcsolása áll. A komponensek egymásra hatása a számítógépes szimulációk és modellezések esetében szinte kivétel nélkül hiányzik vagy hiányos, ha megfigyelőként [6–8], állapotbecslőként [9] vagy két- és háromdimenziós keresési táblázatokként [10–13] alkalmazzák a modellt. Dolgozatomban az automatizálási rendszerek fejlesztési idejének és költségének csökkentését elősegítő számítógépes eljárással foglalkozom, ahol a még nem ismert beavatkozót minél pontosabb, tisztán matematikai modellel veszem figyelembe, úgy, hogy alkalmas legyen a szabályozóval való összekapcsolásra is.

A mérnöki gyakorlatban, a valóságot legpontosabban leíró matematikai modellt a parciális differenciálegyenletek numerikus módszerrel történő megoldásával lehet kapni [14–22]. A számos numerikus technika közül a dolgozatban a végeselem-módszert alkalmazom [15, 18–22].

Egy eszköz fejlesztésénél nem csak a modell pontossága fontos, hanem a szimulációkra fordított idő is, amihez az egyik kézenfekvő módszer a párhuzamosítás. A számos párhuzamosítási technika közül a dolgozatban a tartomány dekompozíciós módszert használom [23–30], azon belül is a Schur—komplement-módszert [23, 26–28, 31, 32] és a FETI-módszert (*Finite Element Tearing and Interconnecting*) [24–28, 33–35].

A végeselem-módszettel kapott modell önmagában nem elegendő a villamos beavatkozók pontos modellezéséhez, mert a villamos beavatkozók feszültségkényszerrel működnek [36]. A feszültségegyenlet csatolása a dolgozatban az úgynevezett erős (direkt vagy monolitikus) csatolással [18, 37–43] történik. A feszültségkényszer mellett fontos a hajtás dinamikus tulajdonságainak vizsgálata, amihez a mozgó rész mechanikai egyenleteinek figyelembevétele szükséges. A dolgozatban két általam implementált módszerrel, a csúszófelület (*sliding surface*) módszerrel [44–47] és a mozgó sáv (*moving-band*) módszerrel [46–53] foglalkozom részletesen.

## 2. Az alkalmazott módszerek és eredményeik

A dolgozatomban a feszültségkényszert közvetlen, vagyis erős csatolással vettem figyelembe, amikor a feszültségegyenlet belekerül a megoldandó egyenletrendszerbe, a feszültség lesz a gerjesztő mennyiség, és az ismeretlen potenciálok mellett az egyes tekercsek árama is, mint ismeretlen szerepel. Ez a technika robusztusabb, mint a gyenge csatolás, és a tekercs egyenletében szereplő induktivitás értékeket pontosabban figyelembe veszi, mert a végeelem-módszerből közvetlenül számítja. A mozgó rész elmozdulását leíró mechanikai egyenletnél a két legelterjedtebb technikát, a csúszófelület és a „légrés határfelület”-módszerek közül az egyréteges mozgó sáv módszert implementáltam. A csúszófelület módszernél a folytonosság megteremtéséhez az elsőfokú interpolációt alkalmaztam. A mozgó sáv módszerhez kidolgoztam egy kis számításigényű eljárást, ami megfelelően figyelembe veszi az alkalmazott háromszögelemek torzulását és nagyon könnyen implementálható. Itt megvizsgáltam egy nemzetközileg kiírt tesztfeladaton keresztül a módszerek pontosságát a nyomatékszámításban, amihez a Maxwell-féle feszültségtenzor módszert (MST) és az Arkkio-módszert (AM) alkalmaztam. A tesztfeladat ismert analitikus megoldásának és a számított eredményeknek az összehasonlítását az 1. ábra mutatja, ahol az MB és az SS rövidítések az általam kidolgozott egyréteges mozgó sáv módszert és a csúszó felület módszert, az MST és AM pedig a nyomatékszámítási technikát jelöli. Ezen eredmények alapján a mozgás figyelembevételére alkalmas technikákhoz nyomatékszámítási módot javasoltam, vagyis a mozgósáv módszernél az Arkkio-módszerrel, a csúszófelület módszernél a Maxwell-féle feszültségtenzor módszerrel érhető el a pontosabb eredmény.. Az egyréteges mozgó sávhoz kidolgozott módszerem gyakorlatban történő alkalmazhatóságát egy aszinkron motor szimulációján keresztül igazoltam. A 2. ábra a kidolgozott módszer és a csúszó felület módszerrel kapott eredmény összevetését mutatja. Az eredményekből jól látható, hogy a kidolgozott módszer alkalmas a mechanikai tranziens figyelembevételére, mert a széles körben alkalmazott csúszó felület módszerrel kapott eredménnyel gyakorlatilag megegyezik.

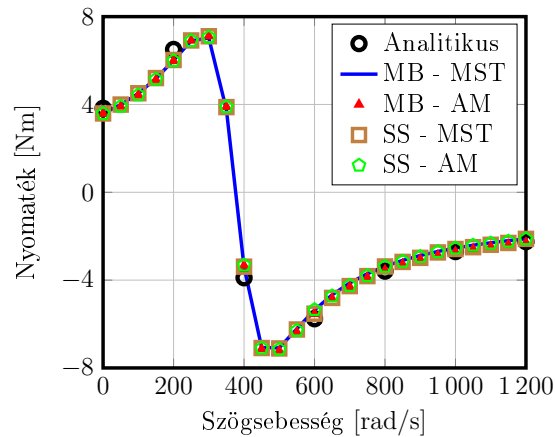
A tartomány dekompozíció széles körben alkalmazott a mechanikában és az áramlás-tanban, de az elektromágneses térszámításban csak ritkán lehet vele találkozni. Ezért fontosnak tartottam a két megvalósított módszer behatóbb analízisét strukturálatlan felbontással rendelkező, az elektromágneses térszámításban előforduló elektrosztatikus, sztatikus mágneses és örvényáramú problémákra, direkt és iteratív megoldó algoritmus-sal egyaránt. A FETI-módszernél, egy a szakirodalomban prekondicionálónak használt módszert javasoltam mint direkt megoldó eljárás, és én alkalmaztam ezt a módszert elsőként az elektromágneses térszámításban megoldó eljárás-ként. A feszültségegyenlet-tel csatolt feladat tartomány dekompozíciós párhuzamosításához a következő megoldási

módszert javasoltam,

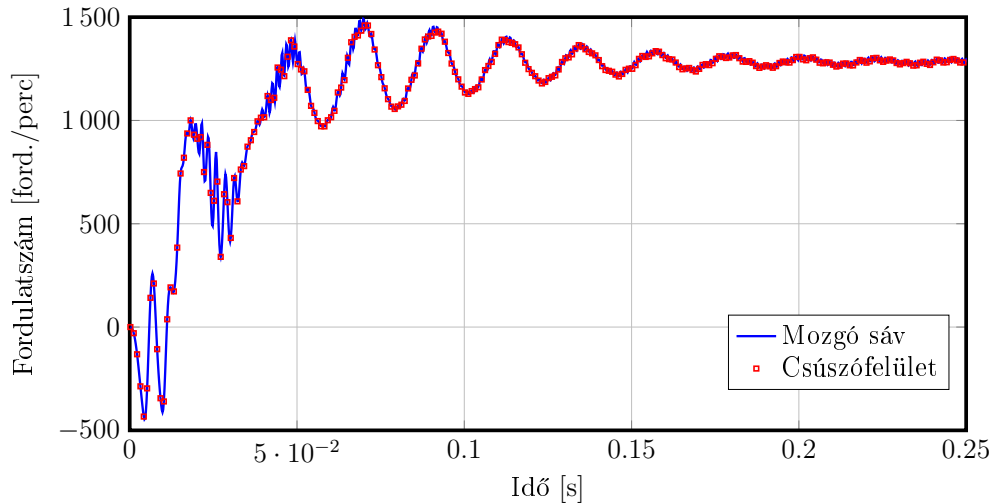
$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\Omega_1} + \frac{\mathbf{N}_{\Omega_1}}{\Delta t} & \mathbf{0} & -\mathbf{P}_{\Omega_1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_{\Omega_1}}{\Delta t} & \frac{\mathbf{Q}_{\Gamma_{\text{tek}}}}{\Delta t} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\Omega_1}(t) \\ \mathbf{A}_{\Gamma_{\text{tek}}}(t) \\ \mathbf{I}(t) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{N}_{\Omega_1}}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_{\Gamma_{\text{tek}}}}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_{\Omega_1}}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\Omega_1}(t - \Delta t) \\ \mathbf{A}_{\Gamma_{\text{tek}}}(t - \Delta t) \\ \mathbf{I}(t - \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{U}(t) \end{bmatrix}, \tag{1}
 \end{aligned}$$

ami a feszültségegyenletnél helyes eredményre vezet, ha a tekercs tartományát több részre bontjuk. A kapott eredmények alapján igazoltam az (1) egyenlet alkalmazhatóságát, és a direkt megoldási módszernek javasolt eljárás nem csak a csatolástól mentes, hanem a csatolt feladatoknál is alkalmazható, ahogy a 3. ábra mutatja. A mechanikai mozgással csatolt párhuzamosított feladat diszkrétizált tartományához felbontási módszert javasoltam, aminél nem lesz jelentős további számítási igény a mozgó rész elmozdulása következtében. A javasolt módszer működését és alkalmazhatóságát egy aszinkron motor példáján keresztül demonstráltam, amelynek gyorsítási eredményei a 4. ábrán láthatóak. A párhuzamosítással kapott eredmények alapján tartomány dekompozíciós megoldó eljárást, a Schur-komplement módszerét javasoltam a feszültségegyenlettel csatolt és FETI-módszert a mechanikai egyenlettel csatolt feladatok megoldására.

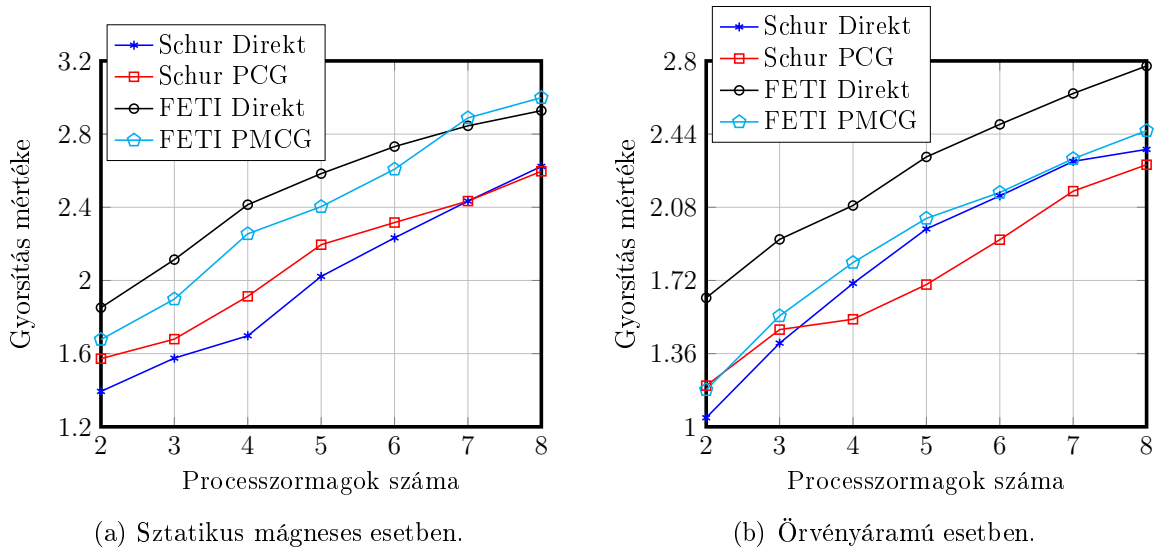
Végül, a már megvalósított csatolt és párhuzamosított numerikus modell szabályozásba illesztésével foglalkoztam. A Matlab / Simulink programcsomagban valósítottam meg a szabályozási kör és a numerikus modell összekapcsolását. Itt két problémát vizs-



1. ábra. A tesztfeladatnál kapott nyomaték - szögsebesség karakterisztika.

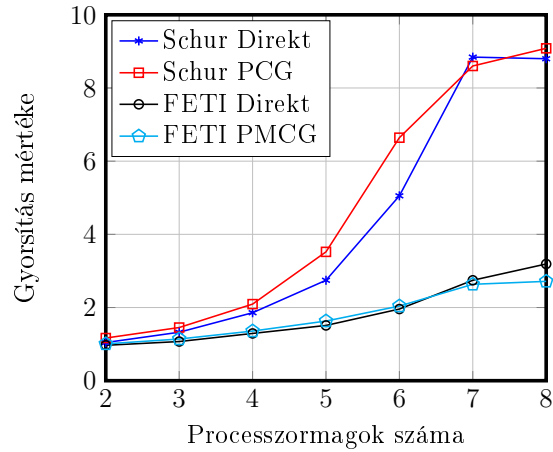


2. ábra. Az aszinkron motor fordulatszáma az idő függvényében közvetlen indításnál.

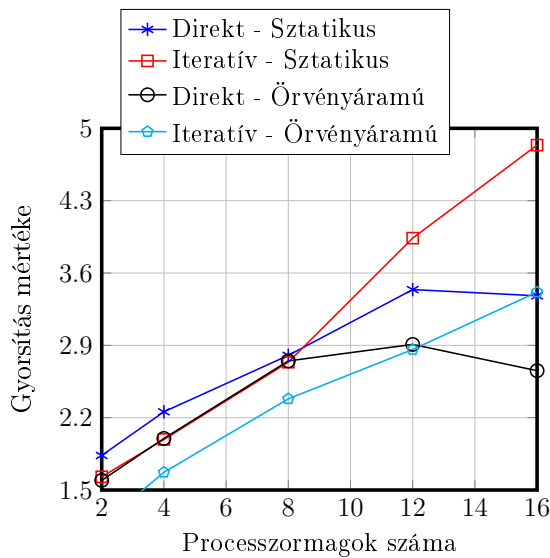


3. ábra. A feszültségegyenlettel csatolt feladatnál elért gyorsítás.

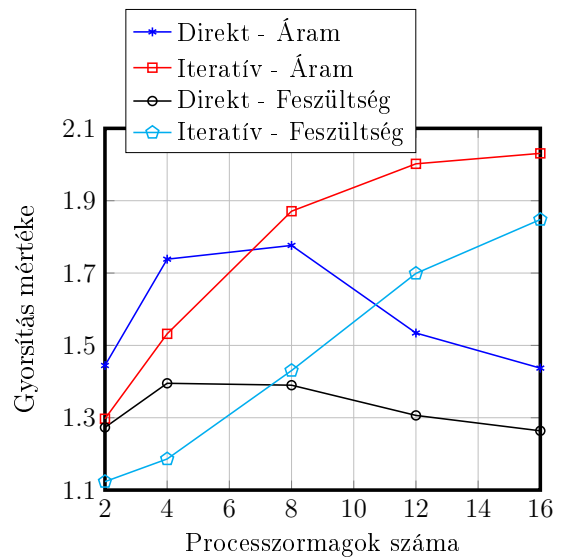
gáltam, a feszültségegyenlettel csatolt és a feszültség- és mechanikai egyenlettel csatolt numerikus modell szabályozásba illesztését. Az első esetben egy proporcionális–integrál szabályozást, a másodikonál egy pozíciósabályozást valósítottam meg. Mindkét esetben vizsgáltam a modell pontosságának hatását a szabályozó kimenetére, és az eredmények azt mutatják, hogy nagy jelentősége van a szabályozó tervezésnél, és a kimeneti eredményeknél a hatások idealizálásának vagy elhanyagolásának. Ezt követően, az előző eredményekre támaszkodva megvizsgáltam, mekkora gyorsítás érhető el a szabályozási kör futási idejénél, ha szabályozott szakasznak a tartomány dekompozícióval párhuzamosított modellt alkalmazom. A megoldott problémákkal igazoltam, hogy a tartomány dekompozícióval csökkenthető a számítás ideje, és megfelelő kimenettel és bemenettel rendelkező modell könnyen összekapcsolható tetszőleges szabályozási rendszerrel, ami



4. ábra. A feszültség- és mechanikai egyenlettel csatolt problémánál elért gyorsítás.



(a) Feszültségegyenlettel csatolt feladat.



(b) Mechanikai egyenlettel is csatolt feladat.

5. ábra. A szabályozási körbe illesztett numerikus modellnél elért gyorsítás.

magában foglalja a meghajtó elektronikát. Az így elért gyorsítást mutatja az 5. ábra, ahol az 5(a). ábrán a FETI-módszerrel, az 5(b). ábrán a Schur-komplemens módszerrel kapott eredmények láthatóak. Mindkettő esetben kisebb altartomány szám esetében, feszültséggel gerjesztett esetben  $N_S \leq 6$  és feszültség- és mechanikai egyenlettel csatolt feladatnál pedig  $N_S \leq 8$  altartomány esetében a direkt megoldó algoritmusok bizonyultak hatékonyabbnak. Nagyobb altartomány számnál mindkettő tartomány dekompozíciós eljárásnál az iteratív megoldóval értem el nagyobb gyorsítást.

### 3. Az új tudományos eredmények összefoglalása

#### 1. tézis

*Realizáltam egy olyan végeelem-módszeren alapuló csatolt elektrodinamikai modellt, aminek a bemenete alkalmas tetszőleges elektronikával történő összekapcsolásra, és amely-nél kimenetként már rendelkezésre állnak a mechanikai mozgás jellemzői ( $M_{em}, \Theta, \omega$ ). A mechanikai mozgás figyelembevételére implementált technikákhoz jól alkalmazható nyomatékszámítási módszerre is javaslatot tettem. Az egyréteges mozgó sáv módszerhez kidolgoztam egy új eljárást, ami a szakirodalomból ismert megvalósításoknál kisebb számítási igénnyel jár, és a sávban lévő elemek torzulását is figyelembe veszi. A kidolgozott módszer kétdimenziós szimulációkban történő alkalmazhatóságát egy nemzetközi tesztfeladaton és egy kalickás forgórészű aszinkron motor modelljén keresztül igazoltam.*

- (a) Realizáltam egy Matlab-szkript és C-programozási nyelven írt, a végeelem-módszert alkalmazó függvénykönyvtárat olyan módon, hogy a feszültségegyenlet közvetlen csatolásával és a mechanikai egyenlet figyelembevételével együtt alkalmas a tartomány dekompozíción alapuló párhuzamosításra. Az elkészült függvénykönyvtár működését három példán keresztül igazoltam. A vasmagos szolenoid numerikus szimulációjával kapott eredményekkel demonstráltam a modell pontosságának jelentőségét.
- (b) A mozgás figyelembevételére használt egyréteges mozgó sáv módszerhez kidolgoztam egy, a szakirodalomból ismert variánsoknál kisebb számítási igénnyel járó módszert kétdimenziós szimulációkhoz. A módszer figyelembe veszi az elemek mozgása során bekövetkező deformációját, és elegendő csak egy elem torzulását vizsgálni, miáltal csökken a műveletigény.
- (c) Egy nemzetközileg kiírt tesztfeladaton keresztül igazoltam, hogy az általam kidolgozott módszer alkalmas a forgórész mozgásának figyelembevételére. A mechanikai egyenlet csatolását egy aszinkron motor kétdimenziós modelljén keresztül demonstráltam. A szimulációval kapott eredmények jól mutatják, hogy az általam kidolgozott módszer alkalmas a mechanikai tranziensek vizsgálatára is. A kidolgozott módszerrel, valamint a csúszófelület módszerrel kapott eredmények jó egyezést mutatnak, és összecsengenek a szakirodalomban fellelhető eredményekkel is.
- (d) Megvizsgáltam a mechanikai mozgást megvalósító technikáknál a Maxwell-féle feszültségtenzor módszer és az Arkkio-módszer pontosságát. A kapott eredmények alapján javaslatot tettem az egyes módszerekhez hatékonyan alkalmazható és könnyen illeszthető nyomatékszámítási eljárásra, vagyis a mozgó sáv módszernél az Arkkio-módszerrel, a csúszófelület módszernél a Maxwell-féle feszültségtenzor módszerrel érhető el a pontosabb eredmény.

Az 1. tézis a következő munkáimon alapul: [58–68].

## 2. tézis

*A szimuláció gyorsításának érdekében realizáltam a Schur—komplemens-módszert és a FETI-módszert. Megvizsgáltam a két módszer alkalmazhatóságát strukturálatlan felbontással rendelkező alacsony frekvenciás elektrodinamikai problémák megoldásának előállítására és elemzése során. A módszereknél vizsgáltam a direkt és az iteratív megoldó algoritmusok hatékonyságát az altartományok és az alkalmazott processzormagok számának függvényében. A témához kapcsolódó szakirodalom alapján én javasoltam és alkalmaztam először az eredetileg a FETI-módszer iteratív algoritmusához prekondicionálónak használt eljárást az elektromágneses térszámításban direkt megoldó rutinként. Megvizsgáltam a realizált tartomány dekompozíciós módszerek alkalmazhatóságát csatolt numerikus feladatokra és javaslatot tettem a vizsgált tartomány felbontására, a minél hatékonyabb párhuzamosítás érdekében.*

- (a) Megvizsgáltam a Schur—komplemens-módszert és a FETI-módszert egyaránt direkt és iteratív megoldó algoritmusokkal elektrosztatikus, sztatikus mágneses és örvényáramú feladatokra, fókuszálva arra, hogy melyik tartomány dekompozíciós módszer alkalmasabb az elektromágneses térszámításban felmerülő, két dimenzióban vizsgálható problémák megoldására. A kapott eredmények alapján a FETI-módszer bizonyult a csatolástól mentes feladatok esetében a hatékonyabb megoldó technikának. Csatolt szimulációk esetében, a feszültségegyenlettel csatolt feladatnál a FETI-módszer, a mechanikai mozgást tartalmazó feladat esetében a Schur—komplemens-módszer bizonyult hatékonyabbnak a kapott eredmények alapján.
- (b) Demonstráltam a dolgozatban megvizsgált példákon keresztül, hogy a FETI-módszernél az iteratív megoldó algoritmusához prekondicionálónak javasolt módszer alkalmas technika a redukált feladat megoldásához, és képes kezelni a lebegő altartományt. A vizsgált időben állandó kis méretű elektrodinamikai feladatoknál, melyeknél nincs lebegő altartomány a leghatékonyabb megoldó eljárásnak bizonyult az alkalmazott algoritmusok között. A javasolt módszer a csatolt feladatoknál is alkalmazható megoldó eljárásnak bizonyult a kapott eredmények alapján.
- (c) Megvalósítottam a feszültségegyenlettel és a mechanikai tranziens egyenlettel csatolt numerikus modell tartomány dekompozícióval történő párhuzamosítását, amellyel a szimuláció számítási idejét lecsökkentettem. A feszültségegyenlettel csatolt feladatnál olyan tartományfelbontási módszert javasoltam, melynél a feszültségegyenlet a felbontást követően is helyes eredményre vezet, és a gyorsítás hatékonysága se csökken jelentősen. A mechanikai mozgást tartalmazó párhuzamosított feladatnál javaslatot tettem a mozgás gazdaságos figyelembevételére és a vizsgált



tartomány megfelelő felbontására. Csatolt feladatok párhuzamosításából kapott eredményeken keresztül bemutattam az általam javasolt módszerek alkalmazhatóságát.

A 2. tézis a következő publikációimra épül: [69–79].

### 3. tézis

*A feszültségegyenlettel, illetve a feszültség- és mechanikai egyenlettel csatolt végeselem-módszeren alapuló numerikus modellt, mint szakaszt a szabályozási körbe illesztettem. A szakasz megnövekedett számítási idejét a tartomány dekompozícióval történő párhuzamosítással csökkentettem. A szimulációval kapott eredmények összevetésével igazoltam, hogy az erre alkalmassá tett végeselem-módszeren alapuló modell megfelelően alkalmazható szakaszként az irányítási kör tervezése során. A két vizsgált feladaton keresztül demonstráltam, hogy a figyelembe vett hatások és a modell pontossága befolyással bír a szabályozó tervezésénél. A tartomány dekompozícióval párhuzamosított modellel összeálló szabályozási kör vizsgálatával igazoltam, hogy a tartomány dekompozíciós módszerek eredményesen alkalmazhatóak a szabályozásba illesztett modellnél a futási idő csökkentésére.*

- (a) Megvalósítottam a végeselem-módszeren alapuló csatolt numerikus modell irányítási körbe illesztését `Matlab / Simulink` szimulációs környezetben. Igazoltam, hogy a numerikus modell hatékonyan alkalmazható a szabályozási körben, mint szabályozott szakasz, amely alkalmas lehet a koncentrált paraméterű modell kiváltására. Ezzel jelentős költség és idő takarítható meg a szabályozó tervezés során, amellett, hogy a valóságot nagy pontossággal leírni képes modellt alkalmazok a szabályozó tervezésekor.
- (b) A dolgozatban vizsgált példákon keresztül bemutattam, hogy a modell pontossága nagy befolyással bír a szabályozó tervezésénél és jelentős eltérést is eredményezhet a kimeneti változóban. Ennek következtében a valós rendszer irányításánál a tervezett szabályozó nem biztos, hogy teljesíti a szabályozási körrel szemben támasztott minőségi paramétereket.
- (c) A numerikus modell alkalmazása révén a szabályozott szakasz szabadsági fokainak száma nagyságrendekkel megnőtt, ami miatt a szimuláció futási ideje is hosszabb lett. A megnövekedett számítási időt az elektrodinamikai modell tartomány dekompozíciós párhuzamosításával hatékonyan csökkentettem, ezzel mérsékelve a csatolt, végeselem-módszeren alapuló modell szabályozási körbe illesztésénél jelentkező legnagyobb hátrányt, és igazoltam, hogy a tartomány dekompozíciós módszerek alkalmasak a futási idő csökkentésére.

A 3. tézis a következő műveimen alapul: [80–84].

## 4. Konklúzió, jövőbeli tervek

A disszertációm fő témája a csatolt végeelem-módszerrel felépített modell szabályozási körbe illesztése, valamint a megnövekedett számítási idő redukálása párhuzamosítással. A csatolt térszimulációs modellben a gerjesztés feszültségegyenletét erős csatolással vettem figyelembe, a mozgó rész mechanikai egyenletét pedig a szakirodalomból jól ismert csúszófelület és a magam által kidolgozott egyréteges mozgó sáv módszerrel. A feszültség és mozgási egyenlet csatolásával a kapott elektrodinamikai modellt pontosabbá tettem, és így már van lehetőség a tekercselésben és a mozgó résznél fellépő átmeneti jelenségek vizsgálatára. A kapott eredmények alapján a mozgás figyelembevételére alkalmazott technikákhoz nyomatékszámítási módot javasoltam. A végeelem-módszerrel felépített modell szabadsági fokainak száma miatt megnőtt a szimuláció futási ideje. A számítási idő csökkentésére a párhuzamosítás egy kézenfekvő megoldás, amihez a munkám során a gépészeti szimulációban elterjedten alkalmazott tartomány dekompozíciót alkalmaztam. A tartomány dekompozíciós módszerek közül a Schur–komplement-módszert és a FETI-módszert valósítottam meg. Megvizsgáltam a két módszert direkt és iteratív megoldó eljárással egyaránt különféle elektrodinamikai probléma megoldásának előállítása során. A FETI-módszernél elsőként javasoltam megoldónak az alkalmazott direkt megoldási eljárást, amely hatékonyan kezeli a kis duális egyenletrendszerrel rendelkező, időben állandó elektrodinamikai problémákat. Kidolgoztam egy megoldási eljárást a feszültségegyenlettel csatolt modellek párhuzamosításánál, melynek köszönhetően a megoldás helyes eredményre vezet. A feszültség- és mechanikai egyenlettel csatolt elektromechanikai problémákhoz felbontási módot javasoltam. Az elkészített csatolástól mentes és csatolt szekvenciális és párhuzamosan futtatható modelleket szabályozási körbe illesztettem, amivel demonstráltam a végeelem-módszerrel felépített modell alkalmazhatóságát, mint szabályozott szakasz, és igazoltam a modell pontosságának a jelentőségét a szabályozási körben.

A vizsgált és kidolgozott eljárások működésének helyességét és a gyakorlatban történő alkalmazhatóságát különféle problémák megoldásával demonstráltam. A megoldott feladatok mindegyike nemzetközi irodalomból vagy szoftver (ONELAB [54], Agros2D [55]) mintapéldái közül származik, így a saját eredményeim validálhatóak voltak a feladatoknál közölt eredményekkel.

A doktori értekezésben vizsgált problémák és módszerek nagyon sok további kérdést és kutatási lehetőséget vetnek fel. A csatolt feladatoknál a feszültségkényszer figyelembevételére az erős csatolást alkalmaztam, de célszerűnek tartom megvizsgálni, és összehasonlítani a gyenge csatolást is, aminek köszönhetően rugalmasabban módosítható a feszültségegyenlet. A mechanikai mozgásnál bemutatott módszerek háromdimenziós problémákon való vizsgálata és fejlesztése, amiknél még napjainkban is komoly számítási igénnyel jár a mozgás figyelembevétele. A megvalósított tartomány dekompozíciós mód-

szereket szintén szeretném kiterjeszteni háromdimenziós feladatokra, ahol már nem csak a megoldás gyorsítása, hanem a túl nagy feladat kezelhetősége is problémaként merül fel. A dolgozatban a klasszikus FETI-módszert alkalmaztam, de a jövőben helyette a FETI-DP-módszert [56, 57] szeretném alkalmazni, amely módszer ötvözi a FETI- és a Schur–komplemens-módszer előnyeit, ezzel reményeim szerint egy a Schur-komplemens-módszernél hatékonyabb megoldót kapok a mechanikai mozgást is tartalmazó feladatokhoz. A szabályozási körnél pedig célom létrehozni egy olyan SIL (*Software In The Loop*) szimulációs környezetet, a megfelelő interfészekkel, ahol egyszerűen összekapcsolható a teljesítményelektronika, a szabályozási algoritmus és az elektromechanikai energiaátalakító numerikus modellje, valamint ezek könnyen és gyorsan cserélhetőek.

## Hivatkozások

- [1] Åström K. J. and Murray R. M. *Feedback Systems - An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press, Princeton, 2008.
- [2] Lantos B. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I. - Egyváltozós szabályozások*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2009.
- [3] Franklin G. F., Powell J. D., and Emami-Naeini A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1994.
- [4] Keviczky L., Bars R., Hetthéssy J., Barta A., and Bányász Cs. *Szabályozástechnika*. Universitas-Győr Nonprofit Kft., Győr, 2008.
- [5] Bokor J. and Gáspár P. *Irányítástechnika járműdinamikai alkalmazásokkal*. Typotex, Budapest, 2008.
- [6] Li K., Feng X., ZHANG J., Zheng J., and Huang D. A new design of flux observer based on finite element method. In *Proceedings of International Conference on Electrical Machines and Systems, 2009. ICEMS 2009*, pages 1 – 5, Nov 2009.
- [7] Hachicha M. R., Ghariani M., and Neji R. Induction machine finite element model for field-oriented control in electric vehicle power train. In *International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM), 2014*, pages 1 – 11, Nov 2014.
- [8] Lee J. H., Kim S. Y., and Kim Y. H. On-line observer design for sensorless vector control of LIM servo system. In *9th IET International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2014)*, pages 1–2, March 2014.
- [9] Rauh A., Senkel L., and Aschemann H. Finite volume and finite element models for real-time control and state estimation of two-dimensional heat transfer processes. In *19th International Conference On Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014*, pages 600 – 605, Sept 2014.
- [10] Bernat J. and Stepien S. Application of optimal current driver for the torque control of BLDC motor. *Archives of Electrical Engineering*, 60(2):149 – 158, 2011.
- [11] Tahmasebi R., Alizadeh H. V., Rahimi S., and Boulet B. Robust  $H_\infty$  force control of a solenoid actuator using experimental data and finite element method. In *2014 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, pages 1172 – 1177, október 8-10. 2014.
- [12] de Kock H. W., Rix A. J., and Kamper M. J. Optimal torque control of synchronous machines based on finite-element analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(1):413 – 419, 2010.
- [13] Labiod C., Srairi K., Mahdad B., Benchouis M. T., and Benbouzid M. E. H. Speed control of 8/6 switched reluctance motor with torque ripple reduction taking into account magnetic saturation effects. *Energy Procedia*, 74(1):112 – 121, 2015.

- 
- [14] Maxwell J. C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Macmillen and Co, London, 1873.
- [15] Iványi A. *Folytonos és diszkrét szimulációk az elektrodinamikában*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2003.
- [16] Bossavit A. *Computational Electromagnetism*. Academic Press, Boston, 1998.
- [17] Simonyi K. and Zombory L. *Elméleti villamosságtan*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2000.
- [18] Bastos J. P. A. and Sadowski N. *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. Marcel Dekker, New York, 2003.
- [19] Bíró O. and Richter K. R. CAD in electromagnetism. *In Series Advances in Electronics and Electron Physics, Academic Press, New York*, 82, 1991.
- [20] Luomi J. *Finite Element Methods for Electrical Machines*. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1993.
- [21] Kuczmann M. and Iványi A. *The Finite Element Method in Magnetics*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2008.
- [22] Zienkiewicz O. C. and Taylor R. *The Finite Element Method*. McGraw-Hill, Maidenhead, 1991.
- [23] Smith B. F., Bjørstad P. E., and Gropp W. D. *Domain Decomposition - Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations*. Cambridge University Press, 1996.
- [24] Fragakis Y. and Papadrakakis M. The mosaic of high performance domain decomposition methods for structural mechanics: Formulation, interrelation and numerical efficiency of primal and dual methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(35-36):3799–3830, 2003.
- [25] Fragakis Y. and Papadrakakis M. The mosaic of high performance domain decomposition methods for structural mechanics - part ii: Formulation enhancements, multiple right-hand sides and implicit dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(42-44):4611–4662, 2004.
- [26] Toselli A. and Widlund O. B. *Domain Decomposition Methods - Algorithms and Theory*. Springer, Berlin, 2005.
- [27] Kruis J. *Domain Decomposition Methods for Distributed Computing*. Saxe-Coburg Publications, Kippen, Stirling, 2006.
- [28] Magoulès F. (szerk.). *Mesh Partitioning Techniques and Domain Decomposition Methods*. Saxe-Coburg Publications, Kippen, Stirling, 2007.
- [29] Stoyan G. and Takó G. *Numerikus módszerek III*. Typotex Kiadó, Budapest, 2008.

- [30] Dolean V., Jolivet P., and Nataf F. *An Introduction to Domain Decomposition Methods: Algorithms, Theory, and Parallel Implementation*. Master, Franciaország, 2015.
- [31] Dryja M. and Widlund O. B. Towards a unified theory of domain decomposition algorithms for elliptic problems. In *Third International Conference on Domain Decomposition Methods*, pages 3 – 21, Houston, USA, március 6-11. 1989.
- [32] Nikishkov G. P., Makinaouchi A., Yagawa G., and Yoshimura S. Performance study of the domain decomposition method with direct equation solver for parallel finite element analysis. *Computational Mechanics*, 19(1):84 – 93, 1996.
- [33] Farhat C. and Roux F. X. A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 32(6):1205 – 1227, 1991.
- [34] Magoulés F. and F.-X. Roux. Lagrangian formulation of domain decomposition methods: A unified theory. *Applied Mathematical Modelling*, 30(7):593 – 615, 2006.
- [35] Farhat C. A saddle-point principle domain decomposition method for the solution of solid mechanics problems. In *Proceedings of the 5th International Conference on Domain Decomposition Methods*, pages 271 – 292, Norfolk, Virginia, május 6-8. 1991.
- [36] Retter Gy. *Villamosenergia-átalakítók I*. Műszaki Könyvkideó, Budapest, 1986.
- [37] Arkkio A. *Analysis of Induction Motors Based on the Numerical Solution of the Magnetic Field and Circuit Equations*. PhD thesis, Helsinki University of Technology, 1987.
- [38] Lombard P. and Meunier G. A general method for electric and magnetic coupled problem in 2D and magneto-dynamic domain. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(2):1291–1294, 1992.
- [39] Piriou F. and Razek A. Finite element analysis in electromagnetic systems accounting for electric circuits. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1669–1675, 1993.
- [40] Costa M. C., Nabeta S. I., and Cardoso J. R. Modified nodal analysis applied to electric circuits coupled with FEM in the simulation of a universal motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(4):1431–1434, 2000.
- [41] De Gerssem H. *Simulation of Field-Circuit Coupled Motional Eddy Current Problems by Krylov Subspace Methods and Multilevel Techniques*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2001.
- [42] Zhou P., Fu W. N., Lin D., Stanton S., and Cendes Z. J. Numerical modeling of magnetic devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(4):1803–1809, 2004.
- [43] Kanerva S. *Simulation of Electrical Machines Circuits and Control Systems Using Finite Element Method and System Simulator*. PhD thesis, Helsinki University of Technology, 2005.

- [44] Preston T. W., Reece A. B. J., and Sangha P. S. Induction motor analysis by time-stepping technique. *IEEE Transactions on Magnetism*, 24(1):471–474, 1988.
- [45] Rodger D., Lai H. C., and Leonard P. J. Coupled elements for problems involving movement. *IEEE Transactions on Magnetism*, 26(2):548–550, 1990.
- [46] Shi X., Le Menach Y., Ducreux J.-P., and Piriou F. Comparison of slip surface and moving band techniques for modelling movement in 3D with FEM. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 25(1):17–30, 2006.
- [47] Schmidt E. Finite element analysis of electrical machines and transformers - state of the art and future trends. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 30(6):1899–1913, 2011.
- [48] Davat B., Ren Z., and Lajoie-Mazenc M. The movement in field modeling. *IEEE Transactions on Magnetism*, MAG-21(6):2296–2298, 1985.
- [49] Pawlak A. M. and Nehl T. W. Transient finite element modeling of solenoid actuators: The coupled power electronics, mechanical, and magnetic field problem. *IEEE Transactions on Magnetism*, 24(1):270–273, 1988.
- [50] Gerber S. and Wang R.-J. Implementation of a moving band solver for finite element analysis of electrical machines. In *Proceedings of the 22nd South African Universities Power engineering Conference 2014*, pages 249–254, Durban, Dél-afrikai Köztársaság, január 30-31. 2014. Rutherford Laboratory.
- [51] Dular P., Geuzaine C., da Luz M. V. F., Sadowski N., and Bastos J. P. A. Connection boundary condition with different types of finite elements applied to periodicity conditions and to the moving band. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 20(1):109–119, 2001.
- [52] da Luz M. V. F., Dular P., Sadowski N., Geuzaine C., and Bastos J. P. A. Analysis of a permanent magnet generator with dual formulations using periodicity conditions and moving band. *IEEE Transactions on Magnetism*, 38(2):961–964, 2002.
- [53] Gerber S. and Wang R.-J. Evaluation of movement facilitating techniques for finite element analysis of magnetically geared electrical machine. *IEEE Transactions on Magnetism*, 51(2):7400206, 2015.
- [54] ONELAB - Open Numerical Engineering LABoratory. [http://onelab.info/wiki/Main\\_Page](http://onelab.info/wiki/Main_Page). Utolsó megtekintés: 2016. november 30.
- [55] Agros2D. <http://www.agros2d.org/>. Utolsó megtekintés: 2016. augusztus 30.
- [56] Farhat C., Lesoinne M., LeTallec P., Pierson K., and Rixen D. FETI - DP: A dual-primal unified FETI method – part I: A faster alternative to the two-level FETI method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50:1523 – 1544, 2001.

- [57] Mandel J. and Tezaur R. On the convergence of a dual-primal substructuring method. *Numerische Mathematik*, 88(3):543 – 558, 2001.

## Saját publikációk

- [58] Marcsa D. Induction motors simulation by finite element method and different potential formulations with motion voltage term. Szakdolgozat, Széchenyi István Egyetem, 2009.

Hivatkozások – Független: 6; Független: 1.

- [59] Marcsa D. and Kuczmann M. Comparison of the  $\mathbf{A}, V - \mathbf{A}$  and the  $\mathbf{T}, \Phi - \Phi$  formulations for the 2-D analysis of solid-rotor induction machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(9):3329–3333, 2009.

Hivatkozások – Független: 3; Független: 8.

- [60] Marcsa D. A feszültség és a mechanikai egyenlet alkalmazása a végeselemes szimulációban. In *IV. Mechwart András Ifjúsági Találkozó*, page Paper Marcsa 4 p., Debrecen, szeptember 9. 2014.

- [61] Marcsa D. and Kuczmann M. Two-dimensional modeling of the motion in induction motor with ferromagnetic hysteresis. *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, 55(4):351–356, 2010.

Hivatkozások – Független: 1; Független: 1.

- [62] Marcsa D. Finite element analysis of a solid-rotor induction machine. *Acta Technica Jaurinensis*, 3(2):197–206, 2010.

Hivatkozások – Független: 1; Független: 2.

- [63] Marcsa D. and Kuczmann M. Nonlinear two-dimensional motional finite element modeling of a rotational eddy current field problem. *Przegląd Elektrotechniczny*, 85(12):110–113, 2009.

Hivatkozások – Független: 0; Független: 2.

- [64] Marcsa D. and Kuczmann M. Motional finite element simulation of a single-phase induction motor. *Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences*, 4(2):57–66, 2009.

Hivatkozások – Független: 0; Független: 1.

- [65] Marcsa D. Rotational motion modelling for numerical analysis of electric machines. *Acta Technica Jaurinensis*, 10(2):124 – 136, 2017.

- [66] Kuczmann M., Budai T., Kovács G., Marcsa D., Friedl G., Prukner P., Unger T., and Tomozi Gy. Application of PETSc and other useful packages in finite element simulation. *Pollack Periodica*, 8(2):141–148, 2013.

Hivatkozások – Független: 0; Független: 7.



- [67] Marcsa D. and Kuczmann M. Nonlinear two-dimensional finite element modeling of a single-phase induction motor. In *Proceedings of the 13th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering and European TEAM Workshop*, pages 44 – 49, Graz, Ausztria, szeptember 21-24. 2008.  
Hivatkozások – Független: 0; Függő: 2.
- [68] Marcsa D. and Kuczmann M. Finite element analysis of single-phase induction motors. In *Proceedings of the COMSOL Conference*, pages 1 – 4, Budapest, Magyarország, november 24. 2008.  
Hivatkozások – Független: 2; Függő: 1.
- [69] Marcsa D. and Kuczmann M. Parallel solution of an electrostatic field problem - case study. *Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences*, 7(2):25–34, 2012.  
Hivatkozások – Független: 1; Függő: 2.
- [70] Marcsa D. and Kuczmann M. Comparison of domain decomposition methods for elliptic partial differential problems with unstructured meshes. *Przeład Elektrotechniczny*, 88(12b):1–4, 2012.  
Hivatkozások – Független: 0; Függő: 5.
- [71] Marcsa D. and Kuczmann M. Parallel solution of electrostatic and static magnetic field problems by domain decomposition method. *Przeład Elektrotechniczny*, 89(2b):49–52, 2013.  
Hivatkozások – Független: 1; Függő: 2.
- [72] Marcsa D. and Kuczmann M. Performance study of domain decomposition methods for 2D parallel finite element analysis. *Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences*, 8(3):47–58, 2013.  
Hivatkozások – Független: 0; Függő: 1.
- [73] Marcsa D. and Kuczmann M. Domain decomposition algorithms for parallel solution of magnetic field problems. In *Proceedings of the 13th International Symposium "Topical Problems in the Field of Electrical and Power Engineering \* Doctoral School of Energy and Geotechnology II"*, pages 102 – 105, Parnu, Észtország, január 14-19. 2013.
- [74] Marcsa D. and Kuczmann M. Finite element tearing and interconnecting method and its algorithms for parallel solution of magnetic field problems. *Electrical, Control and Communication Engineering*, 3(1):25–30, 2013.  
Hivatkozások – Független: 1; Függő: 1.
- [75] Marcsa D. Domain decomposition algorithms for edge element based parabolic type problems. *Acta Technica Jaurinensis*, 7(2):193–206, 2014.  
Hivatkozások – Független: 1; Függő: 0.
- [76] Marcsa D. and Kuczmann M. Parallel edge finite element method to solve eddy current field problems. *Acta Technica CSAV*, 60(3):277–290, 2015.

- [77] Marcsa D. and Kuczmann M. Schur-complement based parallel finite element analysis coupled with circuit and mechanical equations. *Computational Problems of Electrical Engineering*, 4(1):23–28, 2014.
- [78] Marcsa D. and Kuczmann M. Schur complement method with iterative solver for 2D field-circuit coupling finite element problem with movement. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2014(12):145–148, 2014.
- Hivatkozások – Független: 0; Függő: 1.
- [79] Marcsa D. and Kuczmann M. Primal domain decomposition method with direct and iterative solver for circuit-field-torque coupled parallel finite element method to electric machine modelling. *Advances in Electrical and Electronic Engineering - Zilina*, 13(5):458–465, 2015.
- [80] Marcsa D. and Kuczmann M. Closed loop control of finite element model in magnetic system. *Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences*, 10(3):19–30, 2015.
- Hivatkozások – Független: 0; Függő: 1.
- [81] Marcsa D. and Kuczmann M. Control of a finite element based dynamic system. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2015(12):155–158, 2015.
- [82] Marcsa D. and Kuczmann M. Closed loop voltage control of a solenoid using parallel finite element method. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 35(4):1439–1449, 2016.
- Hivatkozások – Független: 0; Függő: 1.
- [83] Marcsa D. and Kuczmann M. Finite element analysis of switched reluctance motor with rotor position based control. *Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences*, 11(3):153 – 164, 2016.
- [84] Marcsa D. and Kuczmann M. Design and control for torque ripple reduction of a 3-phase switched reluctance motor. *Computers & Mathematics with Applications*, 74(1):89 – 95, 2017.