Doktori értekezés

# Sávoli Zsolt

Széchenyi István Egyetem, Műszaki Tudományi Kar

## Sávoli Zsolt

# Digitális színes minták spektrális rekonstrukciója főkomponens-analízissel és genetikus optimalizációval

Doktori értekezés

Dr. Horváth András, Fizika és Kémia Tanszék, Széchenyi István Egyetem, Győr Dr. Kránicz Balázs, Continental Automotive Hungary, Veszprém

Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

## Tartalomjegyzék

Kös	Köszönetnyilvánítás						
1.	Tartal	mi kivonat6					
1.	.1	Összefoglaló6					
1.	.2	Summary7					
2.	Bevez	zetés					
3.	Mater	natikai alapok9					
3.	.1.	Metaméria9					
3.	.2.	Főkomponens-analízis11					
3.	.3.	A főkomponens-analízis színtani alkalmazása11					
3.	.4.	A rekonstrukció pontossága					
	3.4.1.	Színi eltérés					
	3.4.2.	Spektrális pontosság21					
4.	A fell	nasznált megvilágítók					
4.	.1.	CIE standard megvilágítók					
	4.1.1.	CIE D65 standard megvilágító24					
	4.1.2.	CIE D50 standard megvilágító24					
	4.1.3.	CIE A standard megvilágító25					
	4.1.4.	CIE F11 standard megvilágító25					
4.	.2	Ekvienergetikus E megvilágító					
4.	.3.	Planck-sugárzók					
4.	.4.	LED megvilágítók					
5.	Spekt	rális rekonstrukció a feltételes szélsőértékkereséssel					
5.	.1.	Munsell-minták					
	5.1.1.	Az optimalizációs folyamat35					
	5.1.2.	A Munsell-minták rekonstrukciója					
	5.1.3.	A színtér felosztása Munsell-minták esetében					
5.	.2.	Textilminták					
	5.2.1.	Textilminák rekonstrukciója50					
	5.2.2.	A színtér felosztása textilminták esetében55					
	5.2.3. mode	Optimalizációs PCA összehasonlítása az alacsony paraméterszámú lineáris llel61					
	5.2.4. PCA	Optimalizációs PCA összehasonlítása a klasszikus PCA, valamint a súlyozott modellekkel					
	5.2.5.	Módosított költségfüggvény65					
6.	Genet	ikus optimalizáló algoritmus					

6.1.	Az optimalizációs formalizmus70							
6.2.	Az optimalizációs módszer72							
6.3.	Az algoritmus fejlesztése							
6.4.	Textilminták vizsgálata genetikus optimalizációval75							
6.5	Az együtthatók gyors visszakeresése táblázatok (look-up table) használatával 82							
6.5.1	A módszer erőforrás-igénye91							
6.6	A bemutatott módszerek összehasonlítása92							
6.7	További színmintahalmazok vizsgálata94							
6.8	A megvilágítók hatásának vizsgálata105							
6.8.1	Ismert spektrális teljesítményeloszlású megvilágító105							
6.8.2	Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító109							
6.8.3 megv	6.8.3 Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérponttal rendelkező megvilágítók							
6.8.4 szính	Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú, ismert korrelált őmérsékletű megvilágítók117							
6.8.5	Ismeretlen spektrális összetételű megvilágító helyettesítése Planck-sugárzóval 							
7. Lehet	séges gyakorlati alkalmazások126							
7.1	Kameraszimuláció							
7.2	Színes minták összehasonlítása különböző megvilágítók alatt131							
7.3	Lisztminták típusainak meghatározása főkomponens-analízissel							
8. Össze	foglalás135							
9. Jelölé	sek, rövidítések							
10. Me	llékletek141							
10.1 eloszlás	1. számú melléklet: Virágminták, festékminták, bőrminták $\tau 2 - \tau 5$ együtthatóinak a							
10.2 teljesítn esetén.	<ol> <li>számú melléklet: A rekonstrukció alakulása ismeretlen spektrális nényeloszlású, ismert fehérpontú, adott korrelált színhőmérsékletű megvilágítók</li> <li></li></ol>							
10.3. , <i>RMS</i> , w esetén.	<ol> <li>számú melléklet: További minták (2. számú melléklet) ΔEab * vRMS, GFC értékei ismert fehérpontú, adott korrelált színhőmérsékletű megvilágítók</li> <li></li></ol>							
10.4. helyette	4. számú melléklet: Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító sítése adott színhőmérsékletű Planck-sugárzóval							
10.5. , <i>RMS</i> , w esetén.	5. számú melléklet: További minták (4. számú melléklet) $\Delta Eab * PRMS, GFC$ értékei adott színhőmérsékletű Planck-sugárzóval való helyettesítés 161							
11. Iroc	lalomjegyzék166							

## Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönettel tartozom témavezetőimnek Dr. Horváth Andrásnak és Dr. Kránicz Balázsnak, akik a kutatás során rengeteg ötlettel, tanáccsal, javaslattal segítették munkámat, időt és energiát nem kímélve. Inspiráló kérdéseik, problémafelvetéseik számtalanszor adtak új lendületet.

Szeretnék köszönetet mondani családomnak. Szüleimnek, amiért elindítottak természettudományos pályámon. Feleségemnek, fiaimnak azért, mert bíztattak, és végtelen türelemmel támogattak.

## 1. Tartalmi kivonat

## 1.1 Összefoglaló

A színtan egyik alaptézise, hogy bármely színinger egyértelműen meghatározható három számmal, függetlenül az alkalmazott színtértől. Ezen színinger-összetevők helyett azonban gyakran színképi tulajdonságokkal jellemezzük az önvilágítókat, vagy a színes felületeket. Ez a jellemzésmód nagyságrendekkel több információt nyújt, viszont háromnál jóval több paramétert igényel. Felvetődik a kérdés, hogy tudunk-e valamit mondani az önvilágítók spektrumáról, vagy felületek reflexiós függvényeiről pusztán azok három színinger-összetevője alapján. Ezen irányú kutatások egyik leggyakrabban alkalmazott eszköze a főkomponensanalízis. A módszer előállítja ismert színes mintákból képzett kovarianciamátrix sajátértékeit, és sajátvektorait, majd a sajátvektorok lineáris kombinációjával rekonstruálja a kérdéses minta egy metamerének reflexiós függvényét. A rekonstrukció pontossága annál jobb, minél több sajátvektort vonunk be a lineáris kombinációba. Az eddigi módszerek a három színingerösszetevő miatt csak az első három sajátvektor együtthatóit tudták numerikus módszerekkel meghatározni, így a lineáris kombinációban csak az első három sajátvektort tudták használni. Javítható a rekonstrukció pontossága különböző mintahalmazbeli szelektálási technikákkal, vagy több megvilágító egyidejű használatával. Számottevő javulás azonban további sajátvektorok bevonásával érhető el.

A kutatás során az első három sajátvektor helyett az első öt sajátvektor került felhasználásra a rekonstrukciók alkalmával. Ezen sajátvektorok együtthatóinak meghatározása az eddigi numerikus megoldásokkal szemben genetikus optimalizációval történt. Mindezek mellet az optimalizáció során fegyelembe lett véve a valós színminták reflexiós függvényeinek két fontos tulajdonsága: a függvények nem lehetnek negatívak, valamint mentesek a nagyobb oszcillációktól. A kutatás során kidolgozásra került egy olyan módszer, amely lehetővé teszi a spektrum rekonstrukcióját kis számítási kapacitású eszközök esetén is. Felhasználásra kerültek különböző típusú színes mintahalmazok, amelyek spektrális tulajdonságai össze lettek hasonlítva. A kutatás fontos részét képezte a megvilágítók rekonstrukcióra történő hatásának vizsgálata, és kidolgozásra került egy olyan eljárás is, amely jó hatásfokú rekonstrukciót biztosít abban az esetben, ha nem ismerjük a megvilágító spektrális tulajdonságait, csupán annak fehérpontját, valamint korrelált színhőméréskletét.

## 1.2 Summary

The principal thesis of colorimetry says that any tristimulus values can be determined with three numbers unequivocally, not depending on the applied colour space. The illuminants and the coloured surfaces are often characterized with spectral features instead of the tristimulus values. This type of characterization provides much more information, however, it requires more then three parameters. The question is that whether we can say anything about the spectrum of the illuminants or the reflectance function only on the basis of their three tristimulus values. The most frequently used method in different studies in this filed is the Principal Component Analysis. This method provides the eigenvectors and the eigenvalues of the covariance matrix constructed from known colour sample sets, then it reconstructs the reflectance function of one of the metamers of the given sample set. The accuracy of the reconstruction is greater if we apply more eigenvectors in the linear combination. The earlier methods could determine only the coefficients of the first three eigenvectors because of the three tristimulus values so they could apply only the first three eigenvectors in the linear combination. The accuracy has been improved with selection techniques in different sample sets or with the use of more illuminants at the same time. A more significant improvement has been reached with the use of more eigenvectors.

During reconstruction, the first five eigenvectors were used instead of the three first eigenvectors. The calculation of the coefficients of these eigenvectors can be done with genetic optimization. Moreover, two important features of the reflectance functions of the real sample sets were considered, the functions cannot be negative and they are free of greater oscillation. A new method is developed which makes it possible to reconstruct the spectrum even if the power of the hardware is low. Different types of colour sample sets were applied and their spectral features were compared. The examination of the impact of the illuminants on the reconstruction was an important part of the research. A new method which provides a high-efficiency reconstruction when the spectral feature of the illuminant is not known only its white point and the correlated colour temperature has been developed.

## 2. Bevezetés

Napjainkban ugrásszerűen növekszik a digitális képalkotásra alkalmas berendezések száma. Mindenki számára elérhetőek a digitális fényképezőgépek, kamerák, de olcsóbb mobiltelefonjainkban is olyan kamerák vannak, nem ritkán több is, melyek még 10 évvel ezelőtt is csúcstechnikának számítottak volna. Ezek elterjedését nem a tudományos, műszaki célok hajtották, hanem a hétköznapi felhasználás: családi fotók készítése, egy-egy érdekes utcai esemény rögzítése, videotelefonálás stb. Ez a motiváció a tömegtermelés miatt olcsóvá tette a digitális képalkotó berendezéseket, és ezzel párhuzamosan az ezek feldolgozására alkalmas szerkezetek kapacitása is hihetetlenül megnőtt. Ezek az eszközök gyakran nem is "számítógépek" a szó hagyományos értelmében, hanem valamilyen célhardverek, például egy mobiltelefon. Így a mai könnyen beszerezhető eszközök olyan képességekkel bírnak, melyekhez hasonló 20 évvel ezelőtt csak a speciális laboratóriumokban volt elérhető.

Kicsit hasonló a helyzet ahhoz, mint 10-15 éve a grafikus processzorok (GPU - Graphics processing unit) esetén volt: ezek fejlődését a 3D<sup>1</sup>-játékok indították és hajtották, de kiderült, hogy tudományos számításokra, titkosításfeltörésre és sok egyébre is felhasználható a bennük rejlő potenciál. Mára már sokféle alkalmazás (pl. web-böngészők) is törekszik arra, hogy amit lehet, a grafikus processzorokra terheljen, kímélve ezzel a központi vezérlőegységet, a CPU-t (CPU - Central processing unit), de tudományos célú számítógép-fürtök is épültek az eredetileg az élethű megjelenítést nyújtó 3D-játékok érdekében kifejlesztett hardverre alapozva.

Alapötletünk az, hogy a digitális képalkotó eszközök képeit alaposabb elemzésnek alávetve sok olyan információ rejtve marad, mely a hétköznapi életben vagy speciális alkalmazási körben érdekes lehet, és amely információk korábban csak költséges és nehezen kezelhető céleszközökkel voltak elérhetőek. Célul tűztük ki egy olyan eljárás kifejlesztését, amelynek segítségével ezen rejtett információk egyike (spektrális adatok) kinyerhető a digitális képekből, az eddigi, később bemutatandó módszereknél egyszerűbben és pontosabban, speciális céleszközök nélkül. Az nyilvánvaló, hogy egy mobiltelefonnal, digitális fényképezőgéppel nem fogunk pontosság terén versenyre kelni egy e célból épített spektrofotométerrel, de elméleti és kísérleti vizsgálatainkra alapozott állításunk az, hogy sok alkalmazás szempontjából elegendő pontosságú lehet az olcsó képalkotó eszközök használata, ha képeiket alapos elemzésnek vetjük alá.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A 3D kifejezés az informatikában használatos. Ezek a játékok valójában nem háromdimenziósak, általában még nem is keltenek térhatást. Csupán arról van szó, hogy nagyon jól leképzik a virtuális teret a megjelenítés síkjára.

Egy színminta, egy felületdarab teljes színtani leírását a színképe adja meg, mert ez minden hullámhosszon információt hordoz a kibocsátott vagy visszavert fény által szállított energiáról. A digitális képek készítésekor ez a sok információ csak 3 színcsatornára, az *RGB*-értékekre (Red, Green, Blue) redukálódik. Az *RGB*-értékekből visszanyerni a színképet teljes pontossággal nem lehetséges, hisz adott *RGB* hármashoz végtelen sok spektrum tartozik. Adott megvilágító alatt egy-egy mintát akkor is azonos színűnek láthatunk, ha azok spektruma eltérő. Ezeket metamer pároknak nevezzük.

Az általunk kifejlesztett módszerrel azonban közelítőleg végrehajtható a spektrum rekonstrukciója az *RGB* illetve az ezeknek megfelelő, a színtanban használatos *CIE XYZ* színinger-összetevőkből, amennyiben rendelkezünk bizonyos információkkal a kép témáját illetően. Ezen információk alatt azt kell érteni, hogy az adott képen milyen anyagok jelennek meg: egy kertészetben készült a kép, vagy egy színházi ruhatárban, esetleg egy intarziás szekrényt ábrázol.

Betanító mintahalmazokat használva (pl. textil, festék, virág, bőr stb.) ugyanis azok bizonyos statisztikai jellemzőit előre kinyerhetjük és ennek alapján, ha tudjuk, hogy a képen egy terület milyen anyagot ábrázol adott megvilágító mellett, akkor az *XYZ* értékek és a felület típusának ismeretében reális becslés adható a színképre.

## 3. Matematikai alapok

#### 3.1. Metaméria

Mielőtt rátérnénk a módszer részletes bemutatására, érdemes felidézni a metaméria fogalmát, hiszen ez kulcsfontosságú szereppel rendelkezik az értekezés során. Kétféle metamériaindex létezik: az egyik a megvilágítóhoz köthető, a másik a megfigyelőhöz. A következőkben a megvilágítóhoz köthető metaméria kerül felidézésre.

Legyen  $\lambda = [\lambda_{min}, \lambda_{max}] \in R$ , ahol *R* a valós számok halmaza, valamint  $\lambda_{min}, \lambda_{max} \in R$  és  $\lambda_{min} < \lambda_{max}$ . Tételezzük fel, hogy  $\lambda$  elemeihez mértékegység is tartozik, ez a *nanométer*, amelynek SI jele az *nm*.  $\lambda$  a színingermetrikában használt függvények értelmezési tartománya. Ilyen függvények például a spektrális teljesítményeloszlások, színminták reflexiós függvényei, vagy a színinger-megfeleltető függvények.

Legyen  $\varphi \in \lambda \rightarrow [0,1]$  a minta spektrális visszaverési tényezője,  $S \in \lambda \rightarrow R$  a megvilágító spektrális teljesítményeloszlása, továbbá legyenek  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in \lambda \rightarrow R$  a *CIE* színingermetrikában használatos színinger-megfeleltető függvényei (3. ábra).

Jelölje  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$  két minta spektrális visszaverési tényezőjét, amelyekre igaz, hogy  $\varphi_1 \neq \varphi_2$ . Amennyiben teljesül, hogy

$$\int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_1(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) d\lambda = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_2(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) d\lambda,$$

$$\int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_1(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) d\lambda = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_2(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) d\lambda,$$
(1)
$$\int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_1(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) d\lambda = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot \varphi_2(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) d\lambda$$

akkor a  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$  spektrális visszaverési tényezőkkel jellemezhető mintákat az *S* eloszlás alatt metamereknek nevezzük. A fenti hármas egyenlőség (1) általában nem teljesül más *S* eloszlás esetén. Vagyis két metamer minta adott fényforrás alatt azonosnak látszik, míg más megvilágítás esetén eltérőnek észleljük azokat. Az 1. ábra bal oldalán a *CIE D*65, a jobb oldalán a *CIE A* megvilágítás alatt láthatók ugyanazok a minták.



1. ábra CIE D65, CIE A alatti minták

#### 3.2. Főkomponens-analízis

A szakemberek gyakran használják a valószínűségszámítás, a statisztika módszereit mérési adatok kiértékelésekor. Az olyan esetekben, amikor nagy számosságú adathalmaz reprezentálható néhány jól megválasztott jellemzővel, akkor a főkomponens-analízist (Principal Component Analysis, PCA) célszerű alkalmazni. Feltételezzük a valószínűségszámítás alapvető fogalmainak ismeretét, így azokat most nem definiáljuk újra. Ezek után nézzük meg a főkomponens-analízis elméletét röviden.

Legyen  $\xi: \Omega \to \mathbb{R}^p$  vektor valószínűségi változó. A  $\xi$  valószínűségi változó várható értékét jelölje  $E(\xi) = m \in \mathbb{R}^p$ , kovarianciamátrixát pedig  $cov(\xi, \xi) = V \in \mathbb{R}^{p \times p}$ . Jelölje  $\xi$  centráltját

$$\xi^* = \xi - m \tag{2}$$

A V kovarianciamátrix csökkenő sorrendbe állított sajátértékeit jelölje  $\lambda_1 \ge \lambda_2 \dots \ge \lambda_p$ . A kovarianciamátrix tulajdonságaiból adódóan valamennyi sajátérték nemnegatív.

A  $\lambda_1 \ge \lambda_2 \dots \ge \lambda_p \ge 0$  sajátértékekhez tartozó sajátvektorok ortonormált rendszere  $v_1, v_2, \dots, v_p \in \mathbf{R}^p$ .

A fenti rövid összefoglaló után  $\xi$  vektor valószínűségi változó *főkomponenseinek* nevezzük a

$$\tau_i = v_i^T \cdot \xi^*, \qquad i = 1, 2, \dots, p \tag{3}$$

skalár valószínűségi változókat.

A főkomponensek rendkívül fontos tulajdonsága, hogy belőlük az eredeti valószínűségi változó lineáris kombinációval előállítható a következő módon.

$$\xi = \sum_{i=1}^{p} \tau_i \cdot v_i + m \tag{4}$$

Átfogó képet kapunk a matematikai módszer leírásáról, működéséről az [1]-[6] publikációkban.

#### 3.3. A főkomponens-analízis színtani alkalmazása

A színtan alaptézisének tekinthető az a megállapítás, hogy bármely színinger egyértelműen jellemezhető három számmal. Lehetnek ezek a *CIE XYZ* színinger-összetevők vagy bármely más, alkalmas színtér koordinátái (*RGB*, *Yxy*,  $L^*a^*b^*$ ,  $L^*u^*v^*$  stb.), amelyek egymásba alakítása

viszonylag egyszerűen elvégezhető. Önvilágítók (fényforrások) vagy felületek (másodlagos fényforrások) jellemzése azonban sokszor színképi tulajdonságokkal, azaz a spektrummal történik. Ez a jellemzésmód nagyságrendekkel több információt nyújt a vizsgált objektumról, ennek következtében viszont háromnál jóval több paramétert igényel. A színtan kutatói vizsgálni kezdték, hogy milyen módszerekkel adható meg vagy legalább közelíthető például felületek visszaverési spektruma csupán néhány számértékkel. Különlegesen érdekes és erős eszköznek ígérkezett a matematikai statisztikán és a lineáris algebrán átívelő főkomponens-analízis.

Az eljárás során ismert spektrumok, reflexiós függvények<sup>2</sup> diszkretizált értékeinek segítségével képezzük a kovarianciamátrixot, meghatározzuk a mátrix sajátértékeit, illetve sajátvektorait. A várható érték pedig a mintahalmaz reflexiós függvényeinek átlagából képzett vektor lesz. Bevezetve az  $m = \bar{v}$  jelölést a (4) egyenletet írjuk át a következő formába:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{p} \tau_i \cdot v_i + \bar{v} \tag{5}$$

Az értekezés elkészítése során több ezer lemért, ismert reflexiós függvényű színmintát használtunk fel. A minták különböző helyekről származtak, többek között: Japan Color Research Institute, NEC, Fuji Photo Film LTD, ITIM-CNR Italy. Valamennyi minta spektruma 400 nm-től 700 nm-ig 10 nm-es lépésközzel volt adott. Ez összesen 31 értéket jelentett, így a sajátvektoraink 31 komponensűek voltak, vagyis ebben esetben p = 31. A számolás még jóval kevesebb komponensű sajátvektorok esetén is hosszadalmas, ezért a sajátvektorok, és sajátértékek meghatározásához a Mathworks cég *Matlab* szoftvert használtuk [7], [8].

Ahhoz, hogy a módszer hatékonyan működjön, elegendően bőséges, ismert spektrumú mintákból álló halmaz szükséges, amelynek elemeiből a főkomponens-analízis előállítja a sajátvektorokat. Erről részletesen a [9]-[14] referenciákban olvashatunk. Az eddigi kutatások jelentős részében a főkomponens analízist arra használják, hogy nagy számosságú mintahalmaz minden elemének spektrális eloszlását reprezentálni lehessen néhány bázisvektor segítségével. Így érhető el, hogy akár egy több ezres mintahalmaz valamennyi eleme közelíthető legyen néhány sajátvektor felhasználásával. Az eddigi vizsgálatok alapján az első három sajátvektor elegendő a spektrális rekonstrukcióhoz. Amennyiben a feladat nagyobb pontosságot igényel, akkor további vektorok is bevonhatók a rekonstrukcióba. Az 2. ábra az első három, illetve az

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A magyar szakirodalom sokszor spektrális visszaverési tényezőnek nevezi, a disszertációban a nemzetközi elnevezésnek megfelelő reflexiós függvény kifejezést használom.

első öt sajátvektor használatával kapott eredményt mutatja az általunk felhasznált színminták egyikén. Az analízissel megkapott sajátvektorok szerepéről, számáról, valamint ismert spektrumok rekonstrukciójáról a [15]-[20] cikekben olvashatunk részletesen.



 ábra. Az eredeti spektrum rekonstruálva három vektorral, illetve öt vektorral rekonstruálva. Az eredeti spektrum színes, rekonstrukció 5 vektorral folytonos fekete vonal, 3 vektorral szaggatott vonal.

Ezekben a kutatásokban ismert, lemért spektrumú minták rekonstrukcióját végezték el. Felvetődik a kérdés, hogy rekonstruálhatók-e színminták reflexiós spektrumai pusztán az *XYZ* színinger-összetevők alapján. Ezen irányú kutatások egy részében a spektrum rekonstrukcióját pszeudoinverz mátrixműveleteket használó algoritmussal végezték el [21]-[23].

Az *S* relatív spektrális teljesítményeloszlással rendelkező sugárforráshoz tartozó színingerösszetevők az alábbi módon számolhatók:

$$X = k_{\varphi} \cdot \int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot \bar{x}_{\omega}(\lambda) d\lambda, \qquad Y = k_{\varphi} \cdot \int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot \bar{y}_{\omega}(\lambda) d\lambda,$$

$$Z = k_{\varphi} \cdot \int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot \bar{z}_{\omega}(\lambda) d\lambda$$
(6)

$$k_{\varphi} = \frac{100}{\int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \bar{y}_{\omega}(\lambda) d\lambda}$$
(7)

ahol  $\bar{x}_{\omega}, \bar{y}_{\omega}, \bar{z}_{\omega}$  az adott  $\omega$  látómezőhöz tartozó CIE színinger-megfeleltető függvények,  $k_{\varphi}$  pedig  $\varphi$  relatív spektrális teljesítményeloszláshoz tartozó, a színingermetrikai számításokban használt úgynevezett normalizációs konstans. Nem relatív spektrális teljesítményeloszlások

esetében, valamint önvilágítóknál a konstanst a  $K_m$  szimbólummal jelöljük. Ebben az esetben a  $K_m = 683 \ lm/W$ . Ekkor Y megfelel a fénysűrűség fotometriai mennyiségnek.

Az alábbi ábrán (3. ábra) a színinger-megfeleltető függvények láthatók  $\omega = 2^{\circ}$  látómező esetén.



3. ábra. A CIE színinger-megfeleltető függvények

*N* különböző hullámhosszon történő mintavételezés esetén, a (6) egyenletek a következő mátrix alakba írhatók [24]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \cdot \varphi \tag{8}$$

ahol M egy  $3 \times N$  elemű mátrix a  $k_{\varphi} \cdot S(\lambda) \cdot \bar{x}_{\omega}(\lambda), k_{\varphi} \cdot S(\lambda) \cdot \bar{y}_{\omega}(\lambda), k_{\varphi} \cdot S(\lambda) \cdot z(\lambda)$ értékekkel,  $\varphi$  pedig a minta reflexiós függvényének vektora. Ebből az egyenletből a  $\varphi$  közelítve meghatározható, bevezetve a " + " jelölést, mint a mátrix

pszeudoinverzét.

$$\varphi = (M^T \cdot M)^{-1} \cdot M^T \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M^+ \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$
(9)

A pszeudoinverz algoritmus pontossága nem túl jó, rendelkezik azzal a problémával, hogy a rekonstruált spektrumban lehetnek oda nem illő lebenyek és kiugró tüskék, a rekonstruált reflexiós függvény kvalitatív tulajdonságaival ritkán lehetünk elégedettek.

A színinger-összetevőkből történő rekonstrukciós eljárások egy másik módszere a lineáris interpolációval történő rekonstrukció. A lineáris interpolációt olyan esetekben alkalmazzák, amikor két adathalmaz kapcsolata annyira bonyolult, hogy egyéb statisztikai módszerek nem

alkalmasak a pontos leíráshoz. Ilyenkor egy folytonos függvény két vagy több független változójának kapcsolata csak néhány meghatározott pontban ismert a kétdimenziós vagy általánosan az n – dimenziós térben. A spektrum rekonstrukciójakor az  $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$  függvényt kell megkonstruálni, ahol m = 3 a színinger-összetevőknek megfelelően, n pedig a reflexiós függvények felbontásának megfelelő értéket vesz fel: 400 nm-től 700 nm-ig 10 nm-es lépésközzel például n = 31. A lineáris interpolációval történő rekonstrukció részletei a [25] publikációban olvashatók.

A színinger-összetevők értékeiből való rekonstrukcióra irányuló kutatások egyik leggyakorabban alkalmazott módszere a főkomponens-analízis [24], [26], [27]. Az (5) egyenlet mátrixos formába írva:

$$\varphi = V \cdot T + \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_p \end{bmatrix} + \bar{v}$$
(10)

Ahol T p elemű oszlopvektor, ami a főkomponenseket tartalmazza, V pedig az első p sajátvektort. Mindezek alapján a (8) egyenletbe helyettesítve a (10) egyenletet, a következőt kapjuk (11)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_p \end{bmatrix} + M \cdot \bar{v}$$
 (11)

Ebben az esetben a három színinger-összetevőből adódóan p = 3 vagyis a (11) egyenlet a következő módon néz ki:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} + M \cdot \bar{v}$$
 (12)

A (11) egyenletet felhasználva a főkomponensek mátrixa egyszerűen meghatározható.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = (M \cdot \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix})^{-1} \cdot \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - M \cdot \bar{v} \right)$$
(13)

Természetesen mivel a színinger-összetevők vektora háromelemű, ezért *egy* adott megvilágító esetén csak az első három sajátvektorhoz tartozó főkomponensek határozhatók meg így, ami azt eredményezi, hogy a spektrum rekonstrukciójához csupán az első három sajátvektort használhatjuk fel a lineáris kombinációban (4), (5).

Az így elért rekonstrukció pontosságán javítottak a Munsell-színrendszer felosztásával, az alterekre vonatkozó rekonstrukcióval [28], illetve az adaptív PCA algoritmus alkalmazásával [29]. Az adaptív PCA algoritmust használva először a teljes mintahalmaz segítségével végezték el a rekonstrukciót, majd az így kapott közelítő spektrum segítségével újból elvégezték a spektrum meghatározását. Ebben az esetben a mintahalmaznak csak azon spektrumait vették figyelembe a sajátértékek, és sajátvektorok meghatározásánál, amelyek eltérései az előzetes rekonstrukció által kapott spektrumtól egy bizonyos határon belül voltak. Az így kapott rekonstruált spektrumok azonban még mindig nem hozták meg a kellő pontosságot, még mindig tartalmaztak "oda nem illő"<sup>3</sup> részeket.

Javítottak a rekonstrukció pontosságán progresszív mintaválogatás technikájával [30], [31]. Ebben az esetben a mintahalmaz azon elemeit vették csak figyelembe a sajátvektorok meghatározásakor, amelyeknek a rekonstruálandó mintával képzett  $\Delta E_{ab}^*$  (20) értékei egy meghatározott érték alatt voltak. Több különböző  $\Delta E_{ab}^*$  értékkel elvégezve a rekonstrukciót, érthető módon azt tapasztalták, hogy akkor lesz jobb a rekonstrukció, ha a vizsgálandó mintához hasonló színinger-összetevőkkel rendelkező mintákból képzik a sajátvektorokat. Ebben az esetben is csak az első három sajátvektort használták a rekonstrukció során. A módszer hátránya, hogy minden egyes vizsgálatkor meg kell határozni, hogy a mintahalmaz mely elemeit vegyék figyelembe a sajátvektorok meghatározásakor, így minden egyes rekonstrukciónál szükség van a betanító mintahalmazra is.

A rekonstrukció további pontosítását megcélzó módszer a súlyozott főkomponens-analízis (weighted Principal Component Analysis, wPCA), illetve ennek lineáris interpolációval módosított változata, amely az eddigiekhez hasonlóan a (13) egyenlet alapján szintén csak az első három sajátvektort használja a rekonstrukció során [32], [33]. A klasszikus főkomponens-analízissel végzett rekonstrukcióban minden reflexiós függvény azonos súllyal vesz részt. A súlyozott főkomponens-analizis esetében a rekonstruálandó spektrumnak megfelelően a mintakészlet reflexiós függvényeit különböző súllyal veszik figyelembe.

Legyen N darab, M helyen lemért ismert spektrum. Ekkor jelentse  $\phi$  az ismert spektrumok mátrixát.

$$\phi_{M \times N} = [\varphi_1 \cdots \varphi_N]_{M \times N} \tag{14}$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Cikcakkos, ugráló függvények, túllövések vagy nullátmenetek.

A súlyozott főkompnens-analízis fő célja, hogy minimalizálja az alábbi (15) súlyozott, négyzetes rekonstrukciós hibát.

$$e = \sum_{\lambda=400}^{700} w \cdot \left(\varphi_{\lambda} - \left(\sum_{i=1}^{p} \tau_{i} \cdot v_{i,\lambda} + \bar{v}\right)\right)^{2} \to Min$$
(15)

Az egyenletben w határozza meg az egyes minták egymáshoz viszonyított fontosságát a mintahalmazban. A  $\phi_{M \times N}$  mintahalmazhoz tartozó súlyok diagonális mátrixa legyen W.

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & w_N \end{bmatrix}_{N \times N}$$
(16)

A mintahalmaz egy reflexiós függvényének súlyát az adott minta és a rekonstruálandó minta színi különbsége alapján határozzák meg.

$$w_i = \frac{1}{\Delta E_i + s} \tag{17}$$

A  $\Delta E_i$  számítása megfelel a *CIE Lab*  $\Delta E_{ab}^*$  színi különbség (20) értékének az adott minta és a rekonstruálandó minta esetében. Az s egy kis konstans, ami  $\Delta E_i = 0$  esetén felel az algoritmus működéséért.

Amennyiben a minta súlya nagyobb, mint más mintáké, akkor ezen minta rekonstrukciós hibája (15) kisebb lesz, mint a többi minta rekonstrukciós eltérése. Ezek után a főkomponens-analízist a *W* mátrix-szal súlyozott kovarianciamátrix alapján végzik el.

A wPCA algoritmus pontossága jobb, mint a klasszikus PCA eljárásé, de ez a módszer is csak az első három sajátvektort tudja használni a rekonstrukció során. Ráadásul egy adott, ismeretlen spektrumú minta reflexiós függvényének meghatározásához minden esetben szükség van a mintahalmaz összes elemére a súlyok meghatározása érdekében.

Azáltal is javítható a rekonstrukció pontossága, ha adott színminta esetén nem egy, hanem több különböző megvilágítót használunk. Ezáltal természetesen nőni fogy az egyenletek száma, tehát több sajátvektor vonható be a rekonstrukcióba. Két megvilágító esetén a felhasználható sajátvektorok száma háromról hatra terjeszthető ki [21], [24]. Több megvilágító használata azonban jelentősen bonyolítja az eljárást. Szerettünk volna egy minél egyszerűbb, ugyanakkor jó rekonstrukciós pontosságú modellt felállítani, ezért elvetettük az egyszerre több megvilágítóval történő rekonstrukciót.

A klasszikus főkomponens-analízist néhány publikációban az eddig bemutatottól kissé eltérő formában használják [9], [34]. Ezt a formát az egyszerűbb hivatkozás végett, a cikkeknek megfelelően alacsony paraméterszámú lineáris modellnek fogjuk nevezni, míg főkomponensanalízisen annak az eddig bemutatott alakját értjük. Ez az alacsony paraméterszámú lineáris modell is ismert mintahalmaz spektrumait használja fel kiindulásként. A módszer azonban ezen spektrumokból nem a kovarianciamátrixot, hanem a korrelációs mátrixot hozza létre. A korrelációs mátrix sajátvektorainak lineáris kombinációjával határozza meg az eljárás a reflexiós függvényt.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{p} \sigma_i \cdot b_i \tag{18}$$

Az egyenletben szereplő  $b_i$ -k a korrelációs mátrix sajátvektorai,  $\sigma_i$ -k pedig a sajátvektorok skalár együtthatói. Látható, hogy ebben az esetben az átlagvektor nem kerül be a rekonstrukcióba, amiből feltételezhető, hogy az átlagvektor előállítható az első néhány sajátvektor lineáris kombinációjával. Az átlagvektor abban az esetben hagyható el igazán, ha a variancia 100%, vagyis pontosan annyi sajátvektort használunk fel a rekonstrukció során, mint ahány dimenziós vektortérben dolgozunk [2], [20]. A *p* paraméter hasonló jelentéssel bír, mint a klasszikus főkomponens-analízis esetében, vagyis növelése jelentősen javítja a rekonstrukció pontosságát. Azonban p > 3 esetében itt is azzal a problémával találjuk magunkat szemben, hogy alulhatározott egyenletrendszerünk lesz.

A különböző módszerek hatékonyságát demonstrálandó elvégeztünk egy elemzést, amelyben az imént említett, korrelációs mátrixot alklamazó, alacsony paraméterszámú lineáris modell pontosságát hasonlítjuk össze a kovarianciamátrixot használó főkomponens-analízis pontosságával. Az összehasonlítás az értekezés 5.2.3 alfejezetben található.

A rekonstrukció pontosságán úgy lehetne az eddigiekhez képest *számottevően* javítani, ha további sajátvektorokat vonnánk be a lineáris kombinációba (2. ábra). Az eddigi numerikus módszerekkel azonban ez a (13) egyenletből adódóan nem lehetséges.

Az értekezés következő részeiben megmutatjuk, hogy miként lehet az eddigi numerikus módszerektől eltérően az első három főkomponens mellett továbbiakat is meghatározni, ezáltal több sajátvektort bevonni a lineáris kombinációba és növelni a rekonstrukció pontosságát. A feladat megoldását egy későbbiekben részletesen bemutatásra kerülő költségfüggvény minimumának megkeresésével valósítottuk meg. Ezen minimum megkeresése optimalizációs feladat, amelynek megoldása a lineáris kombinációhoz szükséges  $\tau_i$  együtthatókat, a

főkomponenseket szolgáltatja. Az optimalizáció során felállítottunk korlátozó feltételeket a valós színminták reflexiós függvényeinek alakja alapján. Ezáltal elértük, hogy a sajátvektorok és az optimalizációval meghatározott főkomponensek lineáris kombinációjával rekonstruált spektrum amellett, hogy metameré lesz, jó kvalitatív tulajdonságokkal fog rendelkezni, mentes lesz az oda nem illő kiugrásoktól, és jól megközelíti az eredeti spektrumot.

Tesszük mindezt úgy, hogy egy adott színminta spektrális rekonstrukciójánál csak egyetlen, állandó, megvilágítót feltételezünk. A rekonstrukciók során ekvienergetikus *E*, *CIE D*65, *CIE D*50 *CIE A*, *CIE F*11, illetve a későbbiekben részletesen bemutatásra kerülő *LED* megvilágítókat, illetve Planck-sugárzókat tételeztünk fel.

A módszerünk a korábbi munkákhoz képest a rekonstrukció során *nem* használja fel az eredeti mintahalmaz mért spektrumait, csupán a vizsgálandó minta színinger-összetevőit, a  $\bar{v}$  átlagvektort, a  $v_i$  sajátvektorokat és a hozzájuk tartozó  $\tau_i$  főkomponenseket.

Amennyiben egy színmintának csak a színinger-összetevőit ismerjük, akkor azt mondhatjuk, hogy szinte lehetetlen a minta spektrumáról bármit is állítani, hiszen az adott színingerösszetevő számhármashoz elvileg végtelen sok metamer minta tartozik. A következőkben megmutatjuk, hogy miként lehet ezen lehetséges metamerek számát jelentősen csökkenteni, miként lehet az adott szín eredeti spektrumához minél közelebb álló metamer pár spektrumát megkapni. Ahhoz, hogy a módszer helyességét bemutassuk ismert spektrumú mintákat használtunk fel, így ellenőrzésként össze tudtuk hasonlítani a tényleges spektrumot a rekonstruálttal. Természetesen a rekonstrukció során a színminta eredeti reflexiós függvényét ismeretlennek tekintettük, azt nem használtuk fel. A rekonstrukciónál csak a minta színingerösszetevőit, a  $\bar{v}$  átlagvektort, a  $v_i$  sajátvektorokat, és a  $\tau_i$  főkomponenseket használtuk fel.

#### A 3.3. fejezet összefoglalása:

A fejezetben a szakirodalmat áttanulmányozva megállapítottam, hogy az eddigi munkák milyen módszereket alkalmaztak színes minták spektrális rekonstrukciójakor. Az eddigi módszerek úgy javítottak a rekonstrukció pontosságán, hogy a betanító mintahalmaz elemei közül szelektáltak valamilyen súlyfüggvénynek megfelelően. Ezekben az esetekben azonban minden rekonstrukció esetén szükség volt a betanító mintahalmazokra. Javítottak a rekonstrukció pontosságán több megvilágító alkalmazásával. Ezen módszereket elvetettem, mert szerettem volna egy ezeknél egyszerűbben használható, jó hatásfokú rekonstrukciót kidolgozni, amelyhez nincs szükség a betanító mintahalmaz elemeire a rekonstrukciók elvégzésekor.

#### 3.4. A rekonstrukció pontossága

A rekonstrukció pontosságát kvantitatív módon többféle mérőszámmal lehet jellemezni. Mérhetjük a vizsgált minta valamint a rekonstruált minta színbeli eltérését különböző megvilágítók alatt, illetve az eredeti valamint a rekonstruált reflexiós függvény spektrális eltérését, pontosságát.

#### 3.4.1. Színi eltérés

A színbeli eltérést, az alább részletezett módon határoztuk meg. Első lépésként a minták *XYZ* színinger-összetevőit átalakítottuk  $L^*$   $a^*$   $b^*$  értékekre (19), ahol  $X_n$   $Y_n$   $Z_n$  a referencia fehér színinger-összetevőinek az értéke adott megvilágító alatt. Ideális fehér mintát feltételezve ezek az értékek magát a megvilágítót jellemzik.

$$L^{*} = 116 \cdot f\left(\frac{Y}{Y_{n}}\right) - 16, a^{*} = 500 \cdot \left(f\left(\frac{X}{X_{n}}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_{n}}\right)\right), b^{*} = 200 \cdot \left(f\left(\frac{Y}{Y_{n}}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_{n}}\right)\right)$$

$$f(t) = \begin{cases} t^{\frac{1}{3}}, & t > \left(\frac{6}{29}\right)^{3} \\ \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{29}{6}\right)^{2} \cdot t + \frac{4}{29}, & t \le \left(\frac{6}{29}\right)^{3} \end{cases}$$
(19)

Az általunk használt valamennyi színminta esetében a  $t > \left(\frac{6}{29}\right)^3$  feltétel teljesült. Az  $X_n Y_n Z_n$  referencia fehér színinger-összetevők értékeit az *S* spektrális teljesítményeloszlású megvilágító alatt a következő (20) egyenlettel határoztuk meg.

$$X_n = k_{\varphi} \cdot \int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \bar{x}_{\omega}(\lambda) d\lambda, \quad Y_n = 100, \qquad Z_n = k_{\varphi} \cdot \int_{400}^{700} S(\lambda) \cdot \bar{z}_{\omega}(\lambda) d\lambda$$
(20)

Az egyenletben szereplő  $k_{\varphi}$  a normalizációs konstans (7),  $\bar{x}_{\omega}, \bar{y}_{\omega}, \bar{z}_{\omega}$  pedig a *CIE*  $\omega$  látómezőhöz tartozó színinger-megfeleltető függvényei (3. ábra).

Az összehasonlítandó színminták értékei  $L_1^* a_1^* b_1^*$ , valamint  $L_2^* a_2^* b_2^*$ . Ezek után az 1976-os *CIELAB*  $\Delta E_{ab}^*$  színkülönbség meghatározható (21):

$$\Delta E_{ab}^* = \sqrt{(L_2^* - L_1^*)^2 + (a_2^* - a_1^*)^2 + (b_2^* - b_1^*)^2}$$
(21)

A  $\Delta E_{ab}^* = 0$  esetében a vizsgálandó minták teljesen megegyeznek. A [35] munkában megvizsgálták különböző  $\omega$  látómezők és különböző életkorú megfigyelők esetén az adott megvilágító alatt éppen észlehető színbeli különbségekhez tartozó  $\Delta E_{ab}^*$  értékeket. A  $\Delta E_{ab}^* = 1$  [36] esete felel meg az adott megvilágító alatt éppen észlelhető különbségnek. Esetünkben valamennyi rekonstrukció során jóval ezen érték alatt volt  $\Delta E_{ab}^*$  a feltételezett megvilágítók alatt. Az értekezés első felében a különböző rekonstrukciók esetén három megvilágító alatt is (*CIE D*65, *E*, illetve *CIE A*) megadjuk az összes megvizsgált minta  $\Delta E_{ab}^*$ értékeinek átlagát. Ezen megvilágítók közül az egyik mindig a felhasznált, feltételezett megvilágító volt, így itt nagyságrendekkel kisebb értékeket kaptunk, mint egyéb, a rekonstrukció során fel nem használt megvilágítók esetén. Az értekezés azon részében, ahol a különböző megvilágítók hatását vizsgáljuk, csak a feltételezett megvilágítók alatti  $\Delta E_{ab}^*$  értékeit közöljük, hiszen itt olyan esetekben is rekonstruáltunk, ahol "nem ismerjük" az eredeti, felhasznált megvilágító spektrális teljesítményeloszlását.

#### 3.4.2. Spektrális pontosság

A spektrális pontosság jellemzésére két értéket szokott a szakirodalom használni. Az egyik a rekonstrukció jóságát számszerűen jellemző *GFC* (goodness of fit coefficient) (22).

$$GFC = \frac{\sum_{i=1}^{31} \varphi(\lambda_i) \cdot \varphi_r(\lambda_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{31} \varphi(\lambda_i)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{31} \varphi_r(\lambda_i)^2}}$$
(22)

Az egyenletben szereplő  $\varphi(\lambda_i)$  az adott minta reflexiós függvénye  $\lambda_i$  hullámhosszon,  $\varphi_r(\lambda_i)$  pedig a rekonstruált spektrum  $\lambda_i$  hullámhosszon. Amennyiben GFC = 1 az a tökéletes egyezésnek felel meg, tehát minél jobban megközelíti a GFC érték az 1-et, annál pontosabb a spektrális rekonstrukció. A formula megfelel két absztrakt vektor által bezárt szög koszinuszának a skaláris vektorterek elméletében.

A rekonstrukció spektrális pontosságát leíró másik jellemző az eredeti, és a rekonstruált spektrumok eltéréseinek megfelelően a rekonstrukció hibáját adó *RMS*(root mean square) érték (23).

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{31} \cdot \sum_{i=1}^{31} (\varphi(\lambda_i) - \varphi_r(\lambda_i))^2}$$
(23)

Az egyenletben lévő jelölések megegyeznek a (22) egyenlet jelöléseivel. Minél kisebb ez az érték, annál kisebb a spektrális hiba, vagyis annál jobb a rekonstrukció pontossága.

Az *RMS* fenti (23) egyenlet szerinti meghatározásánál a színtan szakembereinek hiányérzetük támadhat. A (23) formula minden hullámhossz-értéknél azonos súllyal számol, és nem veszi azt figyelembe, hogy az emberi szem nem azonos érzékenységű a különböző hullámhosszakon. Az emberi szem érzékenységét megadó, a villogásos fotometriai alapkísérletből származtatott  $V(\lambda)$  láthatósági függvény alapján (4. ábra) megállapítható, hogy a látható spektrum széleinél a szem érzékenysége jóval kisebb, mint a tartomány belsejében.



4. ábra. A  $V(\lambda)$  láthatósági függvény

A fentieket figyelembe véve módosítottuk az eredeti (23) *RMS* értékét, így a négyzetes eltérést a  $V(\lambda)$  láthatósági függvénynek megfelelően súlyoztuk (24). Az így bevezetett súlyozott *RMS* (wighted *RMS*, *wRMS*) értéke az emberi szem érzékenységét figyelembe véve jobban jellemzi az eredeti, illetve a rekonstruált reflexiós függvények eltérését, hiszen a spektrum széleinél fennálló eltérések kevésbé jelentősek, mint a látható tartomány belsejében.

$$wRMS = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{31} \bar{y}(\lambda_i)} \cdot \sum_{i=1}^{31} \bar{y}(\lambda_i) \cdot \left(\varphi(\lambda_i) - \varphi_r(\lambda_i)\right)^2}$$
(24)

Az értekezésben bemutatásra kerülő, különböző módszerekkel történő rekonstrukciók esetében a grafikus ábrázolás mellett minden esetben bemutatjuk a fenti értékeket is, amelyek együttesen kvantitatív módon jellemzik a rekonstrukció pontosságát.

#### A 3.4. fejezet összefoglalása:

Ebben a fejezetben bemutatom a rekonstrukció pontosságát leíró, a szakirodalomban használt értékeket. A színi eltérést megadó érték mellett bemutatom a spektrális pontosságot jellemző értékeket is.

## 4. A felhasznált megvilágítók

A (6) egyenlet szerint az S relatív spektrális teljesítményeloszlással rendelkező sugárforrásnak fontos szerepe van az XYZ színinger-összetevők meghatározásakor. Termikus sugárzók esetén, amelyeknél a fény izzásból származik, beszélhetünk színhőmérsékletről, ami az izzó fényforrás tényleges hőmérséklete Kelvinben mérve. Nem hőmérsékleti sugárzók esetén bevezethető a korrelált színhőmérséklet fogalma. A korrelált színhőmérséklet azon izzó fekete test valódi hőmérsékletével egyezik meg, amely sugárzásának színessége a legkisebb mértékben tér el az adott fényforrás színességétől. Egy színes minta másfajta színérzetet kelthet különböző fényforrások alatt. Amennyiben ismerjük az fényforrások fehérpontjait  $X_nY_nZ_n$ , akkor meghatározhatók a különböző fényforrások alatti színérzetek. A modern fényképezőgépek lehetőséget adnak a fényforrások beállítására, ezáltal fehérpontjuk megadására, így egy fehér lapot fehérnek látunk az elkészült képen más és más fényforrások esetében is. A megvilágítók szerepéről több kutatás is beszámolt [37]-[39].

A munkánk során mi is több különböző spektrális teljesítményeloszlással rendelkező megvilágítót tételeztünk fel, mert kíváncsiak voltunk, hogy ötleteink hogyan működnek ezek alatt. A *CIE* standard megvilágítói közül többel is dolgoztunk. A nappali sugáreloszlásokat jellemző négy megvilágító közül a két legfontosabbal, a *CIE D65* és *CIE D50* megvilágítókkal számoltunk. A fénycsöveket a mai napig nem szorította ki semmi. A régieket mellőzhetjük, de a háromsávosak fontosak. Ezek közül a *CIE* szabvány *F11* megvilágítót választottuk. Felhasználtunk különböző színhőmérsékletű Planck-sugárzókat. Ezek közül az egyik az izzólámpához rögzített *CIE A*. Dolgoztunk továbbá az ekvienergetikus *E* megvilágítóval, ami nem *CIE* megvilágító, de gyakran használják. Végül felhasználtunk különböző korrelált

színhőmérsékletű fehér LED megvilágítókat is. A felhasznált megvilágítók a következőkben kerülnek bemutatásra [40]-[42].

## 4.1. CIE standard megvilágítók

#### 4.1.1. CIE D65 standard megvilágító

A színtan fejlődése során felmerült az igény arra, hogy a Napból a Föld felszínére érkező, az égbolt szűrő és szóró hatása által módosított sugárzás spektrumát valamiképpen modellezni, mi több, megfelelően választott feltételek mellett szabványosítani kellene. E törekvés eredményét testesítik meg a *nappali sugárzáseloszlások*. Közülük a leggyakrabban a *CIE D*65 sugárzáseloszlást használjuk. A *CIE D*65 megvilágító teljesítményeloszlását az 5. ábra mutatja.



5. ábra. A CIE D65 megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

#### 4.1.2. CIE D50 standard megvilágító

Ennek a nappali sugáreloszlásnak 5 003K a korrelált színhőmérséklete. A *CIE D*50 megvilágító teljesítményeloszlását a 6. ábra mutatja.



6. ábra. A CIE D50 megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

#### 4.1.3. CIE A standard megvilágító

Ezt a megvilágítót tételezzük fel, amennyiben volfrám izzószálas sugárforrást használunk. Teljesítményeloszlása megfelel a 2856K Planck-sugárzónak. A *CIE A* megvilágító teljesítményeloszlását a 7. ábra mutatja.



7. ábra. A CIE A megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

#### 4.1.4. CIE F11 standard megvilágító

A *CIE F* standard megvilágítókat fénycsövek színképi teljesítményeloszlásának modellezésére vezették be. A *CIE F*11 a keskenysávú, 4 000K korrelált színhőmérsékletű fénycső teljesítményeloszlásának megfelelő. A 8. ábra a *CIE F*11 spektrális teljesítményeloszlását mutatja.



8. ábra. A CIE F11 megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

## 4.2 Ekvienergetikus E megvilágító

Ez a megvilágító konstans spektrális teljesítményeloszlással rendelkezik. Ezen elméleti sugárforrás minden hullámhosszhoz azonos értéket rendel. Az ekvienergetikus megvilágító teljesítményeloszlását a 9. ábra mutatja.



9. ábra. Az E megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

## 4.3. Planck-sugárzók

A kutatás során felhasználtunk öt különböző színhőmérsékletű Planck-sugárzót is, amelynek spektrális teljesítményeloszlása a 25. egyenlet alapján meghatározható.

$$E(\lambda,T) = \frac{8 \cdot \pi \cdot c \cdot h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{T \cdot \lambda \cdot k}} - 1}$$
(25)

Az egyenletben szereplő c a fény sebessége vákuumban, k a Boltzmann-állandó, h a Planckállandó. Az így kapott teljesítményeloszlást  $\lambda = 560 nm$ -hez normalizáltuk ( $\lambda = 560 nm$ hullámhossznál a CIE hagyományai szerint 100-nak választjuk a megvilágítók relatív spektrális teljesítményeloszlásának értékét), majd a (6) egyenlet alapján meghatároztuk a T abszolút hőmérséklethez tartozó XYZ értékeket, amelyekből a (26) egyenlet segítségével megkaptuk az u', v' értékeket.

A felhasznált Planck-sugárzók színhőmérsékletei: 6 504K, 5 454K, 5 003K, 5 000K, illetve 4 000K. Ezek a színhőmérsékletek a későbbiekben bemutatásra kerülő okok miatt megfelelnek a fentebb bemutatott *CIE D65*, *E*, *CIE D50*, *LED1*, *LED2*, *CIE F11* megvilágítók korrelált színhőmérsékleteinek. A 10. ábra ezen Planck-sugárzók spektrális teljesítményeloszlásait mutatja.



10. ábra. A különböző színhőmérsékletű Planck-sugárzók spektrális teljesítményeloszlásai

## 4.4. LED megvilágítók

Az értekezésben elvégzett vizsgálatok, számítások igényeinek megfelelően több különböző típusú LED megvilágítót szerettünk volna felhasználni, oly módon, hogy a megvilágítók korrelált színhőmérsékletét mi tudjuk meghatározni. Fehér LED-et alapvetően két módon szoktak előállítani. Kék (InGaN, GaN, SiC) LED és másodlagos sugárzóként alkalmazott lumineszcens fényporréteg felhasználásával kétsávos, úgynevezett fényporos fehér LED-et

kaphatunk. Előállítható háromsávos fehér LED *RGB* LED-ek megfelelően súlyozott keverésével [43], [44].

Kíváncsiak voltunk arra, hogy miként alakul a rekonstrukció abban az esetben, ha azonos korrelált színhőmérsékletű, de különböző spektrális teljesítményeloszlású megvilágítót tételezünk fel. Ennek érdekében felállítottunk egy modellfügvényt, amelynek segítségével egy általunk megadott színhőmérséklethez tudtunk olyan spektrális teljesítményeloszlásokat meghatározni, amelyek minden további nélkül származhatnának valós LED fényforrásoktól, és amelyeket azután felhasználtunk a rekonstrukció során. A modellfügvény felállítása során a *CIELUV* rendszerét használtuk. Korábbi munkákban már modelleztek LED fényforrásokat, de ezek egyike sem adott korrelált színhőmérséklethez tartozó spektrális teljesítményeloszlásokkal foglalkozott [45]-[47].

Az XYZ színinger-összetevők, valamint az  $L^*u^*v^*$  értékek kapcsolatát az alábbi (26) egyenlet határozza meg

$$L^* = 116 \cdot \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{\frac{1}{3}} - 16, \qquad u^* = \frac{4 \cdot X}{X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z}, \qquad v^* = \frac{9 \cdot Y}{X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z}$$
(26)

Első esetben 5000K korrelált színhőmérsékletű fényporos fehér LED megvilágítót készítettünk megfelelő modellfüggvény segítségével a következő módon.

Először ismert spektrális teljesítményelsozlású LED-ek segítségével meghatároztuk modellfüggvényünk paramétereit, amelyeket a következő lépésben felhasználtunk a kívánt korrelált színhőmérsékletű fehér LED spektrális teljesítményeloszlásának meghatározásához. Az NIST (National Institute of Standards and Technology) LED adatbázisából kiválasztottunk

12 fényporos fehér LED-et, 1nm lépésközzel (11. ábra).



11. ábra. A modellfüggvényhez felhasznált fényporos fehér LED-ek

Mivel a kvázimonokromatikus LED fényforrások spektrális teljesítményeloszlása (12. ábra) az enyhe aszimmetriától és a csúcsosságtól eltekintve a Gauss eloszláshoz hasonlít (27), ezért a modellfüggvény megalkotásához ebből indultunk ki.



12. ábra. Kvázimonokromatikus LED spektrális teljesítményeloszlása

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
(27)

A kérdéses fehér LED spektrális teljesítményeloszlását két modellfüggvény (28) összege adja. Egyik mindig a LED kéktartalmát modellezi, a másik mindig a fényport. Mindezt úgy, hogy ezek az egyetlen lokális maximummal rendelkező görbék sosem szimmetrikusak.

$$S = \begin{cases} S_{max} \cdot p_1^{-\left|\frac{\lambda_i - \lambda_{max}}{b_1}\right|^{k_1}}, & \lambda_i < \lambda_{max} \\ S_{max} \cdot p_2^{-\left|\frac{\lambda_i - \lambda_{max}}{b_2}\right|^{k_2}}, & \lambda_i \ge \lambda_{max} \end{cases}$$
(28)

Az egyenletben szereplő  $S_{max}$  a spektrális teljesítményeloszlást leíró függvény maximuma  $\lambda_{max}$  hullámhossznál.  $p_1, b_1, k_1, p_2, b_2, k_2$  a modellfüggvény paraméterei, amelyek meghatározása optimalizációval történt az alábbiak szerint.

Mind a 12 fényporos fehér LED (11. ábra) esetén elvégeztük a modellfüggvény paramétereinek meghatározását, majd ezek közül azt használtuk a továbbiakban, amelyiknél legjobban sikerült az illesztés.

Az optimalizációhoz a Microsoft, Excel programjának Solver függvényét alkalmaztuk.<sup>4</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> A *Solver* egy parancseszköz, amely segít egy általunk kiválasztott célcella értékének maximumát, vagy minimumát megkeresni. A keresés során *Solver* változtatja azon cellákban lévő értékeket, amelyek kapcsolódnak

Az optimalizáció költségfüggvénynek (29) megadtuk, hogy a LED kék, illetve fényportartalmát modellező függvények összegéből kapott fényporos fehér LED spektrális teljesítményeloszlásából, illetve katalógusból kiválasztott fényporos fehér LED spektrális teljesítményeloszlásából képzett négyzetes eltérések összege minimális legyen (13. ábra). Az optimalizáció során megkaptuk a (28) modellfüggvény  $p_1$ ,  $b_1$ ,  $k_1$ ,  $p_2$ ,  $b_2$ ,  $k_2$  paramétereit, mind a LED kék tartalmára, mind a fényporra vonatkozóan.



 ábra. Fényporos fehér LED teljesítményeloszlásának modellezése. Folytonos szürke vonal az eredeti fehér LED, szaggatott vonal a modellfüggvény által szolgáltatott teljesítményeloszlás.

Ezek után az így kapott  $p_1, b_1, k_1, p_2, b_2, k_2$  paramétereket felhasználva elkészítettük az 5 000K korrelált színhőmérsékletű fényporos fehér LED spektrális teljesítményeloszlását.

Első lépésként a Planck-féle sugárzási törvény (25) alapján meghatároztuk adott *T* hőmérsékletű Planck-sugárzó spektrális teljesítményeloszlását.

Ezek után a modellfügvényünk paramétereit felhasználva az előállítandó *T* korrelált színhőmérsékletű LED kéktartalmához, illetve fényporrétegéhez tartózó  $S_{max}$  és  $\lambda_{max}$  értékeket optimalizációval úgy határoztuk meg, hogy a modellezett fényporos fehér LED-hez tartozó  $u'_{LED}$ , valamint a *T* hőmérsékletű Planck-sugárzóhoz tartozó u', v' értékekből felírt

az általunk kijelölt cellához. Az *Excel* úgy változtatja meg a kapcsolódó cellatartomány értékeit, hogy az általunk kiválasztott cellának a beállítás szerint maximális, vagy minimális legyen az értéke. A *Solver* lehetőséget ad korlátozó feltételek megadására, amelyek olyan cellákra vonatkozhatnak, amelyekre nem tartalmaz hivatkozást a célcella képlete, így nem befolyásolják a célcella értékét [48]-[50].

költségfüggvénynek (30) minimuma legyen. Az optimalizációhoz az *Excel Solver* eszközét használtuk.

$$d = \sqrt{(u'_{LED} - u')^2 + (v'_{LED} - v')^2}$$
(30)

Az alábbi 14. ábrán az 5 000K korrelált színhőmérsékletű modellezett fényporos fehér LED spektrális teljesítményeloszlása látható, amelyet a későbbiekben a rekonstrukciónál megvilágítóként feltételeztünk. A 15. ábrán az 5 000K abszolút hőmérsékletű Planck-sugárzó, a modellezett fehér LED, valamint ennek kék tartalmának és fényporának u'v' színességi értékei láthatók.



 ábra. Az 5 000K korrelált színhőmérsékletű fényporos fehér LED teljesítményeloszlása, pontozott vonallal.



15. ábra. A modellek u'v' értékei.

A következőkben meghatároztuk egy 5 000K korrelált színhőmérsékletű háromsávos fehér LED spektrális teljesítményeloszlását is. Háromsávos fehér LED-et katalógusból kiválasztott ismert teljesítményeloszlású *RGB* LED-ek (16. ábra) megfelelően súlyozott összegével képeztünk.



16. ábra. Az RGB LED-ek spektrális teljesítményeloszlása

Az egyes LED-ek súlyait optimalizációval úgy határoztuk meg, hogy az adott hőmérsékletű, jelen esetben 5 000K Planck-sugárzó (25) u'v' értékeiből, valamint a modellezett háromsávos fehér  $u'_{LED}v'_{LED}$  értékeiből képzett költségfüggvénynek (30) minimuma legyen. Az optimális súlyok meghatározásához ebben az esetben is a *Solver* modult használtuk. Az alábbi 17. ábrán az *RGB* LED-ek súlyozott összegével modellezett háromsávos fehér LED spektrális teljesítményeloszlása látható, amelyet a későbbi rekonstrukció során felhasználtunk.



17. ábra. Háromsávos fehér LED modell spektrális teljesítményeloszlása

A 18. ábra a modellben szereplő LED-ek, valamint az adott hőmérsékletű Planck-sugárzó u'v' értékeit mutatja.



18. ábra. A LED-ek, illetve a Planck-sugárzó u', v' értékei

A spektrális rekonstrukciók során a bemutatott standard *CIE* megvilágítók, mellett egy 5 000K korrelált színhőmérsékletű fényporos, modellezett fehér LED-et, egy 5 000K korrelált színhőmérsékletű háromsávos modellezett fehér LED-et, egy az előzőekhez hasonlóan modellezett 6 504K korrelált színhőmérsékletű fényporos fehér LED-et, valamint egy 6 504K korrelált színhőmérsékletű háromsávos modellezett fehér LED-et is felhasználtunk. Az 5 000K-es fényporos fehér LED megvilágítót a továbbiakban LED1-nek, az 5 000K-es háromsávos LED megvilágítót LED2-nek, a 6 504K-es fényporos fehér LED-et LED3-nak, a 6 504K-es háromsávos fehér LED-et LED4-nek fogjuk nevezni. A 19. ábrán a fényporos modellezett fehér LED-ek, a 20. ábrán a háromsávos modellezett fehér LED-ek spektrális teljesítményeloszlása látható.



19. ábra. A fényporos fehér LED megvilágító spektrális teljesítményeloszlása



20. ábra. A háromsávos fehér LED megvilágító megvilágító spektrális teljesítményeloszlása

A következő 1. táblázat összefoglalva mutatja a felhasznált megvilágítókat.

Név	Fizikai eredet	Szabványosított?	X <sub>n</sub>	Y <sub>n</sub>	$Z_n$	T <sub>korr</sub>
CIE D65	napfény	igen	94,94	100,00	108,71	6504 K
CIE D50	napfény	igen	96,31	100,00	82,41	5003 K
CIE A	Planck	igen	109,69	100,00	35,55	2856 K
E		igen	99,86	100,00	99,71	5454 K
CIE F11	fénycső	igen	100,74	100,00	63,88	4000 K
Planck 6504	Planck	igen	96,74	100,00	111,81	6504 K
Planck 5000	Planck	igen	98,03	100,00	86,03	5000 K
Planck 5003	Planck	igen	98,02	100,00	88,09	5003 K
Planck 5454	Planck	igen	97,40	100,00	94,64	5454 K
Planck 4000	Planck	igen	100,86	100,00	64,32	4000 K
LED 1	fehér LED	nem	98,03	100,00	86,03	5000 K
LED 2	fehér LED	nem	98,03	100,00	86,03	5000 K
LED 3	fehér LED	nem	96,74	100,00	111,81	6504 K
LED 4	fehér LED	nem	96,74	100,00	111,81	6504K

1. táblázat. A felhasznált megvilágítók

#### A 4. fejezet összefoglalása:

A fejezetben bemutatom a kutatás során felhasznált megvilágítókat. Ezek között vannak standard CIE megvilágítók, valamint Planck-sugárzók. A kutatáshoz szükség volt különböző korrelált színhőmérsékletű fényporos illetve háromsávos fehér LED-ek spektrális teljesítményeloszlására. Ennek érdekében a Planck-féle sugárzási törvény alapján elkészített modellfüggvénnyel meghatároztam 5000K és 6504K korrelált színhőmérsékletű fényporos illetve háromsávos fehér LED-ek spektrális karakterisztikáját.

## 5. Spektrális rekonstrukció a feltételes szélsőértékkereséssel

## 5.1. Munsell-minták

#### 5.1.1. Az optimalizációs folyamat

A vizsgálat első lépéseként 373 Munsell-színminta analízisét végeztük el, *E* megvilágítót feltételezve (21. ábra) [51].

A színbeli eltérés meghatározhatósága végett az *XYZ* színinger-összetevők érétkeit átváltottuk  $L^*a^*b^*$  értékekre a (19) egyenletek szerint.

A mintáknak adott volt a reflexiós függvényük 400 nm-től 700 nm-ig 10 nm-es lépésközzel (22. ábra). Ez 31-dimenziós vektortérben való ábrázolásmódot jelent, így a sajátvektoraink 31 is komponensűek voltak. Ezen spektrumokat használtuk fel az átlagvektor, valamint sajátvektorok előállításához (23. ábra), amelyekkel azután tetszőleges minták spektrális rekonstrukcióját is elvégeztük úgy, hogy csak a minta színinger-összetevő értékeit tekintettük ismertnek. A mintahalmaz főkomponens analízisét a *Matlab* szoftverrel végeztük el.



21. ábra. A Munsell-minták eloszlása az  $a^*b^*$ síkon



22. ábra. Az 5B6/10 Munsell minta reflexiós függvénye



23. ábra. A Munsell-minták átlagvektora és az első öt sajátvektora
Az analízissel kapott sajátvektorok lineáris kombinációjával a (4) és (5) egyenlet felhasználásával a spektrum rekonstruálható. A kérdés csupán az, hogy miként lehet a lineáris kombinációban szereplő sajátvektorok  $\tau_i$  együtthatóit, azaz főkomponenseit meghatározni akkor, ha nem ismerjük az eredeti reflexiós függvényt. Az eddigi munkákban ezen együtthatókat a (13) egyenlet felhasználásával kapták meg, ezzel azonban csak az első három sajátvektor vonható be a rekonstrukcióba. Ez a módszer soha nem jelent mást, mint egy három ismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldását. A rekonstruált reflexiós függvények pedig ritkán adnak okot elégedettségre.

Szerettünk volna az eddigieknél jóval pontosabb rekonstrukciót elérni, ehhez viszont szükség volt további sajátvektorok bevonására. A probléma ezzel kapcsolatban az volt, hogy az eddigi módszerek csak az első három főkomponenst tudták meghatározni, több komponens bevonása alulhatározott egyenletrendszerhez vezetne. A következőkben megmutatjuk, hogy miként lehet az eddigi numerikus eljárásoktól eltérő módszerrel további  $\tau_i$  együtthatókat meghatározni, ezáltal újabb vektorokat számításba venni a lineáris kombinációnál (4), (5) annak érdekében, hogy korábbi rekonstrukcióknál jobb eredményeket kapjunk.

A  $\tau_i$  együtthatók meghatározásánál első esetben célul tűztük ki, hogy az ismeretlen spektrumú színminta  $X_0 Y_0 Z_0$  színinger-összetevőiből, valamint a  $\tau_i$  együtthatók és a sajátvektorok lineáris kombinációjával rekonstruált  $\varphi$  spektrális eloszlásból a (4) és (5) egyenlet felhasználásával megkapott *XYZ* színinger-összetevő értékeiből képzett *d* függvénynek (31) minimuma legyen<sup>5</sup>.

$$d = (X_0 - X)^2 + (Y_0 - Y)^2 + (Z_0 - Z)^2$$
(31)

A (31) költségfüggvény minimumának megkeresése optimalizációs feladat, amelynek megoldása a (4), (5) egyenlet  $\tau_i$  együtthatóit, a főkomponenseket szolgáltatja. Ezen együtthatókkal végzett lineáris kombináció adja a vizsgált színminta *egy* metamerének reflexiós függvényét. Ebben az esetben valamint a dolgozat további részeiben is az optimalizáció költségfüggvényével kapcsolatban, illetve az algoritmizálás során az ismeretlen spektrumú minta színinger-összetevőit  $X_0 Y_0 Z_0$  jelöléssel, a rekonstrukció során kapott metamer színinger-összetevőit *XYZ* jelöléssel illetjük. A kutatás során az optimalizációs feladatot először az *Excel* program *Solver* funkciójával oldottuk meg.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Költségfüggvényünknél nem az Euklideszi norma szerinti formát alkalmaztuk, hanem a sokak által használt legkisebb négyzetek módszerét. Vizsgálataink alapján a két forma által szolgáltatott főkomponensekből számított értékek eltérése elhanyagolhatóan kicsi.

Későbbiekben azonban más módon kellett megoldani az optimalizálást, mert szerettük volna a folyamatot automatizálni, több ezres színhalmazra elvégezni, a kapott együtthatókat eltárolni, annak érdekében, hogy a továbbiakban a rekonstrukció olyan eszközökkel is elvégezhető legyen, amelyek nem rendelkeznek a megfelelő számítási kapacitással a folyamat rövid futásidejű végrehajtásához. Így a kutatás folytatásaként egy saját genetikus optimalizáló programot használtunk, amelynek leírása és a vele végzett optimalizáció az értekezés második felében kerül bemutatásra.

A következő kérdés az volt, hogy hány sajátvektort használjunk az optimalizáció során. Mivel egy adott szín három színinger-összetevővel vagy további színterek három megfelelő mennyiségével jellemezhető, ezért az első három sajátvektor használata ésszerűnek tűnik. Az eddigi kutatások a fentebb említettek miatt szintén csak három sajátvektort használhattak. A későbbi összehasonlíthatóság kedvéért először elvégeztük a rekonstrukciót az első három sajátvektorral a (31) egyenlet által meghatározott költségfüggvény minimumának megkeresésével, az általa adott  $\tau_i$  együtthatókkal. A lineáris kombinációban a sajátvektorok fontosságát a sajátértékeik határozzák meg. A 24. ábra bal oldalán az első öt sajátvektor sajátértéke látható, a jobb oldalán pedig csak a 3., 4., 5. sajátvektorok sajátértékei láthatók ráközelítve. Az ábráról látható, hogy az első három sajátvektor szerepe kiemelkedő, de még a negyedik, illetve ötödik sajátvektorok is jelentősen befolyásolják a rekonstrukció pontosságát. Nem is beszélve arról a tényről, hogy pusztán az első három sajátvektor használata általában olyan rekonstruált színképet eredményez, melyek a valóságban egyszerűen nem fordulnak elő! 1-nél nagyobb maximumok, negatív visszaverési értékek stb. További sajátvektorok bevonása nem javította jelentősen a rekonstrukció pontosságát, viszont számottevően megnövelte az optimalizáció futásának idejét. Ebből adódóan a továbbiakban az első öt sajátvektorral dolgoztunk.



24. ábra. A Munsell-minták első öt sajátvektorának sajátértéke.

### A 5.1.1. fejezet összefoglalása:

A fejezetben meghatároztam 373 Munsell-minta sajátvektorait illetve sajátértékeit. A sajátértékek alapján megállapítottam, hogy az első három sajátvektor mellett a negyedik és ötödik sajátvektor is jelentős szereppel bír. Ezen sajátvektorokat a korábbi módszerek nem tudták figyelembe venni. A problémát megfelelő költségfüggvény minimumának optimalizációval történő megkeresésével valósítottam meg. Az optimalizációhoz munkám első részében a Microsoft cég Excel programjának Solver eszközét alkalmaztam.

### 5.1.2. A Munsell-minták rekonstrukciója

A Munsell-mintákból képzett sajátvektorokat felhasználva a *Solver* optimalizálandó költségfüggvényének a (31) egyenletet megadva elvégeztük a lineáris kombinációban szereplő  $\tau_i$  együtthatók meghatározását, illetve ezen együtthatókkal az ismeretlennek feltételezett spektrum meghatározását a (4), (5) egyenlet alapján. Az optimalizáció első lépéseként az első három sajátvektort használtuk fel. Az alábbi ábrán (25. ábra) négy véletlenszerűen kiválasztott Munsell-színminta rekonstrukciója látható az első három sajátvektorral. Az optimalizáció során ekvienergetikus *E* megvilágítót tételeztünk fel.





25. ábra. Munsell-minták rekonstrukciója az első három sajátvektorral. Az eredeti spektrum színes vonal, a rekonstruált szaggatott fekete vonal.

Az 2. táblázat a rekonstrukció számszerű jellemzésére alkalmas mennyiségeket mutatja.

2. táblázat.  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékek Munsell-minták esetén 3 sajátvektoros optimalizációval.

Munsell-minták, 3 sajátvektor, Solver								
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)				
1.	0,0705	0,0756	0,9897	3,27E-05				
2.	0,0384	0,0344	0,9722	2,05E-05				
3.	0,0333	0,0256	0,9535	8,60E-06				
4.	0,0432	0,0455	0,9971	2,48E-05				
				E: 2,17E-05				
átlag	0,0464	0,0453	0,9781	CIE D65: 1,0136				
-				CIE A: 6,0064				

A 25. ábráról, valamint a 2. táblázatból leolvasható, hogy annak ellenére, hogy a  $\Delta E_{ab}^*$  értéke kicsi a felhasznált megvilágító alatt, tehát az optimalizáció metamert talált, a három sajátvektorral végzett rekonstrukció nem adja meg az kívánt eredményt, a rekonstruált reflexiós függvény kvalitatív tulajdonságai nem jók. Több esetben jelentősebb eltérések adódtak a rekonstruált, illetve az eredeti spektrumok között. Megfigyelhető az is, hogy némely esetekben a rekonstruált reflexiós függvényünk negatív értékeket is felvett. Teljesen telített, monokromatikus források színének esetében ez érthető, hiszen ezeknek saját magukon kívül nincs metamerük, így az optimalizáció nem tud nem negatív értékű, valós metamert találni ezekhez a színekhez. A természetben előforduló minták azonban ritkán teljesen telítettek, az esetek döntő többségében a reflexiós függvényük sima, mentes a nagyobb kiugrásoktól, kicsi az oszcillációjuk és természetesen a függvénynek nem lehetnek negatív értékei. További sajátvektorok bevonásával javítható a rekonstrukció pontossága, meg kell azonban oldani, hogy a rekonstruált metamer reflexiós függvényének alakja a fent leírtak értelmében megfeleljen valós minták reflexiós függvényeinek. Csökkenthetjük a lehetséges metamerek számát, ezáltal közelebb kerülhetünk az eredeti reflexiós függvényhez, amennyiben kizárjuk a metamerek azon csoportját, amelyek a fentiek szerint eleve nem fordulhatnak elő valós színminták között. Mindezek figyelembevételével szükségessé vált két korlátozó feltétel bevezetése annak érdekében, hogy az optimalizáció során megkapott együtthatókkal olyan rekonstruált függvényeket tudjunk a lineáris kombinációval előállítani, amelyek kvalitatív tulajdonságai minél jobbak, amelyek minél jobban megközelítik a valós minták reflexiós függvényeit. Ezen feltételeket kellett a *Solver* parancseszköznek megadnunk.

A reflexiós függvény pozitivitására vonatkozó feltétel megadása egyszerűen történt. Nem engedtük meg, hogy a *Solver* az optimalizáció során olyan  $\tau_i$  főkomponenseket generáljon, amelyekkel a lineáris kombináció negatív értékeket is felvevő reflexiós függvényt adna. A valós színminták reflexiós függvényének alakjára vonatkozó feltételt a reflexiós függvényből képzett első, illetve második deriváltakra vonatkozó korlátozással vettük figyelembe. Az első deriválttal a  $\varphi$  függvény ívhosszát korlátoztuk *a*-tól *b*-ig az  $L(\varphi, a, b)$  funkcionálnak megfelelően (32), (33). Így lehet elkerülni azt, hogy a függvény túl sok, jelentősen eltérő lokális maximumot, vagy minimumot tartalmazzon, azaz "ne oszcilláljon túlságosan".

$$\int_{a}^{b} \sqrt{1 + \left(\varphi'(\lambda)\right)^{2}} \, d\lambda \tag{32}$$

$$\varphi'(\lambda) \approx \frac{\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - \Delta\lambda)}{\Delta\lambda}$$
 (33)

A (33) egyenletet a (32) egyenletbe behelyettesítve, figyelembe véve, hogy a minták reflexiós függvénye 400 nm-től 700 nm-ig 10nm-es lépésközzel adott,  $\Delta \lambda = 10$  a következőt kapjuk (34).

$$\int_{400}^{700} \sqrt{1 + (\varphi'(\lambda))^2} \, d\lambda \approx \sum_{410}^{700} \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - \Delta\lambda)}{\Delta\lambda}\right)^2} \cdot \Delta\lambda =$$

$$= \sum_{410}^{700} \sqrt{1 + \frac{(\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - \Delta\lambda))^2}{(\Delta\lambda)^2}} \cdot \Delta\lambda =$$
(34)

$$=\sum_{410}^{700}\sqrt{(\Delta\lambda)^2 + (\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - \Delta\lambda))^2} =$$
$$=\sum_{410}^{700}\sqrt{100 + (\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - 10))^2}$$

Az ívhosszból kivonva a (34) egyenletnek megfelelően a konstans függvény ívhosszát, a  $\sum_{410}^{700} \sqrt{100}$  értékét, megkapjuk a redukált ívhosszt.

A második deriválttal a függvény "simaságát" vettük figyelembe (35), (36). Amennyiben a függvény érdes, recés, akkor az  $S(\varphi, a, b)$  (35) értéke nagy.

$$\int_{a}^{b} |\varphi''(\lambda)| \, d\lambda \tag{35}$$

$$\varphi^{\prime\prime}(\lambda) \approx \frac{\varphi(\lambda - \Delta\lambda) - 2 \cdot \varphi(\lambda) + \varphi(\lambda + \Delta\lambda)}{(\Delta\lambda)^2}$$
(36)

A (36) egyenletet figyelembe véve a (35) egyenlet az alábbiak szerint alakul a reflexiós függvények esetében (37), amelyet nevezzünk el simasági értéknek.

$$\int_{400}^{700} |\varphi''(\lambda)| \, d\lambda \approx \sum_{410}^{690} \frac{\varphi(\lambda - \Delta\lambda) - 2 \cdot \varphi(\lambda) + \varphi(\lambda + \Delta\lambda)}{(\Delta\lambda)^2}$$
(37)

További részletek a [52] publikációban olvashatók. Így tudtuk elérni, hogy a rekonstruált spektrum mentes legyen a kiugrásoktól, kevéssé oszcilláljon, valamint jobban hasonlítson valós színminták spektrumainak alakjaira.

A két fenti feltétel mellé az első három sajátvektorhoz további két vektort, a negyedik és ötödik sajátvektort vontuk be a rekonstrukcióba a pontosság javítása érdekében. A *Solver* optimalizálandó költségfüggvényének továbbra is a (31) egyenlet szolgált, kiegészítő feltételként megadtuk a pozitivitást, illetve a (34), (36) egyenletnek megfelelően korlátoztuk a rekonstruált reflexiós függvény ívhosszát. A 26. ábra a Munsell-minták redukált ívhosszát mutatja a (34) egyenlet alapján.



26. ábra. A Munsell-minták redukált ívhossza

A 27. ábrán a (37) egyenlet alapján meghatározott simasági érték látható a Munsell-minták esetében.



27. ábra. A Munsell-minták simasági értéke

Így a *Solver* ezen feltételeket is figyelembe vette a (31) költségfüggvény minimumának meghatározásával nyert  $\tau_i$  együtthatók előállításánál. Ezek alapján nem csak az első három, hanem az első öt sajátvektort figyelembe véve futattuk le az optimalizációt, amely szolgáltatta az első öt sajátvektor  $\tau_i$  főkomponenseit, amelyekkel elvégeztük a (4), (5) egyenleteknek megfelelően a rekonstrukciót. A következő, 28. ábrán látható a négy véletlenszerűen kiválasztott Munsell-színminta esetén elvégzett rekonstrukció három sajátvektorral, illetve öt sajátvektorral kiegészülve a pozitivitásra, és az ívhosszra, simaságra vonatkozó (34), (36) korlátozó feltételeinkkel.



28. ábra. Munsell-minták rekonstrukciója három, illetve öt sajátvektorral. Az eredeti spektrum színes, rekonstrukció 5 vektorral folytonos fekete, 3 vektorral szaggatott.

Az optimalizáció során meghatározott (31) költségfüggvényünk értéke egy ezred érték alatt maradt. Elmondhatjuk tehát, hogy a rekonstrukció során az eredeti minta egy metamerének reflexiós függvényét kaptuk meg. A 3. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékek alakulását mutatja.

Munsell-minták, Solver									
	3 sajátvektor				5 sajátvektor				
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)	
1.	0,0705	0,0756	0,9897	3,27E-05	0,0292	0,0223	0,9986	1,82E-04	
2.	0,0384	0,0344	0,9722	2,05E-05	0,0169	0,0189	0,9948	6,47E-04	
3.	0,0333	0,0256	0,9535	8,60E-06	0,0165	0,0148	0,9891	2,28E-05	
4.	0,0432	0,0455	0,9971	2,48E-05	0,0374	0,0437	0,9978	1,07E-03	
				E: 2,17E-05				E: 4,81E-04	
				CIE D65:			0,9951	CIE D65:	
átlag	0,0464	0,0453	0,9781	1,0136	0,0250	0,0249		0,4514	
				CIE A:				CIE A:	
				6,0064				1,8131	

3. táblázat.  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékek Munsell-minták esetében, 3, illetve 5 vektoros optimalizációnál

Az 28. ábráról, illetve a 3. táblázatból látható, hogy a rekonstrukció pontosságán jelentősen javított az, hogy az első három sajátvektor helyett az első öt sajátvektort használtuk a lineáris kombináció során, valamint figyelembe vettük a valós színminták alakjának megfelelő korlátozásokat. A  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értéke elenyésző mértékben nagyobb lett ugyan a felhasznált megvilágító alatt, de ez még mindig jóval az észlelhető különbség határán belül van.

A lineáris kombinációban (4), (5) szereplő  $\tau_i$  együtthatókat, a főkomponenseket az eddigi numerikus módszerek helyett korlátozó feltételeket figyelembe véve az általunk felállított (31) költségfüggvény minimumának megkeresésével, optimalizációval határoztuk meg.

### Az 5.1.2. fejezet összefoglalása:

A fejezetben véletlenszerűen kiválasztott Munsell-minták rekonstrukcióját végeztem el. Megállapítottam, hogy az első öt sajátvektor alkalmazása mellett korlátozó feltételeket is be kell vezetni, hogy a színi egyezés mellett a spektrális egyezés is javuljon. Korlátozó feltételként valós minták reflexiós függvényéinek alakját vettem alapul, és az első és második deriváltak alapján meghatároztam a függvények redukált ívhosszát, valamint simasági értékeit. Az összehasonlítás kedvéért elvégeztem ugyanazon minták rekonstrukcióját az első három, valamint a javasolt első öt sajátvektor alapján is. Az összehasonlítás alapján megállapítottam, hogy az első öt sajátvektor alkalmazása jelentős mértékben javítja a rekonstrukció pontosságát.

### 5.1.3. A színtér felosztása Munsell-minták esetében

Szerettük volna tovább javítani a rekonstrukció pontosságát, ennek érdekében az  $a^*b^*$ síkot felosztottuk öt tartományra: vörös, sárga, zöld, kék és telítetlen színek tartományaira. A tartományok határait úgy állapítottuk meg, hogy az  $a^*b^*$  diagram tengelyeinek szögfelezői alkossák ezeket a határokat. A telítetlen színek határának sugarát az  $a^*b^*$  diagram origójától úgy határoztuk meg, hogy a minták nagyjából 20 százaléka ezen a határon belülre essen. Mindezek elvégeztével a Munsell-színminták mindegyikét besoroltuk valamelyik tartományba. Ehhez a (19) egyenletet felhasználva a minták *XYZ* színinger-összetevőit átváltottuk  $L^*a^*b^*$ értékekre (29. ábra).



29. ábra. A Munsell-színminták speciális tartományokba sorolása az  $a^*b^*$ síkon

Ezek után minden egyes tartományhoz a hozzájuk tartózó színminták alapján meghatároztuk a főkomponens-analízissel sajátvektorokat, valamint ezek sajátértékeit a *Matlab* programot felhasználva. A 30. ábrán az egyes tartományokhoz tartozó átlagvektor, valamint az első öt sajátvektor látható.







30. ábra. A tartományokra vonatkozó átlagvektor, és az első öt sajátvektor Munsell-minták esetében

Egy adott, ismeretlen spektrumú, de ismert színinger-összetevőkkel jellemezhető színminta reflexiós függvényének meghatározásakor ezek után csak annak a speciális tartománynak a sajátvektorait használtuk fel a (4), (5) egyenlet lineáris kombinációjánál, amelyhez az adott színminta tartozott. A színminta színinger-összetevő értékeit a (19) egyenletet felhasználva alakítottuk át  $L^*a^*b^*$ értékekké. Költségfüggvényként most is a (31) egyenlet használtuk, amely szolgáltatta az első öt sajátvektor  $\tau_i$ , főkomponenseit. A (31) költségfüggvény minimumának meghatározása során felhasználtuk a pozitivitásra, valamint a simaságra vonatkozó (34), (37) egyenletek feltételeit. A 31. ábrán öt véletlenszerűen kiválasztott Munsell-színminta rekonstrukciója látható abban az esetben, ha a teljes színtérre vonatkozó sajátvektorokkal végezzük a rekonstrukciót, illetve abban esetben, ha csak az adott rekonstruálandó színmintához tartozó speciális tartománynak megfelelő sajátvektorokkal végezzük azt. A minták kiválasztásánál figyeltünk arra, hogy mind az öt tartományhoz válasszunk színmintát. A rekonstrukció során továbbra is ekvienergetikus *E* megvilágítót tételeztük fel.



31. ábra. Munsell-minták rekonstrukciója teljes színtér, illetve osztott színtér esetén. Az eredeti spektrum színes vonal, teljes színteres rekonstrukció szaggatott vonal, osztott színteres folytonos fekete vonal.

Az optimalizáció során meghatározott (31) költségfüggvényünk értéke ebben az esetben is egy ezrelék alatt volt.

A 4. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeket mutatja teljes színteres, valamint osztott színteres rekonstrukciók esetében.

Munsell-minták, Solver									
	osztott színtér					teljes színtér			
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)	
1.	0,0154	0,0091	0,9993	4,79E-07	0,0432	0,0247	0,9946	3,31E-05	
2.	0,0138	0,0127	0,9995	2,97E-04	0,0268	0,0212	0,9983	2,71E-05	
3.	0,0224	0,0093	0,9985	2,65E-04	0,0230	0,0202	0,9986	7,74E-04	
4.	0,0101	0,0078	0,9992	1,27E-04	0,0233	0,0282	0,9960	4,52E-04	
5.	0,0321	0,0245	0,9985	6,21E-05	0,0307	0,0204	0,9987	3,46E-04	
				E: 1,50E-04				E: 3,26E-04	
				CIE D65:			0,9972	CIE D65:	
átlag 0,0188	0,0188	0,0127	0,9990	0,1060	0,0294	0,0229		0,3354	
				CIE A:				CIE A:	
			0,5250				1,5022		

4. táblázat.  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékek Munsell-minták teljes színteres, illetve osztott színteres rekonstrukciójánál.

A 31. ábrán látszik, a 4. táblázatból leolvasható, hogy amennyiben az  $a^*b^*$ teret felosztjuk, és a speciális tartományoknak megfelelő sajátvektorokkal végezzük a rekonstrukciót, akkor jobb eredményeket kapunk az optimalizáció során, mintha az egész mintahalmazból képzett sajátvektorokkal végeznénk a lineáris kombinációt.

Az eddigi vizsgálatok alapján elmondható, hogy amennyiben az első három sajátvektor helyett az első öt sajátvektort vonjuk be a rekonstrukcióba, akkor láthatóan jobb eredményeket kapunk. A negyedik, illetve ötödik sajátvektor  $\tau_i$  főkomponenseinek meghatározásához az eddigi módszerektől eltérően egy általunk felállított költségfüggvény minimumának megkeresését használtuk. A jobb rekonstrukció érdekében figyelembe vettük a valós színminták reflexiós függvényeinek alakját, a függvény pozitivitását, valamint simaságát, amiknek alapján felállított két korlátozó feltételünket bevontuk az optimalizáció algoritmusába.

Ahhoz, hogy a módszerünk helyességét igazoljuk, jóval nagyobb számú mintahalmazt is megvizsgáltunk. Ez a mintahalmaz 2 832 ismert, lemért spektrumú textilmintát tartalmazott.

### Az 5.1.3. fejezet összefoglalása:

A fejezetben a jobb rekonstrukció érdekében felosztottam a CIELAB színteret öt tartományra és egy adott minta rekonstrukcióját az annak megfelelő tartomány sajátvektorai alapján végeztem el. Mindezek után összehasonlítottam a tartományok, illetve a teljes színtér alapján végzett rekonstrukciókat véletlenszerűen kiválasztott minták alapján és megállapítottam, hogy osztott színtér esetén kétségtelenül jobb eredményeket lehet elérni.

## 5.2. Textilminták

### 5.2.1. Textilminák rekonstrukciója

A következőkben egy másik, jóval nagyobb elemszámú mintahalmazon is megnéztük módszerünk működését. 2 832 lemért reflexiós függvényű textilmintát használtunk fel (32. ábra), az eddigi ekvienergetikus *E* megvilágító helyett a *CIE D*65 megvilágítót feltételezve [53]. A textilminták spektruma itt is 400 nm-től 700 nm-ig volt ismert 10 nm-es lépésközzel, vagyis ebben az esetben is a sajátvektoraink 31 komponensűek voltak.



32. ábra. Textilminták eloszlása az  $a^*b^*$ síkon

Ebben az esetben is a lemért reflexiós függvényeket vettük alapul a sajátvektorok, sajátértékek meghatározásánál, amit most is a *Matlab* programmal végeztünk. A 33. ábrán a mintahalmazból képzet átlagvektor, és az első öt sajátvektor látható.



33. ábra. Textilminták átlagvektora és az első öt sajátvektor.

Első lépésben a betanító textilminták halmazából választottunk ki véletlenszerűen mintákat. Minden esetben összehasonlítottuk az első három, illetve az első öt sajátvektorral történő optimalizációs rekonstrukciót. Az első öt sajátvektor használata esetén felhasználtuk a pozitivitásra, valamint a simaságra vonatkozó (34), (37) feltételeinket. A 34. ábrán a textilminták redukált ívhossza látható a (34) egyenlet szerint.



34. ábra. Textilminták redukált ívhossza

A 35. ábrán a (37) egyenlet által meghatározott simasági érékeket látjuk textilminták reflexiós függvényei esetében.



35. ábra. Textilminták simasági értéke

A (31) költségfüggvény minimumának meghatározása az előzőekhez hasonlóan az *Excel* alkalmazás *Solver* funkcióval történt. A megkapott  $\tau_i$  együtthatókkal elvégeztük a (4), (5) egyenlet alapján a minták spektrális rekonstrukcióját. Az alábbi (36. ábra) ábrán az eredeti textilminták halmazából véletlenszerűen kiválasztott 10 minta rekonstrukciójának összehasonlítása látható az első három, illetve az első öt sajátvektorral, kiegészülve a valós spektrumok alakjára vonatkozó korlátozó feltételekkel.





36. ábra. Textilminták rekonstrukciója három, illetve öt sajátvektorral. Az eredeti spektrum színes vonal, rekonstrukció öt vektorral folytonos fekete vonal, három vektorral szaggatott vonal.

Az optimalizáció során meghatározott (31) költségfüggvényünk értéke jelen esetben is az egy ezred érték alatt maradt. Az 5. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeket mutatja a textilminták 3 vektoros, valamint 5 vektoros optimalizációs rekonstrukciója esetén.

Textilminták, Solver								
		3 sajá	átvektor		5 sajátvektor			
minta	RMS	wRMS	GFC	$\begin{array}{c} \Delta E^*_{ab} \text{ (CIE} \\ \text{D65)} \end{array}$	RMS	wRMS	GFC	$\begin{array}{c} \Delta E^*_{ab} \text{ (CIE} \\ \text{D65)} \end{array}$
1.	0,0302	0,0301	0,9814	4,78E-05	0,0274	0,0244	0,9849	1,91E-03
2.	0,0398	0,0350	0,9700	5,51E-05	0,0327	0,0241	0,9804	6,52E-04
3.	0,0807	0,0475	0,9903	4,19E-05	0,0668	0,0230	0,9923	3,10E-04
4.	0,0711	0,0235	0,9849	2,09E-05	0,0307	0,0220	0,9970	1,83E-04
5.	0,0338	0,0126	0,9981	1,29E-07	0,0251	0,0109	0,9989	1,83E-07
6.	0,0652	0,0182	0,9406	1,39E-05	0,0255	0,0119	0,9895	1,65E-04
7.	0,0407	0,0201	0,9982	1,72E-05	0,0243	0,0128	0,9990	1,66E-04
8.	0,0492	0,0225	0,9961	1,10E-06	0,0388	0,0188	0,9975	5,37E-02
9.	0,0411	0,0222	0,9986	1,17E-05	0,0381	0,0112	0,9987	8,37E-02
10.	0,0532	0,0136	0,9290	2,83E-05	0,0220	0,0065	0,9861	8,85E-04
				CIE D65: 2,38E-05				CIE D65: 0,0142
átlag	0,0505	0,0245	0,9787	E: 0,6895	0,0331	0,0166	0,9924	E: 0,4826
				CIE A: 2,7761				CIE A: 1,7569

5. táblázat. Textilminták rekonstrukcióját jellemző  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékek 3, valamit 5 sajátvektor alkalmazásakor.

A 36. ábráról látható, és az 5. táblázat adatai is tükrözik, hogy ezekben az esetekben is jóval pontosabb rekonstrukciót kaptunk amennyiben az első három sajátvektor helyett az első öt sajátvektort használjuk kiegészítve a valós színminták reflexiós függvényének alakjára vonatkozó korlátozó feltételeinkkel. Azokban az esetekben, amelyekben a három vektorral elvégzett optimalizáció olyan  $\tau_i$  főkomponenseket adott, amelyekkel viszonylag jó kvalitatív tulajdonságú metamereket kaptunk, érthető módon az öt vektorral végzett rekonstrukció nem javított olyan jelentős mértékben, mint akkor, amikor a három vektoros rekonstrukció nem szolgáltatott jó kvalitatív tulajdonságú metamert. Ez utóbbi esetekben az öt vektorral végzett rekonstrukció nem szolgáltatott jó kvalitatív tulajdonságú metamert. Valamennyi megvizsgált színminta esetében ezt tapasztaltuk.

Néhány esetben megfigyelhető jelentősebb eltérés a látható tartomány valamelyik szélénél. Ez az eltérés azonban itt kevésbé fontos, mintha az a tartomány belsejében lenne, hiszen a  $\bar{x}_{\omega}, \bar{y}_{\omega}, \bar{z}_{\omega}$  színinger-megfeleltető függvények értéke a látható tartomány széleinél jóval kisebb (3. ábra), mint a látható tartomány kezepe felé. Ez a hatás szépen mutatja a *súlyfüggvény* matematikai fogalom jelentését, hiszen a színinger-összetevők számítása megadható olyan skaláris szorzatos vektortérben, amelyben a színinger-megfeleltető függvények egy-egy súlyfüggvény szerepét látják el a skaláris szorzatban [54].

### Az 5.2.1. fejezet összefoglalása:

A Munsell-mintákhoz hasonlóan 2832 textilminta esetén is meghatároztam a mintahalmaz sajátvektorait, sajátértékeit, majd elvégeztem a rekonstrukciót véletlenszerűen kiválasztott minták esetében az első három sajátvektort, majd az első öt sajátvektort is felhasználva. Az első öt sajátvektor esetén felhasználtam a valós minták alakjára vonatkozó korlátozó feltételeket. Megállapítottam, hogy ebben az esetben is jelentősen pontosabb rekonstrukciót érünk el öt sajátvektor alkalmazása esetén.

### 5.2.2. A színtér felosztása textilminták esetében

Textilminták esetében is megvizsgáltuk, hogy miként alakul az optimalizációs rekonstrukció abban az esetben, ha az  $a^*b^*$ síkot a Munsell-minták vizsgálatánál bemutatottakhoz hasonlóan felosztjuk öt tartományra, majd a szegmensek alapján végezzük el a hozzájuk tartozó textilminták rekonstrukcióját a *CIE D*65 megvilágító alatt. Ebben az esetben is vörös, sárga, zöld, kék, valamint telítetlen színek tartományaira osztottuk az  $a^*b^*$ síkot. Az egyes tartományok határainak meghatározása a korábbihoz hasonlóan történt. Ezek után minden egyes textilmintát besoroltuk valamelyik altérbe (37. ábra), amelyhez a (19) egyenletet használtuk.







37. ábra. A textilminták tartományokba sorolása

A továbbiakban a *Matlab* programmal meghatároztuk az egyes szegmensek mintáihoz tartozó sajátértékeket, és sajátvektorokat a szegmensekhez tartozó textílminták reflexiós függvényeiből segítségével. A 38. ábrán a tartományokhoz tartozó első öt sajátvektor, valamint az átlagvektor látható.







 ábra. A tartományokhoz tartozó átlagvektor, és az első öt sajátvektor textilminták esetében.

A rekonstrukciót a Munsell-mintákéhoz hasonlóan végeztük el. Egy adott színminta színingerösszetevőit a (19) egyenlet alapján átalakítottuk  $L^*a^*b^*$ értékekké. Ezek után megnéztük, hogy a vizsgált színminta az általunk felosztott tér melyik tartományába esik, így csak ennek a tartománynak a sajátvektorait használtuk fel a lineáris kombináció során. A (31) egyenletet költségfüggvényként használva meghatároztuk a *Solver* eszközzel a pozitivitásra, illetve a simaságra vonatkozó (34), (37) korlátozó feltételekkel az első öt sajátvektor  $\tau_i$  együtthatóit, amelyekkel elvégeztük a (4), (5) egyenletnek megfelelően a lineáris kombinációt. A lineáris kombináció eredményeként megkaptuk a vizsgált színminta *egy* metamerének reflexiós függvényét. Véletlenszerűen kiválasztottunk 10 mintát és elvégeztük ezen minták rekonstrukcióit a teljes mintahalmazból képzett sajátvektorokkal, valamint a vizsgált színmintához tartozó alterekből képzett sajátvektorokkal is.

Az következő (39. ábra) ábrán a 10 minta rekonstrukciója látható a teljes mintahalmaz sajátvektorai, illetve az alterek sajátvektorai segítségével.







39. ábra. Textilminták rekonstrukciója teljes színtér, illetve osztott színtér esetén. Az eredeti spektrum színes, a teljes színteres rekonstrukció szaggatott, az osztott színteres folytonos fekete.

A (31) költségfüggvény értéke minden esetben egy ezred alatt maradt. A 6. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeket mutatja teljes színteres, illetve osztott színteres rekonstrukció esetében.

6. táblázat. Textilminták rekonstrukciójának  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékei teljes színteres és osztott színteres rekonstrukciónál.

Textilminták, Solver								
		oszt	ott színtér		teljes színtér			
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)
1.	0,0271	0,0129	0,9936	2,84E-07	0,0316	0,0088	0,9919	3,49E-04
2.	0,0447	0,0078	0,9924	2,14E-04	0,0351	0,0199	0,9952	9,69E-05
3.	0,0355	0,0179	0,9982	7,36E-05	0,0328	0,0138	0,9983	1,59E-05
4.	0,0209	0,0174	0,9995	3,89E-04	0,0266	0,0196	0,9992	1,06E-04
5.	0,0222	0,0072	0,9978	8,86E-05	0,0191	0,0101	0,9986	2,70E-05
6.	0,0239	0,0140	0,9942	1,75E-05	0,0365	0,0168	0,9919	1,64E-06
7.	0,0450	0,0240	0,9970	3,03E-04	0,0367	0,0161	0,9986	1,56E-04
8.	0,0389	0,0144	0,9988	9,68E-04	0,0303	0,0184	0,9991	1,12E-03
9.	0,0283	0,0083	0,9979	2,75E-02	0,0376	0,0187	0,9964	5,45E-05
10.	0,0235	0,0228	0,9906	6,54E-02	0,0282	0,0240	0,9851	9,88E-02
		0,0310 0,0147 0,99	0,9960	CIE D65: 9,50E-03			0,9954	CIE D65: 1,01E-02
átlag	0,0310			E: 0,2436	0,0315	0,0166		E: 0,3613
				CIE A: 1,2051				CIE A: 1,3541

A 39. ábrán, valamint a 6. táblázat adatai alapján látszik, hogy textilminták vizsgálatakor jóval kisebb eltérések adódtak a teljes színteres, valamint az osztott színteres rekonstrukciók esetében, mint a Munsell-mintáknál. Az *RMS*, *wRMS*, *GFC* átlagos értékei gyakorlatilag megegyeznek. A  $\Delta E_{ab}^*$  értékénél van jóval nagyobb különbség.

## Az 5.2.2. fejezet összefoglalása:

Textilminták esetén is elvégeztem a színtér felosztását és a tartományok alapján történő rekonstrukciót, amelyet összehasonlítottam a teljes színtérre vonatkozó rekonstrukcióval. A Munsell-mintákhoz hasonlóan általánosságban itt is jobb eredmények adódtak az osztott teres rekonstrukciók esetén, de a javulás nem volt olyan jelentős. Furcsa módon ellenpélda is akadt.

A 5.1.3 és 5.2.2 fejezet alapján kimondott tézis:

### 1. Tézis

A színtér felosztása esetén jobb rekonstrukciós eredményeket kapunk, a mintához tartozó tartomány sajátvektorai alapján [53].

# 5.2.3. Optimalizációs PCA összehasonlítása az alacsony paraméterszámú lineáris modellel

Megvizsgáltuk az általunk használt módszer hatékonyságát, ezért összehasonlítottuk azt a (18) egyenlet alapján a korrelációs mátrixot használó, alacsony paraméterszámú lineáris modellel történő rekonstrukcióval. Az összehasonlítás első lépéseként a textilminták spektrumaiból a *Matlab* szoftverrel képeztünk korrelációs mátrixot, majd meghatároztuk a mátrix sajátvektorait:  $b_i$ . Ezek után véletlenszerűen kiválasztott textilminták esetében elvégeztük az optimalizációt a (31) egyenlet által meghatározott költségfüggvényt használva a PCA, illetve a korrelációs mátrixot alkalmazó, alacsony paraméterszámú lineáris modell segítségével is. Mindkét módszerrel történő rekonstrukciónál használtuk a valós minták reflexiós függvényeinek alakja alapján meghatározott korlátozó feltételeinket a pozitivitásra, valamint a simaságra és az ívhosszra vonatkozóan (34), (37). Ebből adódóan mindkét rekonstrukciós módszernél az első öt sajátvektort használtuk fel a metamerek spektrumának meghatározásához. A következő ábrán (40. ábra) véletlenszerűen kiválasztott textilminták rekonstrukciója látható a főkomponens-analízissel, valamint az alacsony paraméterszámú lineáris modellel a *CIE D*65 megvilágító esetén.







40. ábra. Spektrális rekonstrukció főkomponens-analízissel és az alacsony paraméterszámú lineáris modellel. Az eredeti spektrum színes vonal, a rekonstrukció alacsony paraméterszámú lineáris modellel szaggatott vonal, a PCA-val folytonos fekete vonal.

Az alábbi 7. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeit mutatja az alacsony paraméterszámú lineáris modell, illetve a főkomponens-analízis esetén.

# 7. táblázat. A $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékei alacsony paraméterszámú lineáris modell és PCA esetében.

Textilminták, Solver								
	alacsony paraméterszámú lineáris modell				PCA			
minta	RMS	wRMS	GFC	$\begin{array}{c} \Delta E^*_{ab} \text{ (CIE} \\ \text{D65)} \end{array}$	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)
1.	0,0279	0,0270	0,9844	1,60E-02	0,0274	0,0244	0,9849	1,91E-03
2.	0,0338	0,0307	0,9784	1,73E-01	0,0327	0,0241	0,9804	6,52E-04
3.	0,1999	0,0752	0,9314	1,15E+01	0,0668	0,0230	0,9923	3,10E-04
4.	0,0522	0,0293	0,9908	6,12E-01	0,0307	0,0220	0,9970	1,83E-04
5.	0,0327	0,0098	0,9981	5,69E-01	0,0251	0,0109	0,9989	1,83E-07
6.	0,0326	0,0114	0,9772	2,44E-04	0,0255	0,0119	0,9895	1,65E-04
7.	0,0487	0,0149	0,9963	3,89E-05	0,0243	0,0128	0,9990	1,66E-04
8.	0,0483	0,0244	0,9965	2,01E-07	0,0388	0,0188	0,9975	5,37E-02
9.	0,0862	0,0256	0,9926	1,59E-02	0,0381	0,0112	0,9987	8,37E-02
10.	0,0244	0,0162	0,9818	3,11E-02	0,0220	0,0065	0,9861	8,85E-04
			0,9827	CIE D65: 1,29		0,0166	0,9924	CIE D65: 0,0142
átlag	0,0587	0,0265		E: 1,7624	0,0331			E: 0,4826
			CIE A: 2,8676				CIE A: 1,7569	

Már a 40. ábráról is látszik, de a 7. táblázat egyértelművé tette, hogy a főkomponens-analízis rekonstrukciós pontossága minden paraméter tekintetében jobb. Mindkét változatnak sikerült metamereket találnia, erre utalnak a  $\Delta E_{ab}^*$  színinger-különbség nullához közeli értkei. Az alacsony paraméterszámú lineáris modell esetében volt egy kiemelkedően magas  $\Delta E_{ab}^*$  érték (több különböző peremfeltétel esetén is), de az összes vizsgált mintát tekintve az átlagos rekonstrukciós  $\Delta E_{ab}^*$  jónak mondható. Jelentősen rosszabb azonban a rekonstrukciós hibát jellemző átlagos *RMS* érték az alacsony paraméterszámú lineáris modell esetében, majdnem kétszer akkora, mint a főkomponens-analízis átlagos *RMS* értéke. A *wRMS* értéke szintén jelentősen jobb a PCA módszer esetében. A rekonstrukció jóságát jellemző *GFC* értékek átlaga szintén rosszabb az alacsony paraméterszámú lineáris modell esetében.

## Az 5.2.3. fejezet összefoglalása:

Összehasonlítottam az általam használt optimalizációs főkomponens-analízist az alacsony paraméterszámú lineáris modellel, ugyanazon színminták esetén, és megállapítottam, hogy optimalizációs PCA segítségével lényegesen jobb eredményeket szolgáltató rekonstrukció érhető el.

# 5.2.4. Optimalizációs PCA összehasonlítása a klasszikus PCA, valamint a súlyozott PCA modellekkel

Az általunk javasolt módszer hatékonyságát összehasonlítottuk más kutatások hasonló eredményeivel (8. táblázat). A [32] publikációban többek között textilmintákon is elvégezték el a rekonstrukciót a klasszikus PCA-t, illetve a súlyozott főkomponens analízist (wPCA) használva. A rekonstrukció során *CIE D*65 megvilágítót feltételezve számolták a színingerösszetevőket, amelyeket felhasználtak a reflexiós függvény meghatározásához. Nyilvánvalóan mindkét ottani esetben a textilmintákból képzett sajátvektorok közül csak az első hármat használták. Természetesen az ottani, illetve a mi kutatásunk textilhalmaza, valamint a kiválasztott rekonstruált minták eltérhettek, de az átlagos *RMS*, illetve  $\Delta E_{ab}^*$  értékek, amelyeket a 8. táblázatban mutatunk meg, jelzik a módszerek pontosságát. A [32] publikációban a  $\Delta E_{ab}^*$ értékeket a *CIE A* megvilágító alatt adták meg. Mi az optimalizáció során szintén a *CIE D*65 megvilágítót tételeztük fel, de az eddigieknek megfelelően megadjuk a  $\Delta E_{ab}^*$  színingerkülönbség átlagos értékeit a *CIE A*, illetve ekvienergetikus (*E*) megvilágítók alatt is. A [32] kutatás a *GFC* értékeket nem közölte.

8. táblázat. A klasszikus PCA, a wPCA, valamit az optimalizációs PCA  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* átlagos értékei textilminták esetén

Textilminták különböző módszerekkel							
	RMS átlag	wRMS átlag	GFC átlag	$\Delta E^*_{ab}$ átlag			
PCA [32]	0,0730	n/a	n/a	CIE A: 3,2000			
wPCA [32]	0,0590	n/a	n/a	CIE A: 1,8200			
saját				CIE D65: 0,0142			
optimalizációs	0,0331	0,0166	0,9924	E: 0,4826			
algoritmus				CIE A: 1,7569			

A táblázatból kiolvasható, hogy az általunk javasolt optimalizációs PCA modell jelentősen kisebb spektrális hibát produkált a rekonstrukció során, valamit a színi egyezés is jobb lett.

### Az 5.2.4. fejezet összefoglalása:

Összehasonlítottam a klasszikus PCA módszert, a súlyozott PCA módszert az általam használt optimalizációval egy korábbi munka alapján textilmintákra. Megállapítottam, hogy az általam alkalmazott módszer jobb átlagos értékeket produkált textilmintákra vonatkozóan.

#### 5.2.5. Módosított költségfüggvény

Az eddigiekből világosan látszik, hogy a főkomponens-analízissel, valamint az általunk javasolt, valós színminták alakjára vonatkozó korlátozó feltételekkel az első öt sajátvektort felhasználva jó hatásfokkal végezhető el színes minták spektrális rekonstrukciója. A rekonstrukciót a (31) költségfüggvény minimumának megkeresésével, optimalizációval oldottuk meg. Az optimalizációhoz az *Excel* program *Solver* parancseszközét használtuk.

Ezzel kapcsolatban merült fel egy probléma, nevezetesen az, hogy a *Solver* ebben az esetben nem tudta figyelembe venni, hogy a (34), (37) egyenletekkel leírt korlátozó feltételeink a rekonstruált függvény alakjától függő mértékben korlátozzanak, büntessenek. Szerettük volna elérni, hogy kevésbé sima rekonstruált spektrum esetében a korlátozó feltételeink erősebben büntessenek, mint egy egyébként viszonylag kis oszcillációval rendelkező, simább függvény esetében. Erre azért volt szükség, hogy ne kelljen minden egyes rekonstrukciónál a függvény alakjának megfelelő mértékű korlátot beállítani az optimalizációhoz. Ennek érdekében módosítottuk az eredeti (31) költségfüggvényt az alábbiak szerint.

Az oszcillációt, simaságot büntető tag a (34), (36) egyenletek alapján meghatározható. A P' redukált ívvhosszt megkapjuk, amennyiben az ívhosszból kivonjuk a (38) konstans függvényt. A simaságot leíró P'' tagot a (39) egyenelt adja.

$$\sum_{410}^{700} \sqrt{100 + (\varphi(\lambda) - \varphi(\lambda - \Delta\lambda))^2} = \sum_{410}^{700} 100$$
(38)

$$P'' = \sum_{410}^{690} \frac{\varphi(\lambda - \Delta\lambda) - 2 \cdot \varphi(\lambda) + \varphi(\lambda + \Delta\lambda)}{(\Delta\lambda)^2}$$
(39)

$$P = (P' + P'') \cdot W_p \tag{40}$$

Az egyenletben (40) szereplő  $W_p$  súlyfaktor, amely a minél kisebb oszcillációt, a függvény simaságát hivatott beállítani. Több tucatnyi próbaoptimalizálást végezve a  $W_p = 0,03$  adódott jó értéknek. Mindezek alapján a költségfüggvény a következő módon alakult:

$$d = (X_0 - X)^2 + (Y_0 - Y)^2 + (Z_0 - Z)^2 + P$$
(41)

A rekonstruált függvény pozitivitására vonatkozó feltételt továbbra is úgy vettük figyelembe, hogy nem engedtük meg, hogy a *Solver* olyan együtthatókat szolgáltasson, amelyekkel

elvégzett lineáris kombináció negatív értékeket is felvevő spektrumot adjon. A rekonstrukciót elvégeztük a véletlenszerűen kiválasztott minták esetében a *CIE D*65 megvilágítót feltételezve, amelynek eredményét az alábbi 41. ábra mutatja.





66



41. ábra. Textilminták rekonstrukciója módosított költségfüggvénnyel, öt sajátvektorral. Az eredeti spektrum színes vonal, a rekonstruált folytonos fekete vonal.

A 9. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeinek alakulását mutatja az egyes színminták esetében a módosított költségfüggvény használatakor.

Textil	Textilminták, Solver, módosított költségfüggvénnyel								
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)					
1.	0,0418	0,0262	0,9659	0,4763					
2.	0,0280	0,0241	0,9852	0,3846					
3.	0,0549	0,0235	0,9948	0,5409					
4.	0,0275	0,0166	0,9967	0,3072					
5.	0,0259	0,0144	0,9988	0,1048					
6.	0,0469	0,0386	0,9559	0,3461					
7.	0,1000	0,0555	0,9816	0,5908					
8.	0,0389	0,0153	0,9976	0,1609					
9.	0,0269	0,0178	0,9994	0,0372					
10.	0,0262	0,0235	0,9811	0,2286					
				CIE D65: 0,3178					
átlag	0,0417	0,0255	0,9857	E: 0,6387					
				CIE A: 2,9543					

9. táblázat.  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékei módosított költségfüggvény esetén.

Az alábbi 10. táblázatban összehasonlítjuk klasszikus PCA, wPCA, valamint a *Solver* optimalizációja által szolgáltatott értékeket az eredeti (31) és a módosított (41) költségfüggvény esetén textilminták rekonstrukciójakor.

10. táblázat. A  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS GFC* átlagos értékei a PCA, wPCA, illetve a *Solver* által megtalált optimumok az eredeti és a módosított költségfüggvénye esetén.

Textilminták különböző módszerekkel							
	RMS átlag	wRMS átlag	GFC átlag	$\Delta E^*_{ab}$ átlag			
PCA [32]	0,0730	n/a	n/a	CIE A: 3,2000			
wPCA [32]	0,0590	n/a	n/a	CIE A: 1,8200			
saját optimalizációs				CIE D65: 0,0142			
algoritmus, eredeti	0,0331	0,0166	0,9924	E: 0,4826			
költségfüggvény (31)				CIE A: 1,7569			
saját		0,0255		CIE D65: 0,3178			
optimalizációs				E: 0,6387			
módosított költségfüggvény (41)	0,0417		0,9857	CIE A: 2,9543			

A 41. ábráról látszik, illetve a 9., 10. táblázatokból leolvasható, hogy a rekonstrukció működik a módosított költségfüggvény esetében is. Az eredeti költségfüggvényünknél érthető módon rosszabb eredményeket szolgáltatott, hiszen itt az eredeti esettel ellentétben nem kellett a függvény alakjától függő mértékben beállítani az alakra vonatkozó korlátokat, hanem ebben az esetben a költségfüggvény eleve a rekonstruált spektrum alakjának figyelembe vételével büntet. Ez a lépés jelenleg teljességgel hiábavalónak tűnik, de a továbbiakban látni fogjuk, hogy jelentősége lesz.

## Az 5.2.5. fejezet összefoglalása:

Ebben a fejezetben módosítottam az eredeti költségfüggvényt, mert szerettem volna elérni, hogy a Solver a függvény alakjától függő mértékben büntessen a minták alakjára felállított feltételek alapján.

## 6. Genetikus optimalizáló algoritmus

Az eddigi vizsgálatok világossá tették, hogy egyetlen adott megvilágítót feltételezve a színinger-összetevőkből való spektrális rekonstrukció a főkomponens-analízist használva az általunk javasolt költségfüggvény minimumának megkeresésével végrehajtható. A rekonstrukció pontosságán jelentősen lehet javítani, ha használjuk a valós minták reflexiós függvényeinek alakja alapján felállított feltételeinket, illetve ennek megfelelően több sajátvektort vonunk be a rekonstrukcióba. Ennek a problémának a megoldása optimalizációs feladat, amelyhez eddig a *Microsoft* cég *Excel* programjának *Solver* parancseszközét használtuk.

Szerettük volna azonban az eredményeket tovább javítani, hogy minél kisebb hibával, minél pontosabban működjön a rekonstrukció. Mindezek érdekében saját genetikus optimalizáló használata mellett döntöttünk. Tettük ezt egyrészt a már említett kisebb rekonstrukciós hiba érdekében. Feltételeztük, hogy jobb eredményeket érünk el, amennyiben a rekonstrukció feltételrendszerét jobban tudjuk paraméterezni.

Másrészt szerettük volna az optimalizációs eljárást automatizálni úgy, hogy egymás után sok színminta  $\tau_i$  főkomponenseit megkapjuk, ezeket alkalmasan megválasztott módon eltároljuk annak érdekében, hogy később a lineáris kombináció már egyszerűen végrehajtható legyen, az optimalizáció újbóli lefuttatása nélkül is.

Továbbra is előírtuk, hogy az optimalizáció során a költségfüggvényünkhöz a reflexiós függvény alakjától függően különböző mértékű büntető tagok adódjanak, amelyek figyelembe veszik a pozitivitásra, valamint a simaságra vonatkozó előírásainkat. Ennek értelmében az optimalizáció minél negatívabb függvényt generálna, annál nagyobb legyen a negativitást büntető tag. Ehhez hasonlóan a rekonstruált függvény minél inkább oszcillálna, a simaságot büntető tag annál nagyobb legyen, ezáltal simítva a függvényen, annak érdekében, hogy a rekonstruált metamer spekruma minél inkább hasonlítson a valós színminta reflexiós függvényére. Az alábbiakban bemutatásra kerül a kifejlesztett algoritmus, illetve a vele végzett spektrális rekonstrukció.

### A 6. fejezet összefoglalása:

A pontosság további javulásának reményében valamint a folyamat automatikussá tétele érdekében az eddigi Solver eszközzel történő optimalizáció helyett genetikus optimalizációval történő rekonstrukcióra tértem át.

### 6.1. Az optimalizációs formalizmus

Az optimalizáció során tovább változtattunk a költségfüggvényünkön, módosítottuk a valós színminták reflexiós függvényei alakjának megfelelő pozitivitásra, illetve simaságra vonatkozó feltételeinket úgy, hogy figyelembe vegyék a rekonstruálandó függvény alakját, ennek megfelelően nagyobb, vagy kisebb mértékben büntessék a nem kívánt eltérést.

Nézzük meg most eltérő nézőpontból, az algoritmizálás szemszögéből a főkomponensanalízist.

Számításaink során adott spektrális felbontású színképekkel, reflexiós függvényekkel dolgoztunk, ezért a folytonos függvények helyett véges dimenziós vektorokat használtunk. Jelölje *N* ezen vektorok dimenziószámát.

Legyenek a PCA módszer nagyság szerint csökkenő sorrendbe helyezett sajátértékei  $\lambda_1 \ge \lambda_2 \dots \ge \lambda_p \ge 0$ , a hozzájuk tartozó sajátvektorok legyenek  $v_1, v_2, \dots, v_N$ , az átlagvektor pedig  $\bar{v}$ .

*M* darab sajátvektor lineáris kombinációjával a  $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_M$  főkomponensekkel az alábbi színkép kapható:

$$\varphi(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = \sum_{i=1}^M \tau_i \cdot v_i + \bar{v}$$
(42)

 $\varphi(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_M)$  egy *N* dimenziós vektor, a színkép adott felbontású diszkrét reprezentációja. Rögzített *M* érték mellett a  $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_M$  együtthatók a (42) egyenlet szerint meghatározzák a rekonstruált  $\varphi$  színképet. A következőkben felírtunk egy függvényt, mely az ilyen színkép "ideálistól" való eltérését méri, azaz kis értékeket vesz fel a sima, nemnegatív metamereken, és egyre nagyobbat, ha a színinger-összetevők eltérnek az előírtaktól vagy a függvény erősen oszcillál, illetve átmegy negatív tartományba.

A színinger-megfeleltető függvények (3. ábra) felhasználásával könnyen kiszámíthatók a színkép színinger-összetevő értékei:

$$X = k_{\varphi} \cdot \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \cdot S_i \cdot \bar{x}_i, \qquad Y = k_{\varphi} \cdot \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \cdot S_i \cdot \bar{y}_i, \qquad Z = k_{\varphi} \cdot \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \cdot S_i \cdot \bar{z}_i \qquad (43)$$

ahol  $\bar{x}_i \bar{y}_i \bar{z}_i$  a színinger-megfeleltető függvények adott felbontású diszkretizált változatai,  $S_i$  a feltételezett megvilágító diszkrét spektrális teljesítményeloszlása,  $k_{\varphi}$  pedig a normalizációs konstans.

Azt, hogy mennyire egyeznek ezek az XYZ értékek egy előre előírt  $X_0 Y_0 Z_0$  hármassal, mérhetjük a négyzetes eltéréssel:

$$d_0(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = (X_0 - X)^2 + (Y_0 - Y)^2 + (Z_0 - Z)^2$$
(44)

Ezen  $d_0$  érték nyilván nemnegatív és a metamer minták esetén vesz fel 0 értéket. M = 3 esetén ennek egyértelmű megoldása van, M > 3-ra végtelen sok, és ezek közül a negativitást és az erős oszcillációt "büntető" tagok bevezetésével lehet kiválasztani a legreálisabbnak tartott alternatívát.

A függvény negatív voltát a negatív és pozitív részek integráljának, diszkét esetben szummájának arányával jellemezzük. Legyenek:

$$\varphi_i^+ = max(\varphi_i, 0) \tag{45}$$

$$\varphi_i^- = \min(\varphi_i, 0) \tag{46}$$

$$\phi^{+} = \sum_{i=1}^{N} \varphi_{i}^{+}$$
 (47)

$$\phi^- = -\sum_{i=1}^N \varphi_i^- \tag{48}$$

A (45) és (47) definíciók emlékeztetnek a matematikai analízisben függvényekre használatos felső illetve alsó burkoló fogalmára.

A negativitást büntető tag:

$$P_n = \frac{\phi^-}{(\phi^+ + \phi^-)} \cdot W_n \tag{49}$$

Nyilvánvaló, hogy  $P_n = 0$ , ha a függvény mindenütt nemnegatív és minél nagyobb arányban tartalmaz negatív részeket, annál nagyobb pozitív értéket vesz fel szélsőséges esetben 1-et. A

 $W_n$  olyan súlyfaktor, mellyel beállíthatjuk, mekkora legyen e tag relatív súlya az optimalizálandó függvényen belül.

A függvény oszcillációjának, simaságának mérésére az egymás melletti indexű, azaz szomszédos tagok négyzetes eltérésnek összegét vezetjük be:

$$V = \sum_{i=1}^{N-1} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2$$
(50)

Az oszcillációt büntető tag:

$$P_{\nu} = \sqrt{\frac{V}{(N-1)}} \cdot W_{\nu} \tag{51}$$

A költségfüggvény, aminek minimumát keressük a legjobb kvalitatív tulajdonságú metamerért a következő:

$$d(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = d_0 + P_n + P_v$$
(52)

ahol  $d_0$  (44)-ból,  $P_n$  (49)-ből,  $P_v$  pedig (51)-ből olvasható le. A  $W_n$ és  $W_v$  súlyok kifejezik, mennyire fontos az egyik vagy másik büntető tag. A kutatás folyamán elvégzett előzetes számítások szerint  $W_n$ =100,  $W_v$ =1 adódott jól használható értéknek. Ezek kis megváltoztatása csak kis mértékben befolyásolja a végeredményt.

A *d* tehát egy *M* változós, nemlineáris függvény, melynek minimuma felel meg az általunk legjobbnak tartott függvénynek, azaz a szélsőérték helyét jelentő ( $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_M$ ) vektor tartalmazza a rekonstrukcióhoz használt sajátvektorok optimálisnak tekinthető súlyát.

### A 6.1. fejezet összefoglalása:

A fejezetben bemutatom az újonnan felállított költségfüggvényt, amely a függvény alakjának megfelelő mértékben bünteti a valós minták alakjától való eltérést.

## 6.2. Az optimalizációs módszer

A fenti (52) egyenletben megadott d függvény minimumának keresésre saját fejlesztésű genetikus optimalizáló programot használtunk. Azért választottunk genetikus algoritmust, mert az előzetes vizsgálatok szerint d-nek igen sok lokális minimuma van főként az oszcillációt leíró
tag miatt és a gradiens alapú módszerek ilyenkor általában nem a legjobb megoldást találják meg. Pontosan fogalmazva a megtalált lokális optumum rendkívüli mértékben tud függeni a szélsőérték-keresés kezdeti értékétől.

A használt genetikus algoritmus a standardnak tekinthető genetikai operátorokat (mutáció, keresztezés) használja, és a helyi maximumok gyorsabb keresésére "hegymászós" lépéseket alkalmaz. Ezt a módszert több ipari optimalizációs probléma megoldására is sikeresen alkalmazták [55].

Az optimalizáló program képes teljesen elölről kezdeni a számításokat, semmit nem tudva, hogy a keresési tér mely részén lehet az optimum, de meg lehet adni neki, hogy egy bizonyos elem legyen benn a kezdeti vizsgált értékhalmazban, populációban. Ez utóbbi tulajdonság esetünkben igen hasznos volt, mert a később bemutatandó eljárás során sok hasonló xyszínességi koordináta esetére kellett lefuttatnunk az optimális  $\tau_i$  együtthatókat kereső számítást, és igen sokszor fennállt, hogy közeli xy értékpárhoz közeli volt az optimális együttható-halmaz is, amennyiben ezt alkalmasan választott metrikában óhatjuk kifejezni.

Az optimalizáló program néhány szabad paraméterét (mutáció valószínűsége, populáció mérete stb.) több tucatnyi próbaszámítást tartalmazó előkészítő fázisban határoztuk meg, amelyet egy külön fájlban tároltunk el. Az optimalizáló algoritmus ezen paraméterfájllal futtatva beolvassa az általunk előzetesen beállított értékeket.

# 6.3. Az algoritmus fejlesztése

A programok fejlesztésénél célul tűztük ki, hogy platformfüggetlenek legyen, ezért ennek megfelelően választottunk programozási nyelveket. A programok elkészítéséhez két programnyelvet használtunk. A *C* nyelv választása egyértelmű, hiszen széles körben elterjedt, univerzális, jól használható nyelvről van szó [56] A *Phyton* nyelvet több okból is preferáltuk; egyrészt könnyen, gyorsan lehet vele programozni, hamar működőképes kódot lehet vele készíteni [57]. Másrészt a *Phyton*hoz készült *openCV* (open Computer Vision) függvénykönyvtár számtalan előre elkészített képkezelő eljárást tartalmaz, amelyek egy későbbi, esetleges további fejlesztés alkalmával megkönnyítik a munkát [58]. A kutatás előrehaladtával szükségessé vált egyes *Phyton* részletek átírása *C* nyelvre, mert a *Phyton* programrészek futtatás közbeni fordítása jelentősen megnövelte az optimalizálás idejét, amikor egymás után több ezer színminta  $\tau_i$  főkomponenseit határoztuk meg, hiszen ebben az esetben mindegyik iterációs lépésnél lefordult a *Phyton* kód. Ez a gyakorlatban azt jelentette, hogy az eredetileg több, mint három napig tartó optimalizációs folyamat lerövidült nem egészen egy

napra. A fejlesztés során több program, fájl készült, amelyek az értekezés lemezmellékletén megtalálhatók.

Az elkészült programok, fájlok közül a lényegesebbek a következők:

- ga\_pca\_color: Ez a program végzi megadott színmintához a genetikus optimalizációt, valamit a kovarianciamátrix sajátvektoraival a lineáris felhasznál különböző függvénykönyvtárakat: kombinációt. Α program ga\_basic, ga\_methods, mymath. A futtatás során létrejövő allresults fájl tartalmazza az addigi, és az adott iterációs lépés aktuális főkomponenseit. A programfutás végén a keletkezett best nevű szöveges fájl utolsó sora tartalmazza végeredményeként kapott főkomponenseket. A kívánt színminta színességi koordinátáinak beolvasása az xy elnevezésű szöveges fájlból történik. A minta színinger-összetetevői megadhatók a *ga\_pca\_color* forrásfájl megfelő helyén is, ekkor azonban a futtatás előtt a ford. sh paranccsal le kell fordítani a megváltoztatott forráskódot. A program indítása egyetlen színmintához történő optimalizáció esetén a start. sh szkripttel történik, amely gondoskodik, hogy a program a procq paraméterfájlban megadott értékekkel fusson.
- procq: Paraméterfájl, amely tartalmazza az optimalizáló program néhány szabad, változtatható paraméterét (mutáció valószínűsége, populáció mérete, a maximális iterációszám stb.)
- *minmax*: Ez a fájl tartalmazza azt, hogy a főkomponenseknek mi lehet az alsó, illetve felső korlátja. Ezen értékeket több száz próbafuttatás segítségével állapítottuk meg.
- start\_CIExy: Ez a program végzi a később bemutatandó, több ezer színmintán automatikusan lefutó előzetes optimalizációt a ga\_pca\_color fájl megfelelő paraméterű meghívásával, illetve tárolja el az eredményként megkapott, színmintákhoz tartozó főkomponenseket .dat kiterjesztésű szöveges fájlban, táblázatos formában.
- start\_readme\_CIExy: Ez a program végzi a később bemutatandó, több ezer színmintán automatikusan lefutó optimalizációt, szintén a ga\_pca\_color program segítségével, a start\_CIExy előzetes optimalizáció eredményét kiindulási alapként felhasználva, valamint eltárolja az eredméynként megkapott, színmintákhoz tartozó főkomponenseket .dat kiterjesztésű fájlban, táblázatos alakban. Ezen fájlok tartalmát a későbbiekben grafikusan ábrázolva mutatjuk be.

 interpol: Ez a program végzi el lineáris interpoláció segítségével a főkomponensek meghatározását a start\_readme\_CIExy által szolgáltatott értékek alapján olyan esetekben, ha a vizsgálandó színminta adatai nem szerepelnek az előzetesen meghatározottak között. A kívánt minta színességi koordinátáinak beolvasása az xyinterpol szöveges fájlból történik.

#### A 6.3. fejezet összefoglalása:

A rekonstrukcióhoz felhasznált optimalizáló program Dr. Horváth András és Dr. Horváth Zoltán korábbi programja alapján készült el. A szerzők engedélye alapján a forráskódot módósítottam, kiegészítettem, annak érdekében, hogy színtani optimalizációra alkalmassá váljon. A look-up table generálását, valamint az interpolációt végző programokat ezen rekonstrukciós feladatokhoz magam készítettem.

## 6.4. Textilminták vizsgálata genetikus optimalizációval

A genetikus optimalizációval történő rekonstrukcióhoz először ugyanazt a 2 832 elemű textilhalmazt használtuk fel, amelyet a *Solver* funkcióval végzett optimalizációja során is. A mintáknak adott volt a reflexiós függvénye 400 nm-től 700 nm-ig 10 nm-es lépésközzel, tehát N = 31. Mivel az alább részletezendő eljárás során a *CIE xy* színességi diagram pontjaihoz határozzuk meg a főkomponenseket, ezért a textilhalmazunkat alkotó színminták elhelyezkedését ebben a diagramban is bemutatjuk (42. ábra) az  $a^*b^*$  síkon való ábrázolás mellett (29. ábra).



42. ábra. Textilminták elhelyezkedése CIE xy színességi diagramban

Számításaink során először a textilminták közül néhány véletlenszerűen választott elem rekonstrukcióját végeztük el a korábban vázolt optimalizációs eljárással az "ideális"  $\tau_i$  együtthatókat keresve. Az optimalizáció során ekvienergetikus *E* megvilágítót tételeztünk fel. Az optimalizációt a *ga\_pca\_color* program végzi [59] – [61].

A minimális M = 3 esetben igen jó közelítéssel megkaptuk az egyetlen lehetséges metamert, melyet a büntető tagok ugyan kicsit eltorzítottak, de a kapott *XYZ* eltérése az előírttól kicsi volt. *M* növelésével viszont előjött a módszer előnye: továbbra is majdnem pontos metamereket kaptunk, de a járulékos szabadság kihasználásával simább függvények adódtak és ahol M =3 esetén negatív értékeket is felvevő függvényünk volt, ott M > 3 esetén ez a kvalitatív hiba megszűnt. A 43. ábrán egy ilyen mintát mutatunk be.



43. ábra. Textilminta rekonstrukciója genetikus optimalizációval. Eredeti minta színes vonal, rekonstrukció 3 vektorral szaggatott vonal, rekonstrukció 5 vektorral folytonos fekete

vonal

Tökéletes rekonstrukciót természetesen M = 5 esetben sem várhatunk, amikor a probléma N = 31 dimenziós, de az látszik, hogy az 5 sajátvektor használata jócskán javít a közelítés kvalitatív és kvantitatív tulajdonságain is. Az előzetes számítások szerint M 5 fölé emelése csak lassan javít a pontosságon és a kvalitatív tulajdonságokon, viszont az optimalizáció idejét jelentősen növeli, ezért a továbbiakban ezzel az értékkel számolunk.

Az alábbi (44. ábra) ábrán véletlenszerűen kiválasztott minták rekonstrukciója látható az első öt sajátvektort felhasználva.









44. ábra. Textilminták rekonstrukciója genetikus optimalizációval, öt sajátvektorral. Az eredeti spektrum színes vonal, a rekonstruált folytonos fekete vonal.

A következő (11. táblázat) táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeket mutatja.

11. táblázat. A genetikus optimalizációval végrehajtott rekonstrukció  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékei.

Textilminták, genetikus optimalizálás											
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)							
1.	0,0210	0,0186	0,9911	0,0113							
2.	0,0277	0,0241	0,9856	0,0230							
3.	0,0380	0,0228	0,9970	0,0193							
4.	0,0412	0,0168	0,9941	0,0103							
5.	0,0155	0,0082	0,9996	0,0060							
6.	0,0336	0,0081	0,9769	0,0098							
7.	0,0281	0,0277	0,9990	0,0009							
8.	0,0390	0,0171	0,9975	0,0037							
9.	0,0344	0,0097	0,9989	0,0059							
10.	0,0213	0,0086	0,9864	0,0101							
				E: 0,0100							
átlag	0.0300	0.0162	0 0026	CIE D65: 0 3926							
anay	0,0300	0,0102	0,3320	CIE A:							
				1,3674							

A 44. ábráról látszik, valamint a 11. táblázatból leolvasható, hogy a genetikus optimalizációval végzett rekonstrukció hatékonysága nagyon jó. A  $\Delta E_{ab}^*$  színinger-különbségekből azonnal látszik, hogy az optimalizáció metamert talált. A kicsi *RMS*, *wRMS*, illetve a nagy *GFC* értékek pedig a rekonstrukció pontosságát jellemzik. A 12. táblázatban összehasonlítjuk a genetikus optimalizáció átlagos értékeit, *Solver* segítségével végzett optimalizációval az eredeti (31) költségfüggvény esetén textilminták rekonstrukciójakor. Mindkét esetben ekvienergetikus *E* megvilágítót feltételezve.

12. táblázat. A genetikus optimalizáció, illetve a Solver optimalizáció átlagos  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékei.

Textilminták, Solver, genetikus optimalizálás										
	RMS átlag	wRMS átlag	GFC átlag	$\Delta E^*_{ab}$ átlag						
saját optimalizációs algoritmus, Solver, (31) költségfüggvény	0,0331	0,0164	0,9904	E: 0,0118 CIE D65: 0,4299 CIE A: 1,3751						
saját genetikus optimalizációs algoritmus	0,0300	0,0162	0,9926	E: 0,0100 CIE D65: 0,3926 CIE A: 1,3674						

A 12. táblázatból látszik, hogy a genetikus optimalizáció minden paraméter tekintetében jobb habár nincs lényegi eltérés a genetikus optimalizáció, valamit a Solverrel végzett optimalizáció között az RMS, wRMS, GFC illetve a  $\Delta E_{ab}^*$ értékeket illetően. Mindkettő hasonlóan jó eredménnyel produkálja a rekonstrukcióhoz szükséges főkomponenseket. A genetikus optimalizáció jelentős előnye abban mutatkozik meg, hogy az optimalizáció során a reflexiós függvény alakjától függő mértékben büntet a nem negativitásra, illetve a simaságra vonatkozóan. Másik előnye abban nyilvánul meg, hogy alkalmas több ezer színmintához automatikusan főkomponenseket generálni, és ezeket egy alkalmas struktúrában a későbbi felhasználás szempontjából elraktározni. Mielőtt bemutatnánk ezt az eljárást, összehasonlítjuk a saját genetikus optimalizáló algoritmusunk rekonstrukciós pontosságát jellemző értékeket egyéb rekonstruáló eljárások hasonló értékeivel (klasszikus PCA, wPCA). A 13. táblázat a [32] cikkben közölt, textilminták rekonstrukcióinak pontosságát jellemző értékek átlagát hasonlítja genetikus PCA rekonstrukcióiból össze а algoritmust használó számolható  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékek átlagával. A korábban leírtak szerint a [32] cikkben D65 alatt meghatározott színinger-összetevőkkel dolgoztak, a  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékét a CIE A megvilágító

alatt adták meg. Mi a genetikus optimalizációval történt rekonstrukciónál ekvienergetikus *E* megvilágítót tételeztünk fel, de a  $\Delta E_{ab}^*$  értékeket az eddigiekhez hasonlóan megadjuk a *CIE A*, illetve a *CIE D*65 megvilágítók alatt is. Természetesen a cikkben használt textilminták, valamint az általunk használt textilminták eltérhettek ebben az esetben is.

13. táblázat. A klasszikus PCA, a wPCA, valamint a genetikus optimalizációval történt PCA rekonstrukciók átlagos  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékei textilminták esetén.

Textilminták különböző módszerekkel										
RMS átlagwRMS átlagGFC átlag $\Delta E^*_{ab}$ átlag										
PCA [32]	0,0730	n/a	n/a	CIE A: 3,2000						
wPCA [32]	0,0590	0,0590 n/a	n/a	CIE A: 1,8200						
saját				E: 0,0100						
genetikus	0.0300	0.0162	0.9926	CIE D65: 0,3926						
optimalizációs algoritmus	-,			CIE A: 1,3674						

A 13. táblázatból látható, hogy a genetikus optimalizációval elvégzett főkomponens analízis minden paraméter tekintetében jelentősen jobb eredményeket produkált textilminták rekonstrukciója esetén, mint a klasszikus PCA, illetve a súlyozott főkomponens analízis.

A nagy gerjesztési tisztaságú (telített) színekhez közelítve, amelyek a *CIE xy* színpatkó szélén helyezkednek el, megfigyelhetjük, hogy a genetikus optimalizáció sem tud teljesen nemnegatív megoldást találni. Ez azzal magyarázható, hogy egy maximális gerjesztési tisztaságú mintának saját magán kívül nincs valós metamere, hiszen ez azt jelentené, hogy a színinger monokromatikus, így az optimalizáció is csak nem valós metamert tud rekonstruálni. Természetesen, ha nem tökéletesen monokromatikus a színkép, mint például a 45. ábra esetében, akkor sem lesz maradéktalanul nemnegatív az eredmény. Az mindenesetre látszik, hogy a 3 sajátvektor használatával kapott megoldás sokkal jobban átmegy a negatív tartományba, mint M = 5 esetben, így megéri a több bázisvektor használata.



45. ábra. A telített színekhez negatív értékű reflexiós függvény rekonstruálható. Folytonos színes vonal az eredeti spektrum. Szaggatott vonal M = 3, folytonos fekete vonal: M = 5.

Mindezek után nézzük meg, hogy miként lehet a genetikus otimalizációs algoritmusunkat felhasználni arra, hogy több ezer minta főkomponenseit meghatározza, majd alkalmas formában letárolja azokat.

# A 6.4. fejezet összefoglalása:

A fejezetben elvégeztem a textilminták rekonstrukcióját a genetikus optimalizációt felhasználva, majd a kapott eredményeket összehasonlítottam a Solver eszközzel történő rekonstrukciós eredményekkel, valamint egy korábbi kutatás hasonló eredményeivel. Megállapítottam, hogy a genetikus optimalizációval történő rekonstrukció minden esetben jobb eredményeket produkál.

A 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 fejezetek alapján kimondott tézis:

## 2. Tézis

Ismeretlen reflexiós függvényű, ismert színinger-összetevőkkel ( $X_0Y_0Z_0$ ) rendelkező színminta spektrális rekonstrukciója a főkomponens-analízis első öt sajátvektorával jobb spektrális eredményeket szolgáltat, mint az eddig használt három sajátvektoros rekonstrukció. A sajátvektorok főkomponensei ( $\tau_i$ ) genetikus optimalizációval határozhatók meg [59] - [61].

# 6.5 Az együtthatók gyors visszakeresése táblázatok (look-up table) használatával

Az előzőekben ismertetett módszerrel lehetőség nyílik arra, hogy csupán a minta színingerösszetevőinek ismeretében előállítsuk a minta egy olyan metamerének spektrumát, amely jól megközelíti az ismeretlen eredeti spektrumot és a kvalitatív tulajdonságai is jók. A probléma csupán az, hogy az ehhez szükséges optimalizáció viszonylag hosszú futási idejű: egy mai erősnek mondható személyi számítógépen, a megadott paraméterek függvényében akár néhány percet is igénybe vehet az M = 5 esetben történő optimalizálás egyetlen színingerre. Gyakorlati esetekben ez az alkalmazás jelentős gátja, ha pl. egy digitális fénykép pixeleire szeretnénk ilyen rekonstrukciót végezni.

Szerencsére adott mintahalmazra a PCA-t csak egyszer kell elvégezni, és ha sok mintára elvégezzük az optimalizációt egyszer és a  $\tau_i$  együtthatókat eltároljuk, akkor a későbbiekben ezekből már kis számításidővel rekonstruálható a spektrum [59] - [61].

A digitális fényképekre gondolva az azokból sikeresen kinyerhető *CIE xy* színességi koordinátákban, valamint az *Y* fénysűrűség-értékben gondolkoztunk, de a számítások más, ekvivalens jelentésű koordinátákkal is hasonlóan elvégezhetők.

A cél érdekében a *CIE xy* síkot (46. ábra) felosztottuk 0,01 rácsközzel, és minden egyes így kapott  $x_0y_0$  ponthoz előre elvégeztük az együtthatók meghatározását. Tettük ezt saját optimalizációs módszerünket és eszközünket alkalmazva. A pontok beolvasása az *xy* szöveges fájlból történt.



46. ábra. CIE xy színességi diagram, 1931

Természetesen a sík csak azon pontjainál határoztuk meg az együtthatókat, amelyek a színpatkó belsejében vannak.

Ebben az esetben egy hipotetikus fényképezőgépet tételeztünk fel, amelynek csatornaérzékenységei megegyeznek a *CIE* színinger-megfeleltető függvényeivel, így a korábban bemutatott (6) összefüggés alapján dolgoztunk. Azonos pontosság várható el abban az esetben is, ha valós fényképezőgépet használunk, ekkor azonban ismerni kell a digitális fényképezőgép CCD tömbjének csatornánkénti  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $c_z$  színképi érzékenységét is. Ezek alapján a színinger-összetevők a következők szerint adhatók meg (53).

$$X = k_{\varphi} \cdot \int_{380nm}^{780nm} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot c_{x}(\lambda) d\lambda,$$
  

$$Y = k_{\varphi} \cdot \int_{380nm}^{780nm} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot c_{y}(\lambda) d\lambda,$$
(53)

$$Z = k_{\varphi} \cdot \int_{380nm}^{780nm} S(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot c_{z}(\lambda) d\lambda$$

Ismert spektrális érzékenységű kamera esetén a program nagyon egyszerűen módosítható a (53) egyenletnek megfelelően. Digitális fényképezőgépek spektrális érzékenysége a [62] publikáció alapján meghatározható.

A *CIE xy* színességi koordináták meghatározhatók az *XYZ* színinger-összetevők alapján a következő (54) egyenlet segítségével:

$$x = \frac{X}{(X+Y+Z)}, y = \frac{Y}{(X+Y+Z)}$$
 (54)

Mivel az *xy* színességi koordináták által meghatározott síkidomban a világosságra vonatkozó *Y* információk eltűnnek, ezért az *xyY* színtérben ábrázolható valós színminták térbeli színkészlete, gamutja alapján az  $Y'_0 = 18,42$  értékkel dolgoztunk. Ez az  $Y'_0$  érték azonos az  $L^* =$ 50 világossági tényezővel mind a *CIELAB*, mind a *CIELUV* színtérben. Ezekben a színterekben pedig a valós mintákat reprezentáló színtest ennél az értéknél a legnagyobb átmérőjű. Ezek után az (55) egyenletek felhasználásával meghatároztuk az (52) célfüggvény számára az  $Y'_0 = 18,42$  értékhez tartozó  $X'_0$  és  $Z'_0$ értékeket.

$$X'_{0} = \frac{Y'_{0}}{y_{0}} \cdot x_{0}, \ Z'_{0} = \frac{Y'_{0}}{y_{0}} \cdot (1 - x_{0} - y_{0})$$
(55)

Igaz ugyan, hogy így nem az eredeti, ismeretlen reflexiós függvényű minta  $X_0Y_0Z_0$  értékeihez kapjuk meg a  $\tau_i$  együtthatókat, de az ezen együtthatókkal elvégzett lineáris kombináció eredményeként megkapott reflexiós függvényt az  $\frac{Y_0}{Y'_0}$  értékkel megszorozva, skálázva jól közelítve megkapjuk az eredeti  $X_0Y_0Z_0$  színinger-összetevőkhöz tartozó spektrumot. Az alábbi 47. ábrán ilyen példák láthatók. Láthatjuk az  $X'_0Y'_0Z'_0$  értékekhez tartozó skálázatlan rekonstruált spektrumot, valamint az eredeti  $X_0Y_0Z_0$  értékekhez tartozó skálázott rekonstrulát spektrumot ekvienergetikus *E* megvilágító esetén.









47. ábra. Skálázatlan és skálázott rekonstruált spektrumok a *CIE xy* színességi koordináták alapján. Az eredeti spektrum színes vonal, a rekonstruált skálázatlanul szaggatott vonal, a rekonstruált skálázva fekete folytonos vonal.

A következő, 14. táblázat a rekonstrukció pontosságát leíró értékeket mutatja meg a *CIE xy* színességi koordinátákból történt rekonstrukció esetében a skálázott spektrumoknál.

Textilmi	Textilminták, genetikus, optimalizálás, CIE xy színességi koordinátákból skálázva											
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)								
1.	0,0392	0,0139	0,9939	0,0172								
2.	0,0372	0,0271	0,9974	0,0149								
3.	0,0443	0,0199	0,9967	0,0359								
4.	0,0457	0,0274	0,9978	0,0240								
5.	0,0595	0,0151	0,9922	0,0095								
6.	0,0428	0,0448	0,9975	0,0062								
7.	0,0495	0,0508	0,9938	0,0052								
8.	0,0494	0,0328	0,9782	0,0013								
9.	0,0027	0,0010	0,9923	0,0008								
10.	0,0413	0,0194	0,9823	0,0146								
				E: 0,0130								
átlag	0,0412	0,0252	0,9922	CIE D65: 0,4991								
				CIE A: 2,0983								

14. táblázat. A skálázott spektrumok rekonstrukciós  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékei, a CIE xy színességi koordináták alapján.

A 47. ábráról és a 14. táblázatból látható, hogy a *CIE xy* színességi koordinátákból történő spektrális rekonstrukció az általunk javasolt skálázás alkalmazásával alkalmas arra, hogy ismeretlen spektrumú színminta színinger-összetevői alapján meghatározza egy metamerének reflexiós függvényét.

Ezek után nézzük meg, hogy miként oldottuk meg a *CIE xy* színességi diagram pontjaihoz tartozó  $\tau_i$  együtthatók tárolását.

Az adott színességi koordinátához tartozó együtthatókat egy-egy táblázatban, look-up table-ben tároltuk, így összesen 5 darab, 85 × 75 méretű tömb kellett az eredmények tárolásához. Ezen táblázatok és a PCA első 5 sajátvektora valamint az átlagvektor ismeretében valamely ismeretlen spektrumú színminta (pixel) szininger-összetevő értékeiből juthatunk spektrális információkhoz.

Ezután a generált táblázatokból az xy pároshoz tartozó  $\tau_i$  együtthatók kiolvashatók, és ezekkel a (6) egyenlet szerinti lineáris kombinációt kell kiszámolni, majd az így nyert spektrumot kell a fentebb bemutatott módon skálázni.

Amennyiben a keresett *xy* pár nem a look-up table rácspontjában van, úgy a kívánt együtthatókat a keresett pont környezetében lévő pontokhoz tartózó együtthatók lineáris interpolációjával kapjuk meg. Az interpolációt a *interpol* program végzi. Az alábbi 48. ábrán

egy olyan színminta metamerének rekonstruált reflexiós függvénye látható, amelynek színességi koordinátái nem az általunk generált táblázatok rácspontjain helyezkednek el.



48. ábra. Interpolációval rekonstruált reflexiós függvény. A rácspontok függvényei színesek, az interpolált folytonos fekete.

A fenti példában az x = 0,3246 és az y = 0,5081 színességi koordinátájú pontokhoz keressük a reflexiós függvényt. A lineáris interpoláció ekkor az x = 0,32, illetve az x = 0,33, valamint az y = 0,5, illetve az y = 0,51 pontokhoz tartozó együtthatók segítségével történt.

A look-up table-ök generálását két lépésben végeztük. Előzetesen lefuttatunk egy optimalizációt a *start\_CIExy* programmal, melynek során minden számítást a teljes keresési téren, véletlenszerű kiinduló populációval futtattuk. A kapott look-up table-t felhasználtuk a második optimalizáció során, amelyhez a *start\_readme\_CIExy* programot használtuk: itt már az újra elvégzett optimalizációk esetén a kezdő populációba beletettük az első körös táblázatok szomszédos elemeinek együtthatóit is. E lépéssel lecsökkentettük annak esélyét, hogy valamelyik pontban egy lokális minimumban levő megoldást tartsunk meg, mert feltételezhető, hogy az egymás közelében lévő pontok optimális együtthatói "nem nagyon" térnek el egymástól.



49. ábra. Textilminták  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban

A 49. ábrán a textilminták esetén kapott  $\tau_i$ , együtthatókat mutatjuk be színkódoltan. Az együtthatók *CIE xy* síkbeli elhelyezkedésén bizonyos mértékű oszcilláció figyelhető meg. Ennek mértéke 1-2 százalékos és a rekonstruált spektrumokban hatásuk alig észrevehető. Az 50. ábrán bemutatjuk a 47. ábrán látható minták rekonstrukcióját, a táblázatokból kiolvasott együtthatók lineáris interpolációjával, skálázva az eredeti  $X_0Y_0Z_0$  színinger összetevőknek megfelelően, ekvienergetikus *E* megvilágítót feltételezve. Az interpolációval kapott együtthatókkal végzett rekonstrukció mellett láthatók az adott színességi koordinátáknak megfelelő közvetlen optimalizációval végzett rekonstrukciók skálázott eredményei is.







50. ábra. Az interpolációval történt skálázott rekonstrukció folytonos vonallal, valamint a közvetlen rekonstrukció skálázva szaggatott vonallal.

Az alábbi 15. táblázat az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékek alakulását mutatja a CIE xy színességi koordináták alapján lineáris interpolációval skálázva.

15. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékek interpoláció útján kapott együtthatókkal, skálázva.

Textilmi koo	Textilminták, genetikus, optimalizálás, CIE xy színességi koordinátákból lineáris interpolációval skálázva											
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)								
1.	0,0362	0,0151	0,9950	0,0257								
2.	0,0349	0,0282	0,9977	0,0299								
3.	0,0372	0,0192	0,9976	0,0208								
4.	0,0490	0,0331	0,9974	0,0325								
5.	0,0638	0,0155	0,9911	0,0049								
6.	0,0381	0,0427	0,9978	0,0278								
7.	0,0646	0,0464	0,9898	0,0244								
8.	0,0510	0,0357	0,9767	0,0271								
9.	0,0024	0,0010	0,9937	0,0109								
10.	0,0408	0,0178	0,9829	0,0521								
				E: 0,0256								
átlag	0,0418	0,0255	0,9920	CIE D65: 0,7927								
				CIE A: 2,8988								

A 47. valamint 50. ábra, illetve a 14. és 15. táblázat alapján elmondhatjuk, hogy a táblázatokból lineáris interpolációval kapott együtthatókkal végzett rekonstrukció hasonlóan jó eredményekkel elvégezhető, mint az adott *xy* színességi koordináták esetében közvetlen optimalizációval elvégzett rekonstrukció.

#### A 6.5. fejezet összefoglalása:

A fejezetben a genetikus optimalizációt alkalmazva a CIE xy sík pontjaihoz előre elvégeztem az optimalizációhoz szükséges együtthatók meghatározását és ezek megfelelő módon történő tárolását (look-up table), hogy a későbbiekben ezen adatokkal el lehessen végezni a spektrális rekonstrukciót olyan eszközökkel is, amelyek nem rendelkeznek elegendő számítási kapacitással az optimalizáció gyors lefuttatásához. Mivel a CIE xy síkban a világossági információ elveszik, így a rekonstrukcióval kapott reflexiós függvényt skáláztam valós színes minták térbeli színkészlete (gamutja) alapján. Elvégeztem a rekonstrukciót olyan estekben is, amikor a kérdéses minta CIE xy értékei az általunk előre letárolt CIE xy színességi koordináták közé estek. Ekkor a szükséges együtthatókat lineáris interpolációval határoztam meg. Megállapítottam, hogy a rekonstrukció ezekben az esetekben is jó hatásfokkal működik.

A 6.5 fejezet alapján kimondott tézis:

#### 3. Tézis

Színes minták spektrális rekonstrukciója a főkomponens-analízist használva optimalizációval elvégezhető kis számítási kapacitással rendelkező eszközök esetén is, amennyiben a rekonstrukció lineáris kombinációjában szereplő főkomponenseket a CIE xy sík kellően sűrű rácsközzel felosztott színességi koordinátáihoz előre meghatározzuk és megfelelő look-up table formában tároljuk [59] - [61].

#### 6.5.1 A módszer erőforrás-igénye

Ahhoz tehát, hogy a számítások végeredményét gyorsan fel tudjuk használni, szükségünk van az alábbi eredmények tárolására:

 A PCA-val kapott átlagvektor és az első M sajátvektor. Ez (M + 1) · N = 6 · 31 = 186 lebegőpontos értéket jelent. 0,01-es felbontás esetén 75 × 85 -ös táblázatból M darab eltárolása. Ez M · 75 · 85 = 5 · 75 · 85 = 31875 lebegőpontos érték.

Még akkor is, ha duplapontos tárolást alkalmazunk, ez összesen 256 kB-nyi adat, ami igen kevés, még a mai mobil eszközök memóriaméretéhez képest is.

A számításigény hasonlóan kicsi. Egy XYZ hármasból 10-nél kevesebb lebegőpontos alapművelettel megkapható x és y, ezeknek megfelelő  $\tau_i$  értékek a táblázatokban való lineáris interpolációval kaphatók meg, ami az M = 5 táblázat esetén is 100-nál kevesebb műveletet jelent.  $\tau_i$ -k ismeretében (42) egyenlet kiértékelése  $M \cdot N \cdot 2 + N = 341$  alapművelettel megoldható, azaz a színinger-összetevő értékből való rekonstrukció 1 000-nél kevesebb alapművelet elvégzését igényli.

A módszer tehát olyan, hogy a PCA és a look-up table-ök meghatározása után igen csekély memória és processzoridő felhasználásával lehetővé teszi a közelítő színképi rekonstrukciót. Az erőforrásigény még akkor is kezelhető maradna, ha a későbbiekben a nagyobb pontosság miatt M és N értéke jelentősen nőne.

## 6.6 A bemutatott módszerek összehasonlítása

A következőkben összehasonlítjuk az eddig bemutatott módszerek pontosságát megadó eredményeket textilminták rekonstrukciója esetén. A klasszikus PCA, a súlyozott PCA, a klasszikus lineáris modell, a Solver optimalizáció különböző költségfüggvényekkel, a genetikus optimalizáció, valamint a skálázással, illetve lineáris interpolációval skálázva nyert  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* átlagos értékeinek alakulását különböző textilmintákat felhasználva a 16. táblázat mutatja be. A klasszikus PCA, valamint a súlyozott PCA esetében *CIE D*65 megvilágítót használtak [32]. A klasszikus lineáris modell, valamint a Solver optimalizációs modell esetén szintén *CIE D*65, a genetikus optimalizációs módszereknél ekvienergetikus *E* megvilágítót tételeztünk fel.

16. táblázat. A  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* átlagos értékeinek alakulása különböző módszerek esetében. A táblázatban dőlt betűkkel a genetikus optimalizációnk eredményei vannak kiemelve.

Textilminták különböző módszerekkel										
	RMS átlag	wRMS átlag	GFC átlag	$\Delta E^*_{ab}$ átlag						
PCA [32]	0,0730	n/a	n/a	CIE A: 3,2000						
wPCA [32]	0,0590	n/a	n/a	CIE A: 1,8200						
alacsony paraméterszámú lineáris modell	0,0560	0,0259	0,9842	CIE D65: 1,3029 E: 1,7560 CIE A: 2,7918						
saját				CIE D65: 0,0142						
optimalizációs	0.0334	0.0166	0.0024	E: 0,4826						
Solver, (31) költségfüggvény	0,0331	0,0100	0,9924	CIE A: 1,7569						
saját		0,0255		CIE D65: 0,3178						
algoritmus,	0,0417		0,9857	E: 0,6387						
Solver, (41) költségfüggvény				CIE A: 2,9543						
saját genetikus				E: 0,0100						
optimalizációs	0,0300	0,0162	0,9926	CIE D65: 0,3926						
saiát genetikus				CIE A: 1,3074 F: 0.0130						
optimalizációs	0.0440	0.0050	0.0000	CIE D65: 0,4991						
algoritmus, skálázással	0,0412	0,0252	0,9922	CIE A: 2,0983						
saját genetikus				E: 0,0256						
optimalizációs				CIE D65: 0,7927						
aigoritmus, interpolált együtthatókkal skálázással	0,0418	0,0255	0,9920	CIE A: 2,8988						

A 16. táblázatból leolvasható, hogy az általunk javasolt módszerek minden paraméter tekintetében láthatóan jobb átlagos értékeket eredményeztek, mint az eddig használt módszerek.

Az alábbi 17. táblázatban megmutatjuk, hogy néhány korábban bemutatott, spektrális rekonstrukciókkal foglalkozó munka hány százalékos javulást eredményezett a klasszikus, három sajátvektort használó PCA módszerhez képest a spektrális pontosság terén. Voltak olyan munkák, amelyek a javasolt módszer átlagos *RMS* értékeit közölték, és voltak olyanok, amelyek a javasolt módszer átlagos *GFC* értékeit a klasszikus PCA ugyanilyen értékei mellet. Azokban az esetekben, ahol több különböző mintahalmazzal is elvégezték a rekonstrukciót, ott a mintahalmazokhoz tartozó százalékos javulási értékek átlagát közöljük.

17. táblázat. A spektrális rekonstrukció különböző módszereinek hatékonysága a kalsszikus PCA módszeréhez képest

A módszer neve	Százalékos RMS javulás a PCA módszeréhez képest	Százalékos GFC javulás a PCA módszeréhez képest
wPCA [32]	28,55%	n/a
lineáris interpolációval kombinált wPCA [33]	4,46%	0,11%
adaptív PCA algoritmus [29]	n/a	1,11%
több megvilágító használata [21]	13,22 %	n/a
lineáris interpoláció [25]	32,51%	n/a
saját genetikus optimalizáció	39,21%	1,32%

A 17. táblázatból látszik, hogy az általunk javasolt módszer jelentős százalékos javulást eredményezett a három sajátvektort felhasználó PCA módszerhez képest a spektrális pontosság terén.

# A 6.6. fejezet összefoglalása:

A fejezetben összehasonlítottam az eddig alkalmazott, bemutatott módszerek hatékonyságát és megállapítottam, hogy az öt sajátvektort használó, a valós minták alapján felállított korlátozó feltételekkel működő genetikus optimalizáció hatékonysága a legjobb.

# 6.7 További színmintahalmazok vizsgálata

Szakmailag érdekfeszítő kérdésnek tekintettük, hogy miként alakulnak az együtthatók, és az előállított spektrumok abban az esetben, ha nem csak a textilminták halmazát használjuk fel. Feltételeztük, hogy különböző anyagok esetén még ugyanahhoz a színinger-összetevő értékekhez tartozó színességi koordinátákhoz is eltérő spektrum tartozhat. Ezért további 3 mintahalmaz, azaz 148 virágminta, 565 festékminta, illetve 8 533 emberi bőrminta (51. ábra) esetén is elvégeztük a teljes analízist, azaz a PCA-t és a look-up table generálást,





51. ábra. Virágminták, festékminták, bőrminták elhelyezkedése a *CIE xy* színességi diagramban

A look-up table generálása előtt néhány véletlenszerűen kiválasztott virág, festék, illetve bőrminta spektrális rekonstrukcióját is elvégeztük a textilminták rekonstrukciójához hasonlóan. Mindegyik mintahalmaz néhány színes mintájához meghatároztuk a főkomponenseket a hozzájuk tartozó sajátvektorok, valamint átlagvektorok segítségével a genetikus optimalizáló



programot felhasználva. Az így kapott főkomponensekkel pedig elvégeztük a spektrális rekonstrukciót. Az 52. ábra néhány minta rekonstrukcióját mutatja.



52. ábra. Virág, festék, bőrminták rekonstrukciója. Az eredeti reflexiós függvény színes, a rekonstruált fekete vonallal.

A 18. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeinek alakulását mutatja különböző mintahalmazokhoz tartozó színminták esetén.

Virág-, festék-, bőrminták rekonstrukciója											
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (E)							
virágminta 1	0,0498	0,0331	0,9973	0,0023							
virágminta 2	0,0254	0,0105	0,9879	0,0164							
virágminta 3	0,0210	0,0154	0,9987	0,0006							
virágminta 4	0,0361	0,0139	0,9980	0,0031							
festékminta 1	0,0072	0,0050	0,9999	0,0034							
festékminta 2	0,0192	0,0195	0,9917	0,0086							
festékminta 3	0,0412	0,0548	0,9980	0,0057							
festékminta 4	0,0200	0,0036	0,9990	0,0015							
bőrminta 1	0,0257	0,0235	0,9986	0,0040							
bőrminta 2	0,0201	0,0129	0,9988	0,0093							
bőrminta 3	0,0283	0,0215	0,9978	0,0044							
bőrminta 4	0,0339	0,0295	0,9973	0,0062							
átlag	0,0273	0,0203	0,9969	E: 0,0055 CIE D65: 0,3230 CIE A: 1,3739							

18. táblázat. A  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeinek alakulása különböző mintahalmazok esetében.

A fenti 52. ábra, valamint a 18. táblázat alapján megállapíthatjuk, hogy a rekonstrukciós eljárás jól működik a választott betanító mintahalmazok esetén is.

Ezek után a mintahalmazok sajátvektorait, valamit átlagvektorait felhasználva elvégeztük genetikus optimalizáló algoritmusunk segítségével az  $x_0y_0$  színességi koordinátákhoz tarozó főkomponensek meghatározását, illetve a look up table-ek generálását a textilmintáknál bemutatott módszerrel. Az 53. ábrán a virágminták  $\tau_1$ , az 54. ábrán a festékminták  $\tau_1$ , az 55. ábrán pedig az emberi bőrminták  $\tau_1$  együtthatóinak eloszlását mutatjuk be. Láthatóan ezek eltérnek a különböző mintahalmazok esetekben. A minták  $\tau_2 - \tau_5$  együtthatóit az 1. számú melléklet mutatja.



53. ábra. Virágminták  $\tau_1$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban



54. ábra. Festékminták  $\tau_1$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban



55. ábra. Bőrminták  $\tau_1$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban

Felvetődik a kérdés: bár a főkomponens-analízis sajátvektorai és a  $\tau_i$  együtthatók, vagyis a főkomponensek más és más mintahalmazra eltérnek, de mennyire tér el a rekonstruált spektrum ugyanazon színinger-összetevőkhöz. Ennek érdekében véletlenszerűen kiválasztott színinger-összetevőkhöz elvégeztük a rekonstrukciót különböző betanító mintahalmazok esetén (56. ábra). A fentebb bemutatott mintahalmazok (textil, bőr, virág, festék) mindegyikének sajátvektoraival elvégeztük ugyanazon színinger-összetevőkkel jellemezhető hipotetikus minták rekonstrukcióját genetikus optimalizáló algoritmusunkat használva, ekvienergetikus *E* megvilágítót feltételezve. Hasonló eredményeket kapnánk más megvilágítók használata esetén is, amit az értekezés további részében igazolunk. Az 57. ábrán ugyanazon színinger-összetevőkhöz tartozó rekonstruált spektrumok láthatók különböző betanító mintahalmazoknál.



56. ábra. A minták elhelyezkedése a CIE xy diagramban.













Az 57. ábrán jól látszik, hogy adott színinger-összetevő értékekhez eltérő spektrum tartozik annak függvényében, hogy milyen a betanító mintahalmaz. A textilminták, illetve festékminták jelentősebb osszillációktól mentes rekonstruált reflexiós függvényei hasonlítanak leginkább egymásra, de ezek sem egyeznek meg teljesen. A következő, 19. táblázat megmutatja a rekonstrukciót számszerűen jellemző *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékeinek alakulását a textilmitákból képzett rekonstruált spektrumhoz képest, vagyis az összehasonlítás alapját minden esetben a textilminta spektruma képezte. A  $\Delta E_{ab}^*$  értékei nem kerültek meghatározásra, hiszen itt csak a rekonstruált reflexiós függvények alakjait hasonlítottuk össze.

19. táblázat. Az *RMS, wRMS, GFC* értékeinek alakulása ugyanazon színingerösszetevőkhöz különböző betanító mintahalmazok esetén.

F	Rekonstrukció különböző mintahalmazok esetén, genetikus optimalizálás											
		textil-virág	]	t	textil-festék			textil-bőr				
minta	RMS	wRMS	GFC	RMS	wRMS	GFC	RMS	wRMS	GFC			
1.	0,0558	0,0401	0,9946	0,0346	0,0166	0,9983	0,0854	0,0562	0,9887			
2.	0,0302	0,0291	0,9985	0,0362	0,0154	0,9985	0,0638	0,0568	0,9936			
3.	0,0487	0,0332	0,9962	0,0360	0,0135	0,9980	0,0385	0,0147	0,9977			
4.	0,0431	0,0103	0,9926	0,0306	0,0071	0,9959	0,0310	0,0231	0,9966			
5.	0,0484	0,0352	0,9971	0,0247	0,0112	0,9987	0,1229	0,0825	0,9858			
6.	0,0407	0,0132	0,9924	0,0136	0,0093	0,9985	0,0361	0,0239	0,9892			
7.	0,0816	0,0400	0,9526	0,0374	0,0174	0,9901	0,0388	0,0324	0,9893			
8.	0,0544	0,0455	0,9977	0,0717	0,0300	0,9959	0,0517	0,0491	0,9970			
9.	0,0597	0,0386	0,9774	0,0201	0,0071	0,9975	0,0230	0,0203	0,9967			
10.	0,0592	0,0470	0,9220	0,0196	0,0138	0,9918	0,0651	0,0716	0,9125			
átlag	0,0522	0,0332	0,9821	0,0325	0,0141	0,9963	0,0556	0,0431	0,9847			

Az 57. ábrához hasonlóan a 19. táblázat adatai megmutatták, hogy ugyanazokhoz a színinger összetevőkhöz más-más spektrum tartozik textil-, virág-, bőr-, illetve festék-mintahalmazokat felhasználva. A textil- és festék-mintahalmazok esetén az eltérések kisebbek, mint egyéb esetekben. Ezt igazolja az is, ha megvizsgáljuk az egyes mintahalmazok első öt sajátvektorait, valamint átlagvektorait (58. ábra).



58. ábra. Különböző mintahalmazok sajátvektorai, átlagvektorai.

Az 58. ábrán jól látszik, hogy a textilminták, illetve festékminták sajátvektorai térnek el legkevésbé egymástól, míg a másik két mintahalmaz sajátvektorai jelentősebb eltérést mutatnak. Így érthető, hogy azonos színinger-összetevő értékekhez eltérő spektrum tartozik különböző mintahalmazok esetében.

Mindezek alapján elmondhatjuk, hogy módszerünkkel ismeretlen spektrumú színminta színességi koordinátáihoz gyorsan tudunk spektrumot rekonstruálni, és meg tudjuk mondani, hogy ez a spektrum miként néz ki ha az ismeretlen minta textil, bőr, festék vagy virág volt. Természetesen a módszer a későbbiekben tovább pontosítható újabb mintahalmazok bevonásával, illetve a meglévő mintahalmazok elemszámának növelésével, esetleg a színi szegmentáció alkalmazásával.

A fentebb bemutatott eljárással megkapható eredmények igen kis helyen eltárolhatók és felhasználásuk kevés számítási igényt jelent, ezért a módszer olyan eszközök esetében is lehetőséget teremt spektrális információ meghatározására, amelyek megfelelő számítási teljesítmény hiányában alkalmatlanok az optimalizációs eljárás lefuttatására. A módszer így akár mobil eszközökön is alkalmazható közelítő spektrális rekonstrukcióra, ha előzetes információ áll rendelkezésre arról, mi is szerepel a képeken.

## A 6.7. fejezet összefoglalása:

A fejezetben további mintahalmazok (virág, festék, bőr) főkomponens-analízisét végeztem el. Megállapítottam, hogy a genetikus optimalizáció hatékonyan működik más mintahalmazok esetén is. Ezen esetekben is elvégeztem az együtthatók eltárolását a CIE xy sík megfelelő pontjaihoz. Megállapíottam, hogy ugyanazon színinger-összetevőkhöz eltérő reflexiós függvény tartozik különböző anyagok esetén.

A 6.7 fejezet alapján kimondott tézis:

## 4. Tézis

Különböző anyagok esetén még ugyanahhoz a színinger-összetevő értékekhez is eltérő spektrum tartozik [63].

# 6.8 A megvilágítók hatásának vizsgálata

Megvizsgáltuk azt, hogy miként befolyásolja a rekonstrukciót a felhasznált megvilágító [64]. Ennek érdekében elsőként hét különböző megvilágítóval dolgoztunk: *CIE D*65 (5. ábra), *CIE D*50 (6. ábra), *CIE A* (7. ábra), ekvienergetikus *E* (8. ábra), *CIE F*11 (9. ábra), 5 000K korrelált színhőmérsékletű fényporos fehér LED, *LED*1 névvel (18. ábra), illetve 5 000K korrelált színhőmérsékletű háromsávos fehér LED, *LED*2 névvel (19. ábra). Első esetben megnéztük, hogy egy adott minta esetén különböző ismert megvilágítók alatt hogyan alakul a rekonstrukció. Kíváncsiak voltunk arra is, hogy miként működik a rekonstrukció, amennyiben nem ismerjük a megvilágítót, csak a minta adott megvilágító alatti színinger-összetevőit. Ennek érdekében elvégeztük a rekonstrukciót egy feltételezett megvilágítót használva, majd az eredményeket összehasonlítottuk. Feltételezett megvilágítóknak a fentebb említett megvilágítókat használtuk. Mindegyik rekonstrukció esetében a textilminták sajátvektorait, valamint saját genetikus optimalizáló alogritmusunkat használtuk fel a főkomponensek meghatározásához.

#### 6.8.1 Ismert spektrális teljesítményeloszlású megvilágító

Először megvizsgáltuk különböző színminták rekonstrukcióját egymás után mind a hét megvilágítót használva (59. ábra).





59. ábra. Színminták rekonstrukciója különböző megvilágítókat feltételezve. Az eredeti minta fekete vonal, a különböző megvilágítók alatti rekonstruált színképek színes vonalak.

A következő táblázatok (20-23.) a rekonstrukciót jellemző  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékek alakulását mutatja különböző megvilágítók esetén.

20. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeinek alakulása az ekvienergetikus E, CIE D65 megvilágítók esetében.

Textilminták, genetikus optimalizálás, különböző megvilágítók esetén										
		E	Ξ			CIE	D65			
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$		
1.	0,0210	0,0186	0,9911	0,0113	0,0214	0,0186	0,9907	0,0202		
2.	0,0277	0,0241	0,9856	0,0230	0,0283	0,0244	0,9850	0,0144		
3.	0,0380	0,0228	0,9970	0,0193	0,0454	0,0226	0,9961	0,0281		
4.	0,0412	0,0168	0,9941	0,0103	0,0377	0,0161	0,9950	0,0141		
5.	0,0155	0,0082	0,9996	0,0060	0,0153	0,0080	0,9996	0,0065		
6.	0,0336	0,0081	0,9769	0,0098	0,0385	0,0093	0,9697	0,0018		
7.	0,0281	0,0277	0,9990	0,0009	0,0304	0,0279	0,9989	0,0042		
8.	0,0390	0,0171	0,9975	0,0037	0,0315	0,0130	0,9983	0,0035		
9.	0,0344	0,0097	0,9989	0,0059	0,0369	0,0100	0,9987	0,0041		
10.	0,0213	0,0086	0,9864	0,0101	0,0219	0,0086	0,9858	0,0080		
átlag	0,0300	0,0162	0,9926	0,0100	0,0307	0,0158	0,9918	0,0105		

21. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeinek alakulása a CIE A, CIE F11 megvilágítók esetében.

	Textilminták, genetikus optimalizálás, különböző megvilágítók esetén											
		CIE	ΞA			CIE	F11					
mintaszám	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$				
1.	0,0219	0,0229	0,9904	0,0243	0,0214	0,0176	0,9908	0,0180				
2.	0,0290	0,0304	0,9843	0,0122	0,0282	0,0243	0,9855	0,0126				
3.	0,0353	0,0225	0,9973	0,0114	0,0674	0,0220	0,9910	0,0181				
4.	0,0363	0,0126	0,9937	0,0111	0,0322	0,0142	0,9946	0,0098				
5.	0,0219	0,0115	0,9992	0,0076	0,0135	0,0080	0,9997	0,0042				
6.	0,0393	0,0098	0,9689	0,0079	0,0340	0,0107	0,9760	0,0311				
7.	0,0261	0,0298	0,9990	0,0060	0,0264	0,0307	0,9989	0,0041				
8.	0,0448	0,0211	0,9966	0,0071	0,0326	0,0144	0,9982	0,0053				
9.	0,0399	0,0107	0,9985	0,0080	0,0333	0,0106	0,9991	0,0020				
10.	0,0220	0,0077	0,9859	0,0380	0,0193	0,0071	0,9887	0,0231				
átlag	0,0316	0,0179	0,9914	0,0134	0,0308	0,0160	0,9922	0,0128				

	Textilminták, genetikus optimalizálás, különböző megvilágítók esetén											
		LEI	D 1			LE	D 2					
mintaszám	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$				
1.	0,0259	0,0173	0,9874	0,0191	0,0244	0,0257	0,9881	0,0154				
2.	0,0329	0,0304	0,9802	0,0113	0,0338	0,0366	0,9798	0,0168				
3.	0,0374	0,0271	0,9978	0,0136	0,0371	0,0240	0,9972	0,0210				
4.	0,0371	0,0135	0,9938	0,0091	0,0421	0,0137	0,9923	0,0040				
5.	0,0159	0,0075	0,9995	0,0281	0,0119	0,0086	0,9997	0,0027				
6.	0,0319	0,0101	0,9798	0,0138	0,0361	0,0114	0,9741	0,0116				
7.	0,0298	0,0288	0,9989	0,0025	0,0279	0,0233	0,9989	0,0092				
8.	0,0333	0,0125	0,9981	0,0038	0,0317	0,0138	0,9983	0,0030				
9.	0,0400	0,0105	0,9985	0,0095	0,0375	0,0109	0,9988	0,0033				
10.	0,0280	0,0084	0,9806	0,0239	0,0180	0,0036	0,9917	0,0497				
átlag	0,0312	0,0166	0,9915	0,0135	0,0300	0,0172	0,9919	0,0137				

22. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeinek alakulása a LED 1, LED 2 megvilágítók esetében.

23. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékeinek alakulása a CIE D50 megvilágító esetében.

Textilminták, genetikus optimalizálás, különböző megvilágítók esetén				
	CIE D50			
mintaszám	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
1.	0,0214	0,0181	0,9907	0,0277
2.	0,0295	0,0282	0,9836	0,0130
3.	0,0354	0,0229	0,9973	0,0237
4.	0,0326	0,0136	0,9951	0,0147
5.	0,0140	0,0078	0,9997	0,0083
6.	0,0385	0,0094	0,9698	0,0010
7.	0,0273	0,0269	0,9990	0,0025
8.	0,0427	0,0181	0,9970	0,0041
9.	0,0283	0,0089	0,9992	0,0029
10.	0,0238	0,0095	0,9825	0,0350
átlag	0,0294	0,0163	0,9914	0,0133

A fenti 59. ábráról, illetve a 20.-23. táblázatokból leolvasható, hogy a rekonstrukció hasonlóan jó eredményeket szolgáltatott különböző minták esetén, amennyiben más-más ismert spektrális teljesítményeloszlású megvilágítót használtunk. Az  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC átlagos értékei közel azonosak a különböző megvilágítókat alkalmazva. Ez azt jelenti, hogy a módszer
alkalmazható különböző megvilágítókkal és a rekonstrukció jósága nem fog függeni a megvilágító típusától. Ez abban az esetben feltétlenül igaz, ha ismerjük a megvilágító spektrális teljesítményeloszlását.

#### A 6.8.1. fejezet összefoglalása:

A fejezetben megvizsgáltam, hogy miként működik a genetikus optimalizáció különböző ismert spektrális összetételű megvilágítók esetén. Megállapítottam, hogy amennyiben ismert a megvilágító spektrális teljesítményeloszlása, akkor a genetikus optimalizációval történő rekonstrukció hatékonyan működik bármilyen megvilágító esetén.

A 6.8.1 fejezet alapján kimondott tézis:

5. Tézis

A genetikus optimalizációval végzett spektrális rekonstrukció hasonlóan jó eredményeket szolgáltat különböző minták esetén más-más ismert spektrális teljesítményeloszlású megvilágítót feltételezve [64].

#### 6.8.2 Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító

Kíváncsiak voltunk azonban arra is, hogy miként alakul a rekonstrukció abban az esetben, ha nem ismerjük a megvilágító spektrális teljesítményeloszlását. A vizsgálat első részében feltételeztük, hogy semmilyen információnk nincs a megvilágítóról, a második esetben pedig azt, hogy ismerjük a megvilágítók fehérpontjait:  $X_n Y_n Z_n$ .

Kiválasztottunk egy színmintát, amelynek a rekonstrukcióját az alábbiak szerint végeztük el. A rekonstrukciónál a megvilágító spektrális teljesítményeloszlását ismeretlennek tételeztük fel. Természetesen az eredmények számszerűsíthetősége, összehasonlíthatósága érdekében számoltunk vele, de a rekonstrukciónál nem használtuk fel. Ezek után mind a hét fentebb említett megvilágítót felhasználtuk, mint "ismeretlen", a mintát megvilágító fényforrás, illetve mind a hét megvilágítóval, mint feltételezett fényforrással elvégeztük a rekonstrukciót. Ez összesen  $7 \cdot 7$  esetet jelentett. A vizsgálat során a feltételezett megvilágító k között értelemszerűen ténylegesen szerepelt a valóban használt megvilágító is. Ebben az esetben nyilván ugyanolyan jó hatásfokkal dolgozik a rekonstrukció, mint az értekezésben korábban bemutatott példákban. Azokban az esetekben, amikor a feltételezett megvilágító nem egyezett

meg a ténylegesen használt megvilágítóval, a rekonstrukció pontossága érthető módon erősen leromlott.

Az alábbi 60. ábrán egy kiválasztott minta fentiek szerinti rekonstrukciója látható. A grafikonok címe mutatja a valóban felhasznált, de ismeretlennek feltételezett megvilágítót. Az eredeti mintát minden esetben folytonos fekete vonallal jelöltük, a feltételezett megvilágítókkal rekonstruált spektrumokat pedig színes vonalak jelölik.





60. ábra. A rekonstrukció alakulása ismeretlen megvilágító esetén. Az eredeti spektrum folytonos fekete vonal, a felhasznált feltételezett megvilágítók színes vonalak.

A 24. táblázat az előbbi rekonstrukciók *RMS* értékeit, a 25. táblázat a *wRMS* értékeit, a 26. táblázat a *GFC* értékeit, a 27. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$  értékeit tartalmazza.

	Eredeti megvilágító								
gító	RMS	Е	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag
<b>rilá</b>	Е	0,0281	0,1868	0,0558	0,0284	0,0752	0,0749	0,1215	0,0815
egv	CIE A	0,1572	0,0261	0,2127	0,1690	0,1356	0,1303	0,1158	0,1353
t T	CIE D65	0,0792	0,2622	0,0304	0,0895	0,1362	0,1150	0,1217	0,1192
zet	CIE D50	0,0956	0,1667	0,0596	0,0267	0,0457	0,0723	0,0956	0,0803
tele	CIE F11	0,1644	0,1630	0,1279	0,0492	0,0264	0,0539	0,0698	0,0935
)lté	LED 1	0,0957	0,1586	0,1290	0,1458	0,1255	0,0268	0,0473	0,1041
щ	LED 2	0,1945	0,1434	0,0870	0,0615	0,1526	0,0316	0,0215	0,0989
	átlag	0,1164	0,1581	0,1003	0,0814	0,0996	0,0721	0,0848	0,1018

24. táblázat. Az RMS értékei ismeretlennek feltételezett megvilágító esetén.

25. táblázat. Az wRMS értékei ismeretlennek feltételezett megvilágító esetén.

	Eredeti megvilágító								
gító	wRMS	E	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag
rilá	Е	0,0277	0,1560	0,0561	0,0197	0,0437	0,0486	0,0800	0,0617
egv	CIE A	0,1331	0,0298	0,1663	0,1324	0,1106	0,1115	0,1000	0,1119
t T	CIE D65	0,0561	0,2272	0,0279	0,0550	0,0892	0,0927	0,1199	0,0954
zet	CIE D50	0,0286	0,1663	0,0504	0,0272	0,0393	0,0483	0,0792	0,0628
tele	CIE F11	0,0553	0,1200	0,0880	0,0490	0,0307	0,0439	0,0718	0,0655
elté	LED 1	0,0524	0,1269	0,0960	0,0661	0,0771	0,0267	0,0466	0,0702
щ	LED 2	0,0814	0,1480	0,0864	0,0626	0,1182	0,0420	0,0252	0,0806
	átlag	0,0621	0,1392	0,0816	0,0589	0,0727	0,0591	0,0747	0,0783

	Eredeti megvilágító									
gító	GFC	E	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag	
vilá	E	0,9990	0,9877	0,9971	0,9986	0,9973	0,9962	0,9885	0,9949	
egv	CIE A	0,9663	0,9990	0,9319	0,9626	0,9770	0,9727	0,9839	0,9705	
E E	CIE D65	0,9971	0,9797	0,9989	0,9967	0,9947	0,9929	0,9808	0,9915	
zet	CIE D50	0,9849	0,9804	0,9970	0,9990	0,9974	0,9959	0,9910	0,9922	
tele	CIE F11	0,9610	0,9891	0,9840	0,9974	0,9989	0,9952	0,9923	0,9883	
elté	LED 1	0,9882	0,9560	0,9713	0,9745	0,9723	0,9991	0,9964	0,9797	
Ľ	LED 2	0,9332	0,9692	0,9860	0,9931	0,9559	0,9982	0,9991	0,9764	
	átlag	0,9757	0,9801	0,9809	0,9888	0,9848	0,9929	0,9903	0,9848	

26. táblázat. Az GFC értékei ismeretlennek feltételezett megvilágító esetén.

27. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$  értékei ismeretlennek feltételezett megvilágító esetén.

	Eredeti megvilágító										
Ó	$\Delta E_{ab}^*$	Е	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag		
	E	0,0009	28,0866	7,1124	4,1482	10,7046	4,9242	4,7477	8,5321		
ágít	CIE A	34,5376	0,0060	40,2590	31,2878	20,2908	34,3770	32,8372	27,6565		
egvilá	CIE D65	7,2780	33,7317	0,0042	7,3343	15,0147	7,9519	7,6390	11,2791		
ett me	CIE D50	7,1471	28,0319	7,8457	0,0033	8,8737	2,8156	2,7381	8,2079		
eleze	CIE F11	12,5828	19,4146	17,2095	9,3859	0,0041	10,1569	9,6828	11,2052		
Felté	LED 1	4,5952	27,1221	7,6196	2,6745	8,2923	0,0033	0,0314	7,1912		
	LED 2	4,7219	27,1622	7,5960	2,6416	8,2813	0,0342	0,0069	7,2063		
	átlag	10,1234	23,3650	12,5209	8,2108	10,2088	8,6090	8,2405	11,6112		

Mind a 60. grafikonegyüttesről látszik, mind a 24-27. táblázatokból leolvasható, hogy amennyiben semmiféle információnk nincs a megvilágítóról, akkor a rekonstrukció pontossága meglehetősen gyatra. Ezekben az átlagos értékekben benne vannak azok az esetek is, amikor feltételezett megvilágítónk megegyezett a tényleges megvilágítóval, ami természetesen az eddigiekhez hasonlóan igen jó rekonstrukciót eredményezett. Ez az átlagos értékeken javított. A 28. táblázat megmutatja a rekonstrukciót jellemző számértékek átlagainak alakulását az összes megvilágító kombinációját, az eredeti megvilágító nélküli kombinációját, valamit csak az eredeti megvilágítót figyelembe véve.

28. táblázat. Az *RMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékeinek alakulása a megvilágítók különböző kombinációjával.

	Összes kombináció	Eredeti megvilágító nélkül	Eredeti megvilágító
RMS	0,1018	0,1144	0,0266
wRMS	0,0783	0,0867	0,0279
GFC	0,9848	0,9828	0,9990
$\Delta E_{ab}^{*}$	11,6112	13,5457	0,0041

A 6.8.2. fejezet összefoglalása:

A fejeztben ismeretlen spektrális összetételű megvilágítót feltételezve végeztem el a rekonstrukciót, és természetesen arra a megállapításra jutottam, hogy ebben az esetben a rekonstrukció hatékonysága nem jó.

## 6.8.3 Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérponttal rendelkező megvilágítók

A következőkben megvizsgáljuk azt, hogy miként alakulnak a rekonstrukciók azokban az esetekben, ha a megvilágítók spektrális teljesítményeloszlását továbbra sem ismerjük, van azonban némi információnk a megvilágítóról: ismerjük annak fehérpontját. Ez nem is túl nagy engedmény, hiszen például a modern digitális fényképezőgépek egy része is felkínálja a fehérpont manuális beállítását, vagyis ennek az információnak a meghatározását. (20). Ebben az esetben módosítottunk a (52) költségfüggvényünket a következő formára (56):

$$d(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = d'_0 + P_n + P_v \tag{56}$$

Az egyenletben szereplő  $d'_0$  a (44) egyenlettel ellentétben nem a minta színinger-összetevőit tartalmazza, hanem az színinger-összetevőkből számolható (20)  $L^*a^*b^*$  értékeket. Erre azért volt szükség, mert a *CIELAB* rendszer figyelembe veszi a fehéradaptációt.

$$d'_0(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = (L_0^* - L^*)^2 + (a_0^* - a^*)^2 + (b_0^* - b^*)^2$$
(57)

Az egyenletben szereplő  $L_0^*$ ,  $a_0^*$ ,  $b_0^*$  értékek a minta eredeti értékei, az ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú megvilágító alatt. Az  $L^*a^*b^*$  értékek pedig a

rekonstruált színképből számolható értékek. Ezen számolás során a feltételezett megvilágító fehérpontját használtuk. A főkomponensek meghatározásához természetesen a genetikus optimalizáló algoritmusunkat használtuk.

A rekonstrukció módszere az eddigiekhez hasonló volt. Továbbra is ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú megvilágítót alkalmaztunk, majd mind a hét ismert megvilágítóval elvégeztük a rekonstrukciót. Ez itt is 7 · 7 esetet jelentett összesen.

Az alábbi, 61. ábrán egyelőre egyetlen mintán elvégzett rekonstrukciók eredményei láthatók. A diagramok címe mutatja az ismeretlen spektrális teljesítményeloszlásúnak feltételezett, de ismert fehérpontú megvilágítónak a nevét. Az ábrán az eredeti minta reflexiós függvénye minden esetben fekete, a különböző feltételezett megvilágítók alatti rekonstruált színképek pedig színesek.





61. A rekonstrukció alakulása ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú megvilágítók esetén. Az eredeti spektrum folytonos fekete vonal, a felhasznált feltételezett megvilágítók színes vonalak.

-CIE F11 -LED 1 -LED 2 -CIE D50

A 29. táblázat a fentebb bemutatott rekonstrukciók *RMS* értékeit, a 30. táblázat a *wRMS* értékeit, a 31. táblázat a *GFC* értékeit, a 32. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$  értékeit tartalmazza.

	Eredeti megvilágító								
gító	RMS	E	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag
vilá	Е	0,0238	0,0858	0,0711	0,1046	0,0376	0,0685	0,0944	0,0694
egv	CIE A	0,0904	0,0221	0,0878	0,1217	0,0798	0,0470	0,0700	0,0741
E T	CIE D65	0,0571	0,1118	0,0236	0,0507	0,0702	0,0818	0,0970	0,0703
zet	CIE D50	0,0773	0,1352	0,0390	0,0230	0,0808	0,0869	0,0908	0,0761
tele	CIE F11	0,0609	0,0626	0,1534	0,0883	0,0274	0,0733	0,0763	0,0775
elté	LED 1	0,1215	0,0687	0,0959	0,0526	0,1365	0,0235	0,0546	0,0791
Ľ	LED 2	0,0719	0,0718	0,0687	0,0775	0,1913	0,0429	0,0217	0,0780
	átlag	0,0719	0,0797	0,0771	0,0740	0,0891	0,0606	0,0721	0,0749

29. táblázat. Az RMS értékei ismert fehérpontú megvilágító esetén.

30. táblázat. Az wRMS értékei ismert fehérpontú megvilágító esetén.

	Eredeti megvilágító									
gító	wRMS	Е	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag	
<b>rilá</b> (	Е	0,0256	0,0807	0,0272	0,0365	0,0282	0,0533	0,0858	0,0482	
egv	CIE A	0,0825	0,0191	0,0942	0,0605	0,0470	0,0618	0,0950	0,0657	
E T	CIE D65	0,0355	0,1016	0,0246	0,0425	0,0504	0,0666	0,0909	0,0589	
zet	CIE D50	0,0263	0,0736	0,0505	0,0195	0,0332	0,0404	0,0703	0,0448	
tele	CIE F11	0,0523	0,0473	0,0587	0,0333	0,0235	0,0461	0,0820	0,0490	
<b>ilté</b> i	LED 1	0,0702	0,0695	0,0726	0,0423	0,0745	0,0149	0,0481	0,0560	
щ	LED 2	0,0693	0,0871	0,0656	0,0574	0,0821	0,0453	0,0232	0,0614	
	átlag	0,0517	0,0684	0,0562	0,0417	0,0484	0,0469	0,0707	0,0549	

31. táblázat. Az GFC értékei ismert fehérpontú megvilágító esetén.

	Eredeti megvilágító									
gító	GFC	Е	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag	
<i>i</i> lá(	E	0,9991	0,9921	0,9941	0,9809	0,9976	0,9954	0,9904	0,9928	
egv	CIE A	0,9848	0,9991	0,9862	0,9866	0,9955	0,9978	0,9931	0,9919	
a d	CIE D65	0,9983	0,9968	0,9990	0,9968	0,9989	0,9901	0,9885	0,9955	
zet	CIE D50	0,9922	0,9950	0,9972	0,9992	0,9890	0,9861	0,9846	0,9919	
tele	CIE F11	0,9946	0,9938	0,9721	0,9901	0,9990	0,9905	0,9891	0,9899	
elté	LED 1	0,9778	0,9919	0,9863	0,9949	0,9771	0,9990	0,9948	0,9888	
Ľ	LED 2	0,9906	0,9912	0,9914	0,9905	0,9719	0,9968	0,9991	0,9902	
	átlag	0,9911	0,9943	0,9895	0,9913	0,9899	0,9937	0,9914	0,9916	

32. táblázat. Az  $\Delta E_{ab}^*$  értékei ismert fehérpontú megvilágító esetén.

		Eredeti megvilágító										
gító	$\Delta E_{ab}^*$	E	CIE A	CIE D65	CIE D50	CIE F11	LED 1	LED 2	átlag			
iláç	E	0,0009	0,0055	0,0081	0,0036	0,0077	0,0179	0,0170	0,0087			
egv	CIE A	0,0027	0,0167	0,0067	0,0042	0,0012	0,0158	0,0147	0,0089			
E T	CIE D65	0,0017	0,0056	0,0018	0,0043	0,0017	0,0162	0,0169	0,0069			
zet	CIE D50	0,0021	0,0032	0,0176	0,0002	0,0082	0,0185	0,0164	0,0095			
tele	CIE F11	0,0018	0,0041	0,0027	0,0020	0,0028	0,0142	0,0189	0,0066			
elté	LED 1	0,0177	0,0214	0,0136	0,0150	0,0002	0,0012	0,0328	0,0146			
щ	LED 2	0,0075	0,0084	0,0095	0,0046	0,0067	0,0293	0,0002	0,0095			
	átlag	0,0049	0,0093	0,0086	0,0048	0,0041	0,0162	0,0167	0,0092			

Természetesen itt is megnéztük a rekonstrukciót jellemző számértékek átlagos értékeinek alakulását a megvilágítók különböző kombinációját figyelembe véve (33. táblázat). Az összes lehetséges kombináció mellett ebben az esetben is meghatároztuk az átlagos értékek alakulását

akkor, ha kihagyjuk az eredeti megvilágítót az átlagok meghatározásakor, valamintakkor is, ha csak az eredeti megvilágítót vesszük figyelembe.

33. táblázat. Az RMS, GFC,  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékeinek alakulása a megvilágítók különböző kombinációjával.

	Összes kombináció	Eredeti megvilágító nélkül	Eredeti megvilágító
RMS	0,0749	0,0835	0,0236
wRMS	0,9916	0,9903	0,9991
GFC	0,0092	0,0102	0,0034
$\Delta E^*_{ab}$	0,0549	0,0604	0,0215

A fenti, 61. ábra, illetve a 2. számú melléklet ábrái, valamint a 29-33. táblázatok tanulsága alapján a rekonstrukció jóval pontosabban elvégezhető ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító esetén, amennyiben rendelkezünk némi információval a megvilágítóról, vagyis ismerjük annak fehérpontjait, illetve az optimalizációt az (56) egyenlet által meghatározott költségfüggvénnyel végezzük.

#### A 6.8.3. fejezet összefoglalása:

A fejezetben ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú megvilágítót feltételezve módosított költségfüggvénnyel végeztem el a rekonstrukciót. A rekonstrukció pontosabbá vált annál, mintha semmit sem ismernénk a megvilágítóról, de a pontosság még nem megnyugtató.

## 6.8.4 Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú, ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágítók

Természetesen egyetlen minta vizsgálata alapján még nem lehetne teljes bizonyossággal állítani, hogy ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú megvilágító esetén jobb eredményeket kapunk, így további tíz véletlenszerűen kiválasztott minta rekonstrukcióját is elvégeztük. Feltételeztük, hogy még jobb eredményeket kapunk, amennyiben olyan ismert spektrális teljesítményeloszlású megvilágítókat használunk a rekonstrukció során, amelyek korrelált színhőmérsékletei megegyeznek a tényleges megvilágítóéval, amelynek spektárlis teljesítményeloszlását nem, de fehérpontját ismerjük. Vagyis a rekonstrukciónál a tényleges megvilágító helyett vele azonos korrelált színhőmérsékletű megvilágítót tételeztünk fel. A rekonstrukció során 6 504 K korrelált színhőmérsékletű megvilágítókat használtunk fel, amelyek minden lehetséges kombinációjával elvégeztük a spektrum meghatározását mind a tíz minta esetében. Minden esetben a következő négy megvilágítót használtuk: *CIE D*65 (5. ábra), fényporos fehér LED (a továbbiakban *LED*3, 18. ábra), háromsávos fehér LED (a továbbiakban *LED*4, (19. ábra), valamint a 6504 K hőmérsékletű *Planck – sugárz*ó (20. ábra).

Az alábbi, 62. ábrán ezen megvilágítókkal végzett rekonstrukciók közül az egyik minta grafikonjai láthatók. A további mintákkal végzett rekonstrukciók grafikonjai a 2. számú mellékletben találhatók. A grafikonok címében a mintaszám mellett a ténylegesen használt, de ismeretlennek feltételezett megvilágító neve olvasható. Az eredeti reflexiós függvények minden esetben folytonos fekete vonallal láthatók, míg a különböző feltételezett megvilágítókkal történt rekonstruált spektrumok színesek.



62. A rekonstrukció alakulása ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, ismert fehérpontú, ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágítók esetén. Az eredeti spektrum folytonos fekete vonal, a felhasznált feltételezett megvilágítók színes vonalak.

A következő 34. táblázat a fenti rekonstrukciók  $RMS, wRMS, GFC, \Delta E_{ab}^*$  értékeinek alakulását mutatja. A további minták rekonstrukcióinak  $RMS, wRMS, GFC, \Delta E_{ab}^*$  értékeit a 3. számú melléklet tartalmazza.

34. táblázat. Az 1. minta  $\Delta E_{ab}^*$ , *RMS*, *wRMS*, *GFC* értékei ismert fehérpontú, adott korrelált színhőmérsékletű megvilágítók esetén.

1. minta			Eredeti megv	/ilágító		
o, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze igít	CIE D65	0,0257	0,0627	0,0492	0,0305	0,0420
telo vilá	LED3	0,0433	0,0236	0,0444	0,0448	0,0390
eg	LED4	0,0597	0,0293	0,0284	0,0341	0,0379
μĔ	Planck	0,0462	0,0387	0,0442	0,0283	0,0393
	átlag	0,0437	0,0386	0,0416	0,0344	0,0396
1. minta			Eredeti megv	/ilágító		
tý t	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0124	0,0188	0,0311	0,0117	0,0185
vilå	LED3	0,0200	0,0237	0,0291	0,0165	0,0223
elté neg	LED4	0,0249	0,0290	0,0224	0,0229	0,0248
μĔΕ	Planck	0,0187	0,0182	0,0314	0,0283	0,0118
	átlag	0,0190	0,0224	0,0285	0,0198	0,0194
1. minta			Eredeti megv	/ilágító		
tý št	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,9921	0,9738	0,9875	0,9926	0,9865
itel vilá	LED3	0,9932	0,9935	0,9815	0,9877	0,9890
elté neg	LED4	0,9899	0,9937	0,9928	0,9917	0,9920
шъ	Planck	0,9924	0,9929	0,9770	0,9911	0,9884
	átlag	0,9919	0,9885	0,9847	0,9908	0,9890
1. minta			Eredeti megv	/ilágító		
tý ýt	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0037	0,0011	0,0056	0,0179	0,0071
)tel vilá	LED3	0,0052	0,0011	0,0051	0,0127	0,0060
elté neg	LED4	0,0044	0,0045	0,0017	0,0028	0,0034
ШĔ	Planck	0,0064	0,0022	0,0090	0,0048	0,0056
	átlag	0,0049	0,0022	0,0054	0,0095	0,0055

Ebben az esetben szintén megvizsgáltuk a rekonstrukciót jellemző számértékek átlagos értékeinek alakulását a megvilágítók különböző kombinációjával. Az összes lehetséges kombináció mellett most is meghatároztuk az átlagos értékek alakulását akkor, ha nem vesszük figyelembe az eredeti megvilágítót az átlagok meghatározásakor, valamint megnéztük az számértékek alakulását, ha csak az eredet megvilágítóval számolunk (35. táblázat).

35. táblázat. Az RMS, wRMS, GFC,  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékeinek alakulása a megvilágítók különböző kombinációja esetén.

	Összes kombináció	Eredeti megvilágító nélkül	Eredeti megvilágító
RMS	0,0389	0,0433	0,0258
wRMS	0,0285	0,0321	0,0196
GFC	0,9921	0,9909	0,9959
$\Delta E_{ab}^{*}$	0,0069	0,0082	0,0029

A 62. ábra, valamint a 3. számú melléklet grafikonjairól leolvasható, illetve a 35. összesítő táblázat adataiból látszik, hogy ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú, illetve ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágító esetén jó hatásfokkal működik a rekonstrukció, ha olyan megvilágítót használunk, amelyik korrelált színhőmérséklete megegyezik az eredeti, ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító korrelált színhőmérsékletével (a *Planck – sugárz*ó hőmérséklete a fogalmak definíciója miatt egyúttal színhőmérséklet, de még korrelált színhőmérséklet is egyben [64]).

Ebben az esetben az (56) egyenlet szolgált az optimalizáció költségfüggvényeként. Az egyenletben az  $L^*a^*b^*$  értékeket használtuk, mivel a *CIELAB* formulái figyelembe veszik a fehéradaptációt.

Azokban az esetekben tehát, ahol nincsenek spektrális információink a megvilágítóról, de ismerjük annak legalább a fehérpontját, akkor vele azonos korrelált színhőmérsékletű megvilágítót feltételezve a rekonstrukció bizonyos megkötések mellett használható.

#### A 6.8.4. fejezet összefoglalása:

Továbbra is ismeretlen spektrális tulajdonságú megvilágítót tételeztem fel, de ismertnek tekintettem ennek fehér pontját. A rekonstrukciót az ismeretlen megvilágító helyett egy vele azonos korrelált színhőmérsékletű, ismert megvilágítóval végeztem el. Megállapítottam, hogy a rekonstrukció jó hatákonysággal működik ebben az esetben.

#### 6.8.5 Ismeretlen spektrális összetételű megvilágító helyettesítése Planck-sugárzóval

Az előző fejezet alapján elmondható, hogy ismeretlen spektrális összetételű, de ismert fehérpontú, ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágító jól helyettesíthető ismert spektrális teljesítményeloszlású, ugyanolyan korrelált színhőmérsékletű megvilágítóval spektrális rekonstrukció esetén. Ebben az esetben 6 504K korrelált színhőmérsékletű megvilágítókkal dolgoztunk. Feltételeztük, hogy a módszer működik bármilyen korrelált színhőmérsékletű megvilágítócsalád esetén is. Szerettük volna megvizsgálni, hogy ismeretlen spektrális összetételű, de ismert fehérpontú, ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágító során.

Ennek érdekében tíz különböző, véletlenszerűen kiválasztott textilmintán végeztük el az alábbi rekonstrukciót. Minden minta esetében hat ismeretlennek feltételezett megvilágítót használtunk: ekvienergetikus *E, CIE D65, CIE F11, LED1, LED2, CIE D50*. A *CIE A* megvilágítót azért nem használtunk, mert az eleve a 2 856K színhőmérsékletű Planck-sugárzónak felel meg. Minden minta esetén elvégeztük a rekonstrukciókat az (56) egyenlet alapján, mind a hat, először ismertnek feltételezett megvilágítóval. Az összehasonlítás végett elvégeztük a rekonstrukciókat úgy is, hogy ezen megvilágítókat ismeretlennek tételeztük fel és ugyanolyan színhőmérsékletű Planck-sugárzót használtunk fel helyettük.

A ekvienergetikus *E* megvilágító helyett 5 454K színhőmérsékletű, a *CIE D*65 megvilágító helyett 6 504K színhőmérsékletű, a *CIE F*11 megvilágító helyett 4 000K színhőmérsékletű, a *LED*1 és *LED*2 megvilágítók helyett 5 000K színhőmérsékletű, valamint a *CIE D*50 megvilágító helyett 5 003K színhőmérsékletű Planck-sugárzókat használtunk fel (20. ábra).

Az alábbi 63. ábrán egy minta rekonstrukciója látható, mind a hat fentebb említett megvilágítóval, valamint a megvilágítót helyettesítő ugyanolyan (korrelált) színhőmérsékletű Planck-sugárzóval. A további minták rekonstrukciói a 4. számú mellékletben találhatók.

121



63. ábra. Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító helyettesítése Plancksugárzóval. Az eredeti függvény fekete vonal, a felhasznált "ismeretlen" megvilágítóval végzett rekonstrukció kék vonal, a Planck-sugárzóval végzett rekonstrukció zöld vonal.

Az alábbi 36. táblázat a fenti 1. minta rekonstrukciójához tartozó *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  értékek alakulását mutatja azokban az esetekben, amikor az ismeretlen spektrális összetételű megvilágítót ugyanolyan színhőmérsékletű Planck-sugárzóval helyettesítjük. A további mintákhoz tartozó táblázatok az 5. számú mellékletben találhatók.

36. táblázat. Az *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  értékei ismeretlen spketrális teljesítményeloszlású megvilágító Planck-sugárzóval való helyettesítésekor.

1. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0258	0,0135	0,9989	0,0002
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0306	0,0148	0,9986	0,0031
Eredeti megvilágító	Feltételezett: CIE D65	0,0271	0,0159	0,9988	0,0001
CIE D65	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0376	0,0187	0,9978	0,0027
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0313	0,0219	0,9984	0,0001
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0372	0,0182	0,9977	0,0063
Eredeti megvilágító LED1	Feltételezett: LED1	0,0257	0,0152	0,9989	0,0075
	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0274	0,0261	0,9962	0,0058
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0279	0,0205	0,9988	0,0016
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0493	0,0267	0,9960	0,0038
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0258	0,0129	0,9989	0,0051
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0495	0,0141	0,9964	0,0057

A következő 37. táblázatban megmutatjuk, hogy miként alakultak az *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékei abban az esetben, ha az ismeretlen spektrális összetételű megvilágítót ugyanolyan színhőmérsékletű Planck-sugárzóval helyettesítjük.

37. táblázat. Az *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékei ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító Planck-sugárzóval való helyettesítésekor.

Rekonstrukció az eredeti megvilágítóval			Rekor	nstrukció P	lanck-sugá	rzóval	
RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
0,0293	0,0206	0,9960	0,0023	0,0404	0,0278	0,9940	0,0056

Mivel ebben az esetben az *RMS*, *wRMS*, *GFC* átlagos értékei már kellően jónak bizonyultak a Planck-sugárzóval való helyettesítés esetén is, így meghatároztuk a  $\Delta E_{ab}^*$  értékeinek alakulását az eredeti, valamint a rekonstruált spektrumot illetően ekvienergetikus *E*, *CIE A*, *CIE D*65 megvilágítók esetén is. Természetesen ezen  $\Delta E_{ab}^*$  értékek kiszámításánál nem vettük figyelembe azokat az eseteket, amikor a megvilágító ténylegesen az ekvienergetikus *E*, *CIE A*, *CIE D*65 volt. Mivel itt a megvilágítók spektrális teljesítményeloszlása jóval nagyobb mértékben eltérhet, ezért itt érthető okokból nagyobb átlagos értékeket kaptunk más megvilágítók alatti  $\Delta E_{ab}^*$  értékeknél. A 38. táblázat a  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékeit mutatja *E*, *CIE A*, *CIE D*65 megvilágítók esetén, amikor az eredeti megvilágítóval rekonstruáltunk, illetve akkor, amikor a helyettesítő Planck-sugárzóval.

38. táblázat. A  $\Delta E_{ab}^*$  átlagos értékei *E*, *CIE A*, *CIE D*65 megvilágítók esetén Plancksugárzóval való helyettesítésekor.

Rekonstrukció az eredeti megvilágítóval			Rekonstrukció Planck-sugárzóval		
Е	CIE A	CIE D65	Е	CIE A	CIE D65
1,3984	1,4450	1,3771	5,1707	4,7831	5,1273

A 63. ábráról (továbbá a 4. számú melléklet), a 37. táblázatból (továbbá az 5. számú melléklet), illetve a 38. táblázatból leolvasható, hogy ismeretlen spektrális összetételű megvilágító jó hatásfokkal helyettesíthető ugyanolyan színhőmérsékletű Planck-sugárzóval színinger-összetevőkből való spektrális rekonstrukció esetén. Természetesen, amennyiben a ténylegesen felhasznált megvilágítóval rekonstruálunk, jobb átlagos értékeket kapunk, mint akkor, ha Placnk-sugárzóval helyettesítve rekonstruálunk.

Megállapíthatjuk, hogy amennyiben nem ismerjük, hogy a rekonstruálandó minta milyen spektrális teljesítményeloszlású fényforrással volt megvilágítva, de ismerjük annak korrelált színhőmérsékletét, akkor a rekonstrukció megvalósítható ugyanolyan korrelált színhőmérsékletű Planck-sugárzóval.

A különböző megvilágítókkal végzett rekonstrukciókat, valamint a megvilágítók különböző tulajdonságainak ismeretében végrehajtott rekonstrukciók összefoglalását az alábbi 39. táblázat mutatja. A táblázat az előző fejezetekben részletesen bemutatott rekonstrukciók feltételeit, illetve az optimalizációhoz alkalmazott költségfüggvény alapjait szemlélteti.

	A színminta feletti, tényleges megvilágító: <i>S</i> 1	A rekonstrukciónál használt megvilágító: $m{S}_2$ (spektrális teljesítményeloszlása mindig ismert)		
6.8.1.	Spektrális teljesítményeloszlás ismert	$S_1 = S_2$		
	A költségfüggve	ény bázisa: <i>CIE XYZ</i>		
6.8.2.	Spektrális teljesítményeloszlás ismeretlen	-		
	A költségfüggve	ény bázisa: <i>CIE XYZ</i>		
6.8.3.	Spektrális teljesítményeloszlás ismeretlen, fehér pont ismert	$L_1^* = L_2^* = 100; \ a_1^* = a_2^* = 0; \ b_1^* = b_2^* = 0$		
	A költségfüggvény bázisa:	<b>CIELAB</b> (a fehéradaptáció miatt)		
6.8.4.	Spektrális teljesítményeloszlás ismeretlen, fehér pont ismert→korrelált színhőmérséklet ismert	$L_1^* = L_2^* = 100; a_1^* = a_2^* = 0;$ $b_1^* = b_2^* = 0$ $T_{cp}(S_1) = T_{cp}(S_2)$		
	A költségfüggvény bázisa:	<b>CIELAB</b> (a fehéradaptáció miatt)		
6.8.5.	Spektrális teljesítményeloszlás ismeretlen, fehér pont ismert→korrelált színhőmérséklet ismert	$L_1^* = L_2^* = 100; \ a_1^* = a_2^* = 0; \ b_1^* = b_2^* = 0 \ T_{cp}(S_1) = T_{cp}(S_2) \ S_2 \ Planck-sugárzó$		
	A költségfüggvény bázisa: CIELAB (a fehéradaptáció miatt)			

39. táblázat. A megvilágítókkal végzett rekonstrukciók feltételeinek összefoglalása

A 6.8.5. fejezet összefoglalása:

Az előző fejezet alapján elvégeztem a rekonstrukciót ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító esetén, az imeretlen megvilágítót vele megegyező színhőmérsékletű ismert Planck-sugárzóval helyettesítve. A rekonstrukciókat elvégezve arra a megállapításra jutottam, hogy ismeretlen spektrális összetételű megvilágító a rekonstrukció során helyettesíthető vele megegyező színhőmérsékletű Planck-sugárzóval.

A 6.8.2, 6.8.3, 6.8.4, 6.8.5 fejezetek alapján kimondott tézis:

6. Tézis

6.a Tézis. Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú, ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágító esetén jól működik a rekonstrukció, olyan megvilágítót feltételezve, amelyik korrelált színhőmérséklete megegyezik az eredeti, ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító korrelált színhőmérsékletével [65].

6.b Tézis. Ismeretlen spektrális összetételű megvilágítót lehet helyettesíteni a spektrális rekonstrukció során vele azonos színhőmérsékletű Planck-sugárzóval.

#### 7. Lehetséges gyakorlati alkalmazások

#### 7.1 Kameraszimuláció

Az eddigiek során hipotetikus kamerát tételeztünk fel, amelynek csatornaérzékenységei megegyeznek a *CIE xyz* színinger-megfeleltető függvényeivel. Megvizsgáltuk, hogy miként működik a spektrális rekonstrukció abban az esetben, ha nem hipotetikus kamerát tételezünk fel. Ehhez egyrészt szimuláltunk egy kamerát, amely csatornaérzékenységeinek Gauss-görbéket választottunk olyan maximumokkal, ahol az ember a nagyjából legkékebb, legzöldebb, legvörösebb árnyalatokat érzi a spektrumban (64. ábra).



64. ábra. A szimulált kamera csatornaérzékenységei.

Másrészt felhasználtuk egy valós digitális fényképezőgép, a *Canon 300D* csatornaérzékenységeit [66] (65. ábra).



65. ábra. A Canon 300D csatornaérzékenységei.

Készítettünk egy színteret, amely valamely "lefényképezett" minta *RGB* értékeiből lehetőség szerint olyasmi koordinátákat gyárt, mint az  $L^*a^*b^*$ . Ezen színtér koordinátáit a következő módon jelöltük:  $V^*p^*q^*$ . A  $V^*$  értékét úgy határoztuk meg az *RGB* értékeiből, hogy lehetőleg minél jobban megegyezzen az  $L^*$  értékével. A  $p^*q^*$ előállítása egészen hasonló az  $a^*b^*$ koordinátákéhoz, de az egyikhez mindhárom kamera-színingerösszetevőt felhasználtuk, a másikhoz csak kettőt, mint a *CIELAB* esetén. Feltételek: a fehérre  $V^* = 100$ ,  $p^* = q^* = 0$ . Ezek után az optimalizáció költségfüggvényét a következő módon írtuk fel (58):

$$d_0''(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M) = (V_0^* - V^*)^2 + (p_0^* - p^*)^2 + (q_0^* - q^*)^2$$
(58)

Az egyenletben szereplő  $V_0^*$ ,  $p_0^*$ ,  $q_0^*$  értékek a minta eredeti értékei, adott megvilágító alatt. Az  $V^*p^*q$  értékek pedig a rekonstruált színképből adódó értékek. Véletlenszerűen kiválasztottunk tíz Munsell-mintát, amelyeket "lefényképezetünk", majd a kapott *RGB* értékekből meghatároztuk a minta  $V_0^*$ ,  $p_0^*$ ,  $q_0^*$  értékeit és elvégeztük a rekonstrukciót a szimulált kamerát, illetve a *Canon 300D* digitális fényképezőgépet felhasználva. Az (58) költségfüggvény együtthatóinak megkeresése optimalizációval történt. A rekonstrukciót elvégeztük ismert *CIE D*65 megvilágítót feltételezve valamint úgy is, hogy ezen megvilágítót ismeretlennek tételeztük fel és helyette a neki megfelelő 6504 *K* színhőmérsékletű *Planck – sugárzót* használtuk. Az alábbi 66. ábra a rekonstrukciók erdeményeit mutatja.







Hullámhossz, nm

Hullámhossz, nm

minta, a színes vonalak a kamerákkal rekonstruált minták.

A következő 40. táblázat a szimulált kamerával végzett rekonstrukció számszerű jellemzését mutatja ismert *CIE D*65 megvilágítót feltételezve, a 41. táblázat pedig azon esetet, amikor a *CIE D*65 megvilágítót ismeretlennek tételeztük fel és helyette a 6504*K* színhőmérsékletű *Planck – sugárzóval* végeztük a rekonstrukciót. A 42-43. táblázat ugyanezen eseteket mutatja be a *Canon 300D* esetében.

40. táblázat. Az *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  értékei *CIE* D65 megvilágítót feltételezve, kameraszimulációval.

Rekonstrukció CIE D65 megvilágítóval, kameraszimulációval					
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)	
1.	0,0189	0,0144	0,9959	0,7425	
2.	0,0467	0,0437	0,9987	1,9406	
3.	0,0155	0,0200	0,9993	1,6695	
4.	0,0352	0,0529	0,9777	1,5754	
5.	0,0213	0,0098	0,9989	2,2211	
6.	0,0421	0,0353	0,9950	2,3700	
7.	0,0231	0,0244	0,9940	1,9489	
8.	0,0556	0,0468	0,9977	2,6349	
9.	0,0415	0,0227	0,9982	2,4092	
10.	0,0174	0,0052	0,9986	1,8897	
				CIE D65: 1,9402	
átlag	0,0317	0,0275	0,9954	E: 1,9515	
				CIE A: 3,4767	

41. táblázat. Az RMS, wRMS, GFC,  $\Delta E_{ab}^*$  értékei 6504 K Planck – sugárzót feltételezve, kameraszimulációval.

Rekonstrukció Planck-sugárzóval, kameraszimulációval					
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)	
1.	0,0467	0,0141	0,9976	1,5076	
2.	0,0353	0,0425	0,9959	3,3504	
3.	0,0306	0,0392	0,9972	2,9049	
4.	0,0343	0,0519	0,9787	2,6172	
5.	0,0204	0,0104	0,9990	3,7275	
6.	0,0402	0,0305	0,9957	3,9563	
7.	0,0243	0,0272	0,9933	3,2369	
8.	0,0585	0,0472	0,9975	4,4678	
9.	0,0431	0,0225	0,9981	4,1068	
10.	0,0184	0,0053	0,9984	3,2132	
				CIE D65: 3,3089	
átlag	0,0352	0,0291	0,9951	E: 2,3523	
				CIE A: 4,2714	

42. táblázat. Az *RMS*, *wRMS*, *GFC*,  $\Delta E_{ab}^*$  értékei *CIE D*65 megvilágítót feltételezve, *Canon 300D* esetén.

Rekonstrukció CIE D65 megvilágítóval, Canon 300D					
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)	
1.	0,0177	0,0152	0,9978	0,4308	
2.	0,0263	0,0114	0,9987	1,0991	
3.	0,0308	0,0294	0,9971	0,9367	
4.	0,0311	0,0348	0,9826	0,8806	
5.	0,0187	0,0083	0,9989	1,2572	
6.	0,0246	0,0160	0,9986	1,3275	
7.	0,0180	0,0086	0,9972	0,9793	
8.	0,0381	0,0242	0,9992	1,2789	
9.	0,0220	0,0200	0,9996	1,3584	
10.	0,0118	0,0136	0,9993	1,0673	
				CIE D65: 1,0616	
átlag	0,0239	0,0182	0,9969	E: 1,2541	
				CIE A: 1,8026	

43. táblázat. Az RMS, wRMS, GFC,  $\Delta E_{ab}^*$  értékei 6504 K Planck – sugárzót feltételezve, Canon 300D esetén.

Rekonstrukció Planck-sugárzóval, Canon 300D				
minta	RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$ (CIE D65)
1.	0,0174	0,0149	0,9979	0,5700
2.	0,0309	0,0129	0,9984	2,0597
3.	0,0310	0,0319	0,9970	0,6513
4.	0,0296	0,0349	0,9842	0,7486
5.	0,0109	0,0064	0,9996	1,8327
6.	0,0291	0,0255	0,9981	1,9741
7.	0,0252	0,0109	0,9933	0,3667
8.	0,0353	0,0173	0,9991	0,7768
9.	0,0360	0,0390	0,9997	1,9742
10.	0,0197	0,0209	0,9994	1,8765
				CIE D65: 1,2831
átlag	0,0265	0,0215	0,9967	E: 1,2690
				UIE A: 2,5643

A 66. ábra, valamint a 40-43. táblázatok alapján megállapíthatjuk a következőket. Amennyiben ismert a megvilágító, "készíthető" egy spektrofotométer digitális fényképezőgépből. Ha a CIE színingermetrika alapján meghatározott korrelált színhőmérsékletű megvilágítót választjuk,

akkor sem túl nagyok a hibák. Nem szabad elfelejteni azt sem, hogy a szimulált kamera érzékenységei távol állnak a CIE színinger-megfeleltető függvényeitől. A fentiekből látható továbbá az is, hogy a valós kamera alpján történő rekonstrukció jobb eredményeket produkál, mint szimulált kamerával végzett.

A 7.1 fejezet alapján kimondott tézis:

7. Tézis

Ismert csatornaérzékenységű digitális kamera alkalmazható spektrális információk meghatározására. Színes minta reflexiós függvényének előállítása a kamera RGB értékeiből történik a főkomponens-analízis által szolgáltatott első öt sajátvektor és az optimalizációval megkapott főkomponensek segítségével.

#### 7.2 Színes minták összehasonlítása különböző megvilágítók alatt

Az iparban, a hétköznapi életben is gyakran előfordul, hogy egy színes mintát, anyagot egy műhelyben, egy csarnokban, vagy egy üzletben mesterséges megvilágító alatt tartanak. Lehet ez egy fluoreszcens fénycső, egy izzólámpa, vagy egy LED fényforrás. A mintát kinti, természetes fényre téve megdöbbenve tapasztaljuk, hogy más színűnek érzékeljük, mint zárt térben a mesterséges fényforrás esetén. Az ok nyilvánvaló, hiszen a színinger-összetevők meghatározásában jelentős szerepe van a megvilágító spektrális teljesítményeloszlásának (6. egyenlet). Amennyiben a megvilágító spektrális tulajdonságai, mint például egy fluoreszcens fénycsővet megadó *CIE F*11, jelentősen eltérnek a nappali sugáreloszlást jellemző *CIE D*65 megvilágítótól, akkor az észlelt színezetek jelentősen eltérhetnek.

A disszertációban bemutatott spektrális rekonstrukció segítségével megmutatható, hogy egy adott fényforrás alatti színminta hogyan nézne ki például természetes nappali sugáreloszlás esetén. Megmutatható ez úgy is, hogy a mintadarabot nem szükséges a csarnokból, üzletből kivinni a természetes fényre. Természetesen a módszer bármilyen ismert spektrális teljesítményeloszlású fényforrások esetén is működik.

A következőkben megmutatjuk, hogy miként nézne ki *CIE F*11 fényforrás alatt megvilágított, azonos színinger összetevőkkel rendelkező textil, virág, bőr és festékminta, amennyiben kivinnénk a szabadba *CIE D*65 nappali sugáreloszlást feltételezve.

A mintának az eddigieknek megfelelően nem ismertük a reflexiós függvényét, csak az XYZ színinger-összetevőit *CIE F*11 megvilágító esetén. A mintának mind a négy anyagtípus esetén meghatároztuk a reflexiós függvényét genetikus optimalizációval, az első öt sajátvektort felhasználva. Az így kapott reflexiós függvényt felhasználva pedig meghatároztuk a *CIE D*65 sugáreloszláshoz tarozó színinger összetevőket a 6. egyenlet alapján. Így megtudtuk, hogy miként nézne ki a minta ezen fényforrás alatt. A 44. táblázat az így kapott színinger-összetevőket mutatja.

44. táblázat. A színinger-összetevők változása különböző megvilágítók esetén

A 44. táblázatból látszik, hogy szemmel jól észlelhető különbség van a minták észlelt színe között különböző fényforrások esetén. Eltérések adódtak a különböző anyagok között is, bár itt az eltérések nem voltak olyan jelentősek. A táblázat celláinak háttérszíne, a benne feltűntetett színinger-összetevőknek megfelelő.

A módszerrel lehetőség nyílik arra, hogy megmutassuk miként változna egy színes minta általunk érzékelt színe, amennyiben másik fényforrást használnánk. Ehhez nincs szükség a tényleges megvilágítóra, csak annak spektrális teljesítményeloszlására.

#### 7.3 Lisztminták típusainak meghatározása főkomponens-analízissel

Az élelmiszeriparban felmerülhet olyan feladat, amelyben adott minták különböző csoportokhoz való tartozását kellene meghatározni, komolyabb laboratóriumi vizsgálatok nélkül. Kíváncsiak voltunk arra, hogy egy adott mintahalmaz elemein elvégezve a

főkomponens-analízist megállapítható-e valamilyen kapcsolat a minták főkomponensei és a minták bizonyos tulajdonságai között.

Az eljárás során 54 különböző lisztmintát használtunk fel, amelyeket több különböző malomból szereztünk be. A minták között voltak nem teljes kiőrlésű búzalisztek (*NTK*), teljes kiőrlésű búzalisztek (*TK*), nem teljes kiőrlésű tönkölylisztek, teljes kiőrlésű tönkölylisztek, teljes kiőrlésű graham liszt, nem teljes kiőrlésű süteményliszt, nem teljes kiőrlésű félfogós liszt, nem teljes kiőrlésű rózsliszt, búzadara, szójaliszt.

Az eltérő szemcseméret miatt két különböző módon végeztük el a viszgálatot. Az első esetben az eredeti adathalmazzal dolgoztunk, ami a következőket jelentette. A mintáknak lemértük a reflexiós függvényeit 400 nm-től 700 nm-ig, 10 nm-es lépésközzel, majd ezen reflexiós függvényeken elvégeztük a főkomponens-analízist. A megkapott sajátvektorokkal minden egyes mintához meghatároztuk a főkomponenseket. Az eljárás során csak az első három sajátvektort használtuk fel, így csak az első három főkomponenst kerestük meg, mert ezek lineáris kombinációjával megkapott spektrum eltérése a minta eredeti reflexiós függvényétől a mérési hiba alatt maradt. A második esetben a minták eltérő szemcseméretének hatását kiküszöbölendő a reflexiós függvények 10-es alapú logaritmusának normalizált értékeivel végeztük el az analízist. Ez utóbbira normalizált néven hivatkozunk a továbbiakban.

A 67. ábra búzalisztek első három főkomponensét ábrázolja egymás függvényében.



67. ábra. A búzalisztek főkomponensei.

Az ábra alapján megállapíthatunk néhány dolgot. A teljes kiőrlésű és nem teljes kiőrlésű lisztek két jól elkülöníthető csoportba oszthatók. A minták többsége mindkét csoportnál egy központi rész körül helezkedik el, továbbá van néhány minta a perifériákon is. A tönköly (t) és normál

(*n*) lisztminták nem különülnek el egymástól, így a további ábrákon ezeket nem különítjük el. A 68. ábra az összes vizsgált típus főkomponenseit ábrázolja. A szójalisz, a durumliszt, rozsliszt, és a búzadara jól elkülönülnek. Mindezek alapján megállapítható, hogy az első főkomponens ( $P_1$ ) jó indikátornak tekinthető a gabonák típusára nézve.



68. ábra. A minták főkomponensei egymás függvényében.

A mintáknak ismert volt a nedvességtartalma, illetve a fehérjetartalma. Ezek pontos korrelációját az elhelyezkedéssel nem sikerült megállapítani, de az kiderült, hogy a magas nedvességtartalmú (nagyobb, mint 14%), valamint alacsony fehérjetertalmú (kisebb, mint 11%) minták a csoportok perifériáin helyezkednek el (69. ábra). A pontosabb korreláció felállításához további mintákra lenne szükség, de az elmondható, hogy a második főkomponens ( $P_2$ ) jó indikátora a magas nedvességtartalomnak, valamint alacsony fehérjetartalomnak.



69. ábra. Különböző nedvességtartalmú, illetve különböző fehérjetartalmú minták főkomponensei.

Az alábbi 70. ábra a normalizát eset főkomponenseit ábrázolja. A legfőbb különbség az eredeti esethez képest, hogy itt a második főkomponens ( $P_2$ ) tűnik jó indikátornak a teljes kiőrlésű és a nem teljes kiőrlésű minták szeparációját illetően.



70. ábra. A normalizált minták főkomponensei

Mindkét esetet figyelembe véve elmondható, hogy a lisztminták főkomponensei alkalmasak bizonyos tulajdonságok (gabona típusa, nedvességtartalom, fehérjetartalom) jelzésére. A módszer nem igényel bonyolult laboratóriumi eljárást, pusztán egy spektrofotométer szükséges hozzá.

#### 8. Összefoglalás

A színtan egyik alapvető feladata színes minták spektrális karakterisztikájának meghatározása a minták színinger-összetevői alapján. Az eddigi kutatások jelentős részében ezt a főkomponens-analízis segítségével oldották meg. A módszer során betanító mintahalmazokból képzett sajátvektorok lineáris kombinációjával ismeretlen spektrumú minta spektrális karakterisztikája közelíthető a minta színinger-összetevői által. Az így kapott spektrum az eredeti minta egy metamerének spektruma lesz. Korábbi kutatásokban a lineáris kombinációnál csak az első három sajátvektort tudták bevonni a rekonstrukcióba. A pontosságon javítottak különböző technikák alkalmazásával: a vizsgálandó mintának megfelelően szelektálták a betanító mintahalmazt, megfelelően megválasztott súlyfüggvényt alkalmaztak, vagy több megvilágítóval végezték el a rekonstrukciót. Ezen módszerek esetében azonban minden egyes rekonstrukciónál szükség van a betanító mintahalmazra a szelektálás, súlyfüggvény megválasztása miatt, vagy több megvilágítót kell alkalmazni, ami növeli ugyan a felhasználható sajátvektorok számát, de ez megbonyolítja az eljárást.

Szerettünk volna egy olyan módszert találni, amivel elkerülhetők a fent említett tényezők: el akartuk kerülni, hogy minden egyes rekonstrukciónál szükség legyen a betanító mintahalmazra, valamint egy rekonstrukciónál egyetlen megvilágítót akartunk használni. Mindezeket úgy kívántuk megoldani, hogy a rekonstrukció hatásfoka jobb legyen, mint az eddigi módszereké.

A rekonstrukció pontosságát úgy tudtuk jelentősen javítani, hogy háromnál több sajátvektort vontunk be a számítások során, valamint figyelembe vettük, hogy valós minták esetén a spektrum nem lehet negatív, illetve mentesnek kell lennie a nagyobb osszcillációktól. A probléma megoldásához saját fejlesztésű genetikus optimalizáló algoritmust használtunk. Az optimalizáció során az eddigi módszerekkel ellentétben csak a színminta színinger-összetevőit, a sajátvektorokat, valamint az átlagvektort használtuk fel.

Megvizsgáltuk azt, hogy miként lehet az optimalizációt olyan eszközök esetén végrehajtani, amelyek nem rendelkeznek megfelelő számítási kapacitással a kellően gyors rekonstrukcióhoz. A megoldáshoz előre generált look-up table-öket használtunk.

Elvégeztük a rekonstrukciót különböző betanító mintahalmazok esetében, és megállapítottuk, hogy még ugyanazon színinger-összetevőkhöz is eltérő spektrum tartozik a megvizsgált színes anyag minőségétől függően.

A rekonstrukciók kulcsfontosságú eleme a felhasznált megvilágító. Munkánk során bebizonyosodott, hogy a rekonstrukció hasonlóan jó hatásfokkal rendelkezik, függetlenül attól, hogy milyen megvilágítót használunk, amennyiben ismerjük a megvilágító spektrális teljesítményeloszlását. Ez azonban nem mindig ismert. A kutatás során megmutattuk, hogy ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, de ismert fehérpontú illetve ismert korrelált színhőmérsékletű megvilágító helyettesíthető a rekonstrukció során ugyanolyan színhőmérsékletű Planck-sugárzóval.

A kutatás folytatása több irányba is történhet. Az eljárás mobil platformokra történő átírásával illetve az előre legenerált look-up tabel felhasználásával lehetőség nyílik arra, hogy mobil eszközök is elvégezzék az általuk készített fényképek kijelölt pontjainak spektrális jellemzését a kamera spektrális érzékenységének és a megvilágítónak ismeretében.

Újabb mintahalmazok bevonásával, a hozzájuk tartozó look-up table generálásával szélesebb körben alkalmazható a módszer. A look-up table-ök generálásához a *CIE xy* diagramot használtuk. A diagram a színinger-összetevők arányát mutatja azok összegéhez képest. Ez a legkiegyensúlyozottabb aránykifejezés, és ez volt az alapgondolat akkor is, amikor ezt a

diagramot származtatták. Lényeges, hogy különválasszuk az emberi színészlelés metrikáját a tisztán matematikai leírástól. Ez utóbbi szerint *CIE xy* diagram tűnt kiegyensúlyozottnak, ezért választottuk ezt. Továbbfejlesztési lehetőségként, az emberi színészlelés szerint elkészíthetők a look-up table-ök a *CIE u'v'* diagram alapján is.

Javaslatot adtunk az ismeretlen megvilágítóval történő rekonstrukcióra is azonban a fejlesztés másik iránya a megvilágító spektrális összetételének meghatározására is irányulhat.

### 9. Jelölések, rövidítések

CIE	Commission Internationale de l'Eclairage – Nemzetközi Világítástechnikai Társaság.						
XYZ	CIE színinger-összetevők.						
S	A megvilágító spektrális teljesítményeloszlása.						
arphi	Színes minták reflexiós függvénye.						
$ar{x}_\omega,ar{y}_\omega,ar{z}_\omega$	A CIE $\omega$ látómezőhöz tartozó színinger-megfeleltető függvényei.						
PCA	Principal Component Analysis – főkomponens-analízis.						
ξ	Vektor valószínűségi változó.						
ξ*	Vektor valószínűségi változó centráltja						
m	Vektor valószínűségi változó várható értéke.						
$V, cov(\xi, \xi)$	Vektor valószínűségi változó kovarianciamátrixa.						
$\lambda_p$	A kovarianciamátrix sajátértékei.						
$v_p$	A kovarianciamátrix sajátvektorai.						
$ au_i$	A vektor valószínűségi változó főkomponensei.						
RGB	A CIE RGB színtér koordinátái.						
Yxy	A CIE Yxy színtér koordinátái.						
$L^*a^*b^*$	A CIELAB színtér koordinátái.						
$L^*u^*v^*$	A CIELUV színtér koordinátái.						
$\bar{v}$	A betanító színes mintahalmaz reflexiós függvényeinek átlagából képzett átlagvektor.						
$k_{arphi}$	A $\varphi(\lambda)$ relatív spektrális teljesítményeloszláshoz tartozó normalizációs						
	konstans.						
K <sub>m</sub>	Nem relatív spektrális teljesítményeloszlásokhoz, illetve önvilágítókhoz használt normalizációs konstans.						
Ν	A reflexiós függvény ennyi hullámhossz-értéknél ismert.						

М	A színinger-összetevők felírásához használt mátrix, illetve a rekonstrukciónál felhasznált sajátvektorok száma.					
$M^+$	Az M mátrix pszeudoinverze.					
Т	A főkomponensek mátrixa.					
wPCA	weighted Principal Component Analysis - Súlyozott főkomponens- analízis.					
$\phi$	Az ismert reflexiós függvények mártixa.					
е	A wPCA rekonstrukciós hibája.					
W	A $\phi$ mintahalmazhoz tartozó súlyok diagonális mátrixa.					
Wi	A mintahalmaz <i>i</i> -edik reflexiós függvényének a súlya.					
b <sub>i</sub>	Az alacsony paraméterszámú lineáris modell korrelációs mátrixának sajátvektorai.					
$\sigma_i$	Az alacsony paraméterszámú lineáris modell sajátvektorainak együtthatói.					
$X_n Y_n Z_n$	A referencia fehér színinger-összetevőinek az értéke adott megvilágító alatt vagy adott megvilágító fehérpontjának színinger-összetevői.					
$\Delta E^*_{ab}$	Színi különbség a CIELAB rendszerben.					
GFC	Goodness of Fit Coefficient, a rekonstrukció spektrális jóságát jellemző szám.					
RMS	Root Mean Square, a rekonstrukció spektrális jóságát jellemző szám.					
$V(\lambda)$	Láthatósági függvény.					
wRMS	wighted RMS, a láthatósági függvénnyel súlyozott RMS.					
$S_{max}$ , $\lambda_{max}$	A modellezett LED fényforrások spektrális teljesítményeloszlásának					
	maximális értéke $S_{max}$ , $\lambda_{max}$ hullámhossznál.					
$p_1, b_1, k_1, p_2, b_2, k_2$	A LED modellfüggvény paraméterei.					
С	A fény sebessége vákuumban.					
k	A Boltzmann-állandó					
h	A Planck-állandó.					
$X_0 Y_0 Z_0$	Az ismeretlen reflexiós függvényű minta színinger-összetevői.					
$d_0$	A színinger összetevők négyzetes eltérésének összege CIE XYZ térben.					

d	Az optimalizáció költségfüggvénye.					
$P_n$	Az optimalizáció során a reflexiós függvény negativitását büntető tag.					
$W_n$	A negativitást büntető tag súlya.					
$P_{v}$	Az optimalizáció során a reflexiós függvény oszcillációját büntető tag.					
$W_{v}$	Az oszcillációt büntető tag súlya.					
С	A fényképezőgép CCD tömbjének spektrális érzékenysége.					
<i>Y</i> <sub>0</sub> ′	A reflexiós függvények skálázásához használt világossági érték.					
$X'_0Z'_0$	Az Y <sub>0</sub> ' értékhez tartozó színinger-összetevők.					
$d_0'$	A színinger összetevők négyzetes eltérésének összege CIELAB térben.					
$T_{cp}\left(S ight)$	Az <i>S</i> spektrális teljesítményeloszlású megvilágító korrelált					

#### 10. Mellékletek

A kutatás során elkészült fájlok, a programok forráskódjai a disszertáció elektronikus CD mellékletén megtalálhatók. A mappastruktúrában a mappák nevének első számjegyei utalnak az értekezés azon fejezeteire, ahol az adott mappában lévő fájlok felhasználásra kerültek.



10.1 1. számú melléklet: Virágminták, festékminták, bőrminták  $\tau_2 - \tau_5$  együtthatóinak eloszlása.

Virágminták  $\tau_2 - \tau_5$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban



Festékminták  $\tau_2 - \tau_5$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban





Bőrminták  $\tau_2 - \tau_5$  együtthatói a CIE xy színességi diagramban

# 10.2 2. számú melléklet: A rekonstrukció alakulása ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású, ismert fehérpontú, adott korrelált színhőmérsékletű megvilágítók esetén.










A címben a minta sorszáma mellett a ténylegesen felhasznált megvilágító neve olvasható. Az eredeti spektrum folytonos fekete vonal, a felhasznált feltételezett megvilágítók színes vonalak.

10.3. 3. számú melléklet: További minták (2. számú melléklet)  $\Delta E^*_{ab}$ , RMS, wRMS, GFC értékei ismert fehérpontú, adott korrelált színhőmérsékletű megvilágítók esetén.

2. minta			Eredeti meg	világító		
e, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze	CIE D65	0,0236	0,0279	0,0489	0,0355	0,0340
vilá	LED3	0,0521	0,0266	0,0300	0,0519	0,0401
elté ieg	LED4	0,0651	0,0381	0,0293	0,0648	0,0493
μĔ	Planck	0,0270	0,0285	0,0501	0,0236	0,0323
	átlag	0,0420	0,0303	0,0396	0,0439	0,0389
2. minta			Eredeti meg	világító		
tý št	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0179	0,0320	0,0617	0,0228	0,0336
vilå	LED3	0,0281	0,0158	0,0427	0,0286	0,0288
elté neg	LED4	0,0386	0,0238	0,0205	0,0398	0,0307
μĔ	Planck	0,0208	0,0338	0,0640	0,0189	0,0344
	átlag	0,0263	0,0264	0,0472	0,0275	0,0319
2. minta			Eredeti meg	világító		
t g	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,9995	0,9991	0,9973	0,9990	0,9987
vilá	LED3	0,9984	0,9992	0,9990	0,9984	0,9987
elté neg	LED4	0,9969	0,9985	0,9991	0,9968	0,9978
ш́ С	Planck	0,9994	0,9991	0,9972	0,9995	0,9988
	átlag	0,9985	0,9990	0,9981	0,9984	0,9985
2. minta			Eredeti meg	világító		
o, Ħ	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze Igít	CIE D65	0,0016	0,0113	0,0076	0,0071	0,0069
tele vilá	LED3	0,0080	0,0018	0,0084	0,0073	0,0064
elté neg	LED4	0,0033	0,0069	0,0003	0,0066	0,0043
шс	Planck	0,0064	0,0092	0,0036	0,0003	0,0048
	átlag	0,0048	0,0073	0,0050	0,0053	0,0056

3. minta			Eredeti meg	világító		
o Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze igít	CIE D65	0,0284	0,0784	0,0492	0,0684	0,0561
telo vilá	LED3	0,0846	0,0410	0,0482	0,0908	0,0662
elté leg	LED4	0,0538	0,0580	0,0351	0,0527	0,0499
цĘ	Planck	0,0547	0,0698	0,0519	0,0335	0,0525
	átlag	0,0554	0,0618	0,0461	0,0614	0,0562
3. minta			Eredeti meg	világító		
ý Ħ	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0185	0,0428	0,0245	0,0304	0,0291
vilá	LED3	0,0765	0,0229	0,0439	0,0807	0,0560
elté leg	LED4	0,0423	0,0283	0,0294	0,0394	0,0348
цΈ	Planck	0,0259	0,0399	0,0264	0,0203	0,0281
	átlag	0,0408	0,0335	0,0311	0,0427	0,0370
3. minta			Eredeti meg	világító		
io, it	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,9989	0,9905	0,9963	0,9941	0,9950
vilá	LED3	0,9889	0,9977	0,9967	0,9872	0,9926
elté neg	LED4	0,9960	0,9949	0,9981	0,9962	0,9963
μĔ	Planck	0,9961	0,9933	0,9959	0,9986	0,9960
	átlag	0,9950	0,9941	0,9967	0,9940	0,9950
3. minta			Eredeti meg	világító		
e, Ħ	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0014	0,0098	0,0104	0,0283	0,0125
vilá	LED3	0,0088	0,0041	0,0077	0,0227	0,0108
elté neg	LED4	0,0067	0,0041	0,0030	0,0142	0,0070
ц, F	Planck	0,0260	0,0096	0,0116	0,0004	0,0119
	átlag	0,0107	0,0069	0,0082	0,0164	0,0105

4. minta	Eredeti megvilágító							
io, it	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze	CIE D65	0,0255	0,0502	0,0715	0,0527	0,0500		
vilá	LED3	0,0719	0,0361	0,0590	0,0522	0,0548		
elté ieg	LED4	0,0658	0,0648	0,0382	0,0703	0,0598		
μĔ	Planck	0,0303	0,0556	0,0744	0,0346	0,0487		
	átlag	0,0484	0,0517	0,0608	0,0525	0,0533		
	Eredeti megvilágító							
4. minta			Eredeti meg	világító	1			
4. minta	wRMS	CIE D65	Eredeti meg LED3	világító LED4	Planck	átlag		
4. minta ezett jõjto	wRMS CIE D65	CIE D65 <b>0,0297</b>	Eredeti meg LED3 0,0495	világító LED4 0,0804	Planck 0,0279	átlag 0,0469		
4. minta világító	wRMS CIE D65 LED3	CIE D65 <b>0,0297</b> 0,0474	Eredeti meg LED3 0,0495 <b>0,0323</b>	világító LED4 0,0804 0,0678	Planck 0,0279 0,0565	átlag 0,0469 0,0510		
4. minta legvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4	CIE D65 <b>0,0297</b> 0,0474 0,0699	Eredeti meg LED3 0,0495 <b>0,0323</b> 0,0508	világító LED4 0,0804 0,0678 0,0432	Planck 0,0279 0,0565 0,0744	átlag 0,0469 0,0510 0,0596		
Feltételezett megvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4 Planck	CIE D65 0,0297 0,0474 0,0699 0,0339	Eredeti meg LED3 0,0495 0,0323 0,0508 0,0524	világító LED4 0,0804 0,0678 0,0432 0,0855	Planck 0,0279 0,0565 0,0744 <b>0,0359</b>	átlag 0,0469 0,0510 0,0596 0,0519		
4. minta Feltételezett megvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4 Planck átlag	CIE D65 0,0297 0,0474 0,0699 0,0339 0,0452	Eredeti meg LED3 0,0495 0,0323 0,0508 0,0524 0,0463	világító LED4 0,0804 0,0678 0,0432 0,0855 0,0692	Planck 0,0279 0,0565 0,0744 <b>0,0359</b> <b>0,0487</b>	átlag 0,0469 0,0510 0,0596 0,0519 0,0523		

4. minta	Eredeti megvilágító							
o, Ħ	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze	CIE D65	0,9991	0,9971	0,9932	0,9966	0,9965		
vilá	LED3	0,9960	0,9981	0,9958	0,9964	0,9966		
elté	LED4	0,9944	0,9944	0,9978	0,9935	0,9950		
μĔ	Planck	0,9987	0,9957	0,9931	0,9985	0,9965		
	átlag	0,9970	0,9963	0,9950	0,9962	0,9961		
4. minta			Eredeti meg	<b>yvilágító</b>				
ý Ħ	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze ăgit	CIE D65	0,0017	0,0051	0,0077	0,0125	0,0067		
vilâ	LED3	0,0029	0,0082	0,0182	0,0104	0,0099		
elté leg	LED4	0,0078	0,0211	0,0025	0,0101	0,0104		
μĔ	Planck	0,0170	0,0179	0,0062	<b>0,</b> 0052	0,0116		
	átlag	0,0074	0,0131	0,0086	0,0095	0,0096		

5. minta			Eredeti meg	világító		
o, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze igít	CIE D65	0,0308	0,0500	0,0579	0,0564	0,0488
telo vilá	LED3	0,0884	0,0339	0,0981	0,0942	0,0786
elté	LED4	0,0523	0,0503	0,0362	0,0523	0,0478
μĔ	Planck	0,0487	0,0539	0,0590	0,0369	0,0496
	átlag	0,0551	0,0470	0,0628	0,0600	0,0562
5. minta			Eredeti meg	világító		
o, it	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze	CIE D65	0,0255	0,0446	0,0435	0,0183	0,0330
telo vilá	LED3	0,0694	0,0302	0,0818	0,0744	0,0640
elté ieg	LED4	0,0462	0,0620	0,0232	0,0571	0,0471
μĔ	Planck	0,0174	0,0466	0,0442	0,0369	0,0284
	átlag	0,0396	0,0459	0,0482	0,0467	0,0431
5. minta			Eredeti meg	világító	-	
ti 2	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze	CIE D65	0,9976	0,9935	0,9914	0,9919	0,9936
vilá	LED3	0,9795	0,9974	0,9754	0,9767	0,9822
elté neg	LED4	0,9931	0,9934	0,9966	0,9929	0,9940
ш́Е	Planck	0,9941	0,9924	0,9920	0,9966	0,9938
	átlag	0,9911	0,9942	0,9888	0,9895	0,9909
5. minta			Eredeti meg	világító		
t y	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0007	0,0094	0,0077	0,0165	0,0086
itel vilå	LED3	0,0114	0,0005	0,0108	0,0063	0,0073
elté neg	LED4	0,0046	0,0082	0,0094	0,0150	0,0093
ĽЕ	Planck	0,0012	0,0017	0,0148	0,0080	0,0064
	átlag	0,0045	0,0049	0,0107	0,0114	0,0079

6. minta			Eredeti meg	világító		
ó Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze igít	CIE D65	0,0259	0,0321	0,0412	0,0501	0,0373
telo vilá	LED3	0,0372	0,0277	0,0554	0,0520	0,0431
eg'	LED4	0,0340	0,0438	0,0340	0,0493	0,0403
ĔΕ	Planck	0,0316	0,0398	0,0426	0,0174	0,0328
	átlag	0,0322	0,0359	0,0433	0,0422	0,0384
6. minta			Eredeti meg	jvilágító		
ý Ħ	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0145	0,0207	0,0290	0,0227	0,0217
tel	LED3	0,0259	0,0244	0,0332	0,0231	0,0267
elté	LED4	0,0222	0,0347	0,0244	0,0386	0,0300
μ	Planck	0,0166	0,0223	0,0303	0,0111	0,0201
	átlag	0,0198	0,0255	0,0292	0,0239	0,0246
6. minta			Eredeti meg	világító		
ý Ħ	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze	CIE D65	0,9961	0,9943	0,9899	0,9850	0,9913
vilå	LED3	0,9923	0,9956	0,9813	0,9848	0,9885
elté ieg	LED4	0,9934	0,9885	0,9930	0,9857	0,9901
μĔ	Planck	0,9941	0,9904	0,9894	0,9982	0,9930
	átlag	0,9940	0,9922	0,9884	0,9884	0,9907
6. minta			Eredeti meg	világító		
tý št	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0014	0,0056	0,0010	0,0056	0,0034
)tel vilá	LED3	0,0061	0,0036	0,0142	0,0019	0,0064
elté neg	LED4	0,0030	0,0047	0,0012	0,0080	0,0042
цЕ	Planck	0,0070	0,0083	0,0096	0,0044	0,0073
	átlag	0,0044	0,0056	0,0065	0,0050	0,0054

7			<b></b>						
7. minta									
o, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag			
eze igit	CIE D65	0,0118	0,0171	0,0165	0,0214	0,0167			
telo vilá	LED3	0,0227	0,0095	0,0217	0,0174	0,0178			
eg'	LED4	0,0131	0,0173	0,0099	0,0117	0,0130			
ΨE	Planck	0,0150	0,0143	0,0196	0,0109	0,0149			
	átlag	0,0157	0,0146	0,0169	0,0153	0,0156			
7. minta			Eredeti meg	világító					
e, Ħ	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag			
eze igít	CIE D65	0,0039	0,0109	0,0107	0,0033	0,0072			
vilá	LED3	0,0128	0,0056	0,0078	0,0138	0,0100			
eg'	LED4	0,0106	0,0053	0,0086	0,0119	0,0091			
щ	Planck	0,0047	0,0142	0,0135	0,0041	0,0091			
			1						
	átlag	0,0080	0,0090	0,0102	0,0082	0,0089			

7. minta	Eredeti megvilágító							
e, Ħ	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze igít	CIE D65	0,9892	0,9834	0,9854	0,9684	0,9816		
telo vilá	LED3	0,9615	0,9926	0,9698	0,9747	0,9746		
elté leg	LED4	0,9856	0,9788	0,9919	0,9890	0,9863		
μĔ	Planck	0,9832	0,9895	0,9821	0,9908	0,9864		
	átlag	0,9799	0,9861	0,9823	0,9807	0,9822		
7. minta			Eredeti meg	világító				
o, it	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze	CIE D65	0,0014	0,0018	0,0022	0,0043	0,0024		
vilá	LED3	0,0052	0,0039	0,0072	0,0110	0,0068		
elté ieg	LED4	0,0014	0,0080	0,0051	0,0102	0,0062		
μĔ	Planck	0,0062	0,0064	0,0077	0,0031	0,0058		
	átlag	0,0035	0,0050	0,0055	0,0072	0,0053		

8. minta	Eredeti megvilágító							
o, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze igit	CIE D65	0,0118	0,0331	0,0471	0,0204	0,0281		
telo vilá	LED3	0,0252	0,0195	0,0323	0,0239	0,0252		
elté eg	LED4	0,0389	0,0254	0,0201	0,0369	0,0303		
ΨE	Planck	0,0234	0,0303	0,0489	0,0153	0,0295		
	átlag	0,0248	0,0271	0,0371	0,0241	0,0283		
8. minta			Eredeti meg	világító				
e, Ħ	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze igít	CIE D65	0,0110	0,0250	0,0468	0,0141	0,0242		
telo vilá	LED3	0,0260	0,0081	0,0265	0,0281	0,0222		
elté	LED4	0,0402	0,0263	0,0169	0,0408	0,0310		
ΨE	Planck	0,0145	0,0275	0,0504	0,0117	0,0260		
	átlag	0,0229	0,0217	0,0352	0,0237	0,0259		
8. minta			Eredeti meg	világító				
o it	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze	CIE D65	0,9998	0,9983	0,9966	0,9994	0,9985		
vilâ	LED3	0,9990	0,9994	0,9983	0,9991	0,9990		
elté ieg	LED4	0,9977	0,9990	0,9994	0,9978	0,9985		
μĔ	Planck	0,9991	0,9987	0,9965	0,9996	0,9985		
	átlag	0,9989	0,9988	0,9977	0,9990	0,9986		
8. minta		I	Eredeti meg	világító	-			
, t	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze ágít	CIE D65	0,0015	0,0015	0,0022	0,0031	0,0021		
vilâ	LED3	0,0029	0,0021	0,0094	0,0044	0,0047		
elté neg	LED4	0,0029	0,0063	0,0017	0,0074	0,0045		
μĘ	Planck	0,0042	0,0067	0,0050	0,0032	0,0048		
	átlag	0,0029	0,0041	0,0045	0,0045	0,0040		

9. minta			Eredeti meg	világító		
ó Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze igít	CIE D65	0,0229	0,0306	0,0267	0,0300	0,0276
telo vilá	LED3	0,0273	0,0268	0,0333	0,0368	0,0311
eg'	LED4	0,0261	0,0325	0,0203	0,0338	0,0282
μĔ	Planck	0,0302	0,0355	0,0332	0,0257	0,0311
	átlag	0,0266	0,0313	0,0284	0,0316	0,0295
9. minta			Eredeti meg	jvilágító		
ý H	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0084	0,0135	0,0137	0,0099	0,0114
vilá	LED3	0,0115	0,0098	0,0119	0,0138	0,0117
elté	LED4	0,0141	0,0105	0,0077	0,0124	0,0112
ц	Planck	0,0102	0,0150	0,0155	0,0090	0,0124
	átlag	0,0111	0,0122	0,0122	0,0113	0,0117
9. minta			Eredeti meg	világító		
tý je	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,9979	0,9959	0,9969	0,9965	0,9968
itel vilá	LED3	0,9977	0,9972	0,9958	0,9957	0,9966
elté neg	LED4	0,9978	0,9957	0,9983	0,9961	0,9970
ĽЕ	Planck	0,9964	0,9945	0,9952	0,9974	0,9959
	átlag	0,9975	0,9958	0,9965	0,9964	0,9966
9. minta			Eredeti meg	világító		
tý št	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag
eze ágít	CIE D65	0,0007	0,0037	0,0062	0,0083	0,0047
itel vilá	LED3	0,0037	0,0014	0,0020	0,0068	0,0035
elté neg	LED4	0,0052	0,0030	0,0012	0,0048	0,0035
цЕ	Planck	0,0072	0,0046	0,0067	0,0002	0,0047
	átlag	0,0042	0,0032	0,0040	0,0050	0,0041

10 minto	Erodoti mogvilágítá								
TU. IIIIIIa	Electri megvilagito								
o, Ħ	RMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag			
eze	CIE D65	0,0237	0,0347	0,0331	0,0388	0,0326			
vilá	LED3	0,0395	0,0300	0,0399	0,0415	0,0377			
eg	LED4	0,0347	0,0349	0,0231	0,0389	0,0329			
μĔ	Planck	0,0267	0,0355	0,0340	0,0254	0,0304			
	átlag	0,0312	0,0338	0,0325	0,0361	0,0334			
10 minto	Eredeti megvilágító								
IV. minua			Eredeti meg	jvilágító					
tu. minta	wRMS	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag			
ezett igító	WRMS CIE D65	CIE D65 <b>0,0235</b>	LED3 0,0230	LED4 0,0332	Planck 0,0263	átlag 0,0265			
világító	wRMS CIE D65 LED3	CIE D65 <b>0,0235</b> 0,0353	LED3 0,0230 0,0206	LED4 0,0332 0,0440	Planck 0,0263 0,0343	átlag 0,0265 0,0336			
egvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4	CIE D65 0,0235 0,0353 0,0386	LED3 0,0230 <b>0,0206</b> 0,0288	LED4 0,0332 0,0440 <b>0,0261</b>	Planck 0,0263 0,0343 0,0437	átlag 0,0265 0,0336 0,0343			
Feltételezett megvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4 Planck	CIE D65 <b>0,0235</b> 0,0353 0,0386 0,0212	LED3 0,0230 <b>0,0206</b> 0,0288 0,0235	LED4 0,0332 0,0440 <b>0,0261</b> 0,0347	Planck 0,0263 0,0343 0,0437 <b>0,0250</b>	átlag 0,0265 0,0336 0,0343 0,0261			
Feltételezett megvilágító	wRMS CIE D65 LED3 LED4 Planck átlag	CIE D65 0,0235 0,0353 0,0386 0,0212 0,0297	LED3 0,0230 0,0206 0,0288 0,0235 0,0240	LED4 0,0332 0,0440 <b>0,0261</b> 0,0347 <b>0,0345</b>	Planck 0,0263 0,0343 0,0437 <b>0,0250</b> <b>0,0323</b>	átlag 0,0265 0,0336 0,0343 0,0261 0,0301			

10. minta	Eredeti megvilágító							
e, Ħ	GFC	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze igít	CIE D65	0,9913	0,9842	0,9880	0,9753	0,9847		
telo vilá	LED3	0,9768	0,9856	0,9750	0,9749	0,9781		
elté leg	LED4	0,9849	0,9801	0,9914	0,9797	0,9840		
μĔ	Planck	0,9884	0,9846	0,9885	0,9900	0,9879		
	átlag	0,9854	0,9836	0,9857	0,9800	0,9837		
10. minta			Eredeti meg	világító				
io, it	$\Delta E^*_{ab}$	CIE D65	LED3	LED4	Planck	átlag		
eze	CIE D65	0,0029	0,0180	0,0098	0,0181	0,0122		
vilá	LED3	0,0121	0,0064	0,0125	0,0052	0,0090		
elté ieg	LED4	0,0061	0,0182	0,0059	0,0165	0,0117		
μĔ	Planck	0,0085	0,0155	0,0099	0,0058	0,0099		
	átlag	0,0074	0,0145	0,0095	0,0114	0,0107		

10.4. 4. számú melléklet: Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító helyettesítése adott színhőmérsékletű Planck-sugárzóval.

















Ismeretlen spektrális teljesítményeloszlású megvilágító helyettesítése Planck-sugárzóval. Az eredeti függvény fekete vonal, a felhasznált "ismeretlen" megvilágítóval végzett rekonstrukció kék vonal, a Planck-sugárzóval végzett rekonstrukció zöld vonal.

10.5. 5. számú melléklet: További minták (4. számú melléklet)  $\Delta E_{ab}^*$ , RMS, wRMS, GFC értékei adott színhőmérsékletű Planck-sugárzóval való helyettesítés esetén.

2. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E^*_{ab}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0326	0,0285	0,9952	0,0004
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0378	0,0259	0,9959	0,0098
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0218	0,0224	0,9971	0,0030
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0455	0,0352	0,9910	0,0050
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0275	0,0218	0,9952	0,0089
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0552	0,0314	0,9909	0,0082
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0244	0,0220	0,9964	0,0015
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0418	0,0326	0,9943	0,0067
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0463	0,0225	0,9903	0,0026
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0483	0,0343	0,9886	0,0039
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0386	0,0270	0,9947	0,0037
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0496	0,0333	0,9841	0,0052

3. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0398	0,0193	0,9830	0,0018
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0477	0,0135	0,9771	0,0055
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0338	0,0138	0,9879	0,0037
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0362	0,0160	0,9866	0,0073
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0349	0,0158	0,9869	0,0002
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0433	0,0259	0,9795	0,0073
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0331	0,0075	0,9894	0,0011
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0398	0,0242	0,9893	0,0034
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0390	0,0121	0,9865	0,0026
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0407	0,0370	0,9898	0,0062
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0351	0,0134	0,9870	0,0019
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0417	0,0200	0,9821	0,0044

4. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0398	0,0193	0,9830	0,0018
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0477	0,0135	0,9771	0,0055
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0338	0,0138	0,9879	0,0037
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0362	0,0160	0,9866	0,0073
Eredeti megvilágító	Feltételezett: CIE F11	0,0349	0,0158	0,9869	0,0002
CIE F11	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0433	0,0259	0,9795	0,0073
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0331	0,0075	0,9894	0,0011
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0398	0,0242	0,9893	0,0034
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0390	0,0121	0,9865	0,0026
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0407	0,0370	0,9898	0,0062
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0351	0,0134	0,9870	0,0019
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0417	0,0200	0,9821	0,0044

5. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0334	0,0275	0,9910	0,0032
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0378	0,0259	0,9885	0,0029
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0312	0,0255	0,9921	0,0008
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0341	0,0279	0,9906	0,0024
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0344	0,0323	0,9904	0,0010
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0389	0,0376	0,9878	0,0011
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0363	0,0340	0,9902	0,0007
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0398	0,0434	0,9872	0,0020
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0391	0,0315	0,9877	0,0020
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0535	0,0466	0,9824	0,0046
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0335	0,0327	0,9910	0,0003
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0356	0,0330	0,9898	0,0004

6. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0255	0,0138	0,9966	0,0005
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0260	0,0140	0,9965	0,0066
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0280	0,0147	0,9959	0,0007
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0314	0,0162	0,9951	0,0042
Eredeti megvilágító	Feltételezett: CIE F11	0,0208	0,0115	0,9978	0,0034
CIE F11	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0332	0,0144	0,9943	0,0056
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0242	0,0102	0,9970	0,0026
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0274	0,0261	0,9962	0,0058
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0269	0,0122	0,9964	0,0010
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0299	0,0200	0,9955	0,0049
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0285	0,0142	0,9958	0,0002
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0302	0,0131	0,9954	0,0057

7. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0181	0,0167	0,9990	0,0099
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0416	0,0201	0,9974	0,0134
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0224	0,0145	0,9987	0,0030
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0309	0,0163	0,9975	0,0102
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0290	0,0123	0,9973	0,0010
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0390	0,0276	0,9956	0,0073
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0329	0,0190	0,9983	0,0046
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0440	0,0299	0,9979	0,0092
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0207	0,0113	0,9987	0,0020
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0487	0,0527	0,9940	0,0059
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0171	0,0157	0,9991	0,0017
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0451	0,0192	0,9971	0,0039

8. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0216	0,0152	0,9989	0,0008
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0364	0,0207	0,9969	0,0073
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0229	0,0138	0,9988	0,0003
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0326	0,0178	0,9975	0,0085
Eredeti megvilágító	Feltételezett: CIE F11	0,0236	0,0171	0,9987	0,0030
CIE F11	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0376	0,0305	0,9967	0,0065
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0143	0,0069	0,9995	0,0002
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0325	0,0251	0,9978	0,0084
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0247	0,0189	0,9987	0,0049
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0468	0,0483	0,9956	0,0074
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0198	0,0113	0,9991	0,0043
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0344	0,0192	0,9972	0,0095

9. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^*$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0277	0,0287	0,9989	0,0007
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0389	0,0284	0,9980	0,0063
Eredeti megvilágító CIE D65	Feltételezett: CIE D65	0,0346	0,0281	0,9984	0,0001
	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0370	0,0343	0,9985	0,0025
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0330	0,0333	0,9986	0,0018
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0342	0,0331	0,9984	0,0013
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0288	0,0290	0,9988	0,0031
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0358	0,0372	0,9981	0,0009
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0246	0,0311	0,9991	0,0021
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0617	0,0593	0,9949	0,0093
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0280	0,0302	0,9988	0,0043
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0297	0,0316	0,9989	0,0071

10. minta		RMS	wRMS	GFC	$\Delta E_{ab}^{*}$
Eredeti megvilágító E	Feltételezett: E	0,0367	0,0279	0,9977	0,0004
	Feltételezett: Planck 5 454 K	0,0430	0,0270	0,9970	0,0006
Eredeti megvilágító	Feltételezett: CIE D65	0,0320	0,0282	0,9982	0,0047
CIE D65	Feltételezett: Planck 6 504 K	0,0373	0,0285	0,9976	0,0095
Eredeti megvilágító CIE F11	Feltételezett: CIE F11	0,0336	0,0318	0,9980	0,0012
	Feltételezett: Planck 4 000 K	0,0496	0,0358	0,9959	0,0016
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED1	0,0305	0,0241	0,9985	0,0014
LED1	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0448	0,0456	0,9965	0,0057
Eredeti megvilágító	Feltételezett: LED2	0,0302	0,0329	0,9984	0,0034
LED2	Feltételezett: Planck 5 000 K	0,0413	0,0435	0,9971	0,0036
Eredeti megvilágító CIE D50	Feltételezett: CIE D50	0,0286	0,0286	0,9986	0,0021
	Feltételezett: Planck 5 003 K	0,0441	0,0278	0,9968	0,0022

## 11. Irodalomjegyzék

- [1] Simonds J. L.: Application of Characteristic Vector Analysis to Photographic and Optical Response Data, Journal of Optical Society of America, Vol. 53 (1962), pp. 968-971.
- [2] Tzeng, D. Y., Berns, R. S.: A Review of Principal Component Analysis and Its Application to Color Technology, Color Research And Application, Vol. 30, Number 2 (2005), pp. 84-98.
- [3] Trussell, H. J.: Application of Set Theoretic Methods to Color Systems, Color Research And Application, Vol. 16 (1991), pp. 31-41.
- [4] Anton, H.: *Elementary Linear Algebra, 6th ed.*, John Wiley & Sons, New York (1991)
- [5] Manly, B. F. J.: *Multivariate Statistical Methods*, Chapman & Hall (1998)
- [6] Koltay L.: Valószínűségszámítás és matematikai statisztika, Pannon Egyetem, Veszprém (2011), pp. 73-79.
- [7] Gustafsson, F., Bergman, N.: *Matlab for Engineers Explained*, Springer (2003)
- [8] Tranquillo, J. V.: *Matlab for Engineering and the Life Sciences*, Morgan & Claypool Publishers (2011)
- [9] Maloney, L. T.: Evaluation of Linear Models of Surface Spectral Reflectance with Small Numbers of Parameters, Journal of Optical Society of America, Vol. 3 (1986), pp. 1673–1683.
- [10] Jaaskelainen, T., Parkkinen, J., Toyooka, S.: Vector-subspace Model for Color Representation, Journal of Optical Society of America, Vol. 7 (1990), pp. 725–730.
- [11] Vrhel, M. J., Gershon, R., Iwan, L. S.: Measurement and Analysis of Object Reflectance Spectra, Color Research and Application, Vol. 19 (1994), pp. 4–9.
- [12] García-Beltrán, A., Nieves, J. L., Hernández-Andrés, J., Romero, J.: *Linear Bases for Spectral Reflectance Functions of Acrylic Paints*, Color Research and Application, Vol. 23 (1998), pp. 39–45.
- [13] Tajima, J.: A Huge Spectral Characteristics Database and Its Application to Color Imaging Device Design, Proceedings of the 6th IS&T/SID Color Imaging Conference, IS&T, Springfield VA, (1998), pp. 86–89.
- [14] Hardeberg, J. Y., Schmitt, F., Brettel, H.: *Multispectral Color Image Capture Using a Liquid Crystal Tunable Filter*, Optical Engineering, Vol. 41 (2002), pp. 2533–2548.

- [15] Maloney, L. T., Wandell, B. A.: Color Constancy: A Method for Recovering Surface Spectral Reflectance, Journal of Optical Society of America, Vol. 3 (1986), pp. 29-33.
- [16] D'Zmura, M.: Color Constancy: Surface Color from Changing Illuminatio, Journal of Optical Society of America, Vol. 9 (1992), pp. 490-493.
- [17] Dannemiller, J. L.: *Spectral Reflectance of Natural Objects: How Many Basis Functions Are Necessary?*, Journal of Optical Society of America, Vol. 9 (1992), pp. 507-515.
- [18] Lehtonen, J., Parkkinen, J., Jaaskelainen, T., Kamshilin, A.: *Principal Component and Sampling Analysis of Color Spectra*, Optical Review, Vol. 16, No. 2 (2009), pp. 81-90.
- [19] Leihong, Z., Dong, L., Bei, L., Yi, K., Zilan, P., Dawei, Z., Xiuhua, M.: Study on the Key Technology of Spectral Reflectivity Reconstruction Based on Sparse Prior by a Single-pixel Detector, Journal of Optical Society of America, Vol. 4, Issue 3 (2016), pp. 115-121.
- [20] Worthey, J. A., Brill, M. H.: *Principal Components Applied to Modeling: Dealing with the Mean Vector*, Color Research and Application, Vol. 29, No. 4 (2004), pp. 261-266.
- [21] Harifi, T., Amirshahi, S. H., Agahian, F.: Recovery of Reflectance Spectra from Colorimetric Data Using Principal Component Analysis Embedded Regression Technique, Optical Review, Vol. 15, No. 6 (2008), pp. 302-308.
- [22] Zhao, Y., Berns, R. S.: *Image Based Spectral Reflectance Reconstruction Using Matrix R Method*, Color Research and Application, Vol. 32 (2007), pp. 343-351.
- Babaei, V., Amirshahi, S. H., Agahian, F.: Using Weighted Pseudo-inverse Method for Reconstruction of Reflectance Spectra and Analyzing the Dataset in Terms of Normality, Color Research and Application, Vol. 36 (2011), pp. 295-305.
- [24] Simone, B.: Reflectance Spectra Recovery from Tristimulus Values by Adaptive Estimation with Metametric Shape Correction, Journal of Optical Society of America, Vol. 27, No. 8 (2010), pp.1868-1877.
- [25] Abed, F. M., Amirshahi, S. H., Abed, M. R. M.: *Reconstruction of Reflectance Data Using an Interpolation Technique*, Journal of Optical Society of America, Vol. 26, No. 3 (2009), pp. 613-624.
- [26] Fairman, H. S., Brill, M. H.: *The Principal Components of Reflectances*, Color Research and Application, Vol. 29, No. 4 (2004), pp. 104-110.
- [27] Fernando, A., José, F. E., Pilar, R., Angel, I. N.: Use of Three Tristimulus Values from Surface Reflectance Spectra to Calculate the Principal Components for Reconstructing These Spectra by Using Only Three Eigenvectors, Journal of Optical Society of America, Vol. 23 (2006), pp. 2020-2026.

- [28] Zhang, X., Xu, H.: Reconstructing Spectral Reflectance by Dividing Spectral Space and Extending the Principal Components in Principal Component Analysis, Journal of Optical Society of America, Vol. 25, No. 25 (2008), pp. 371-378.
- [29] Mansouri, A., Sliwa, T., Hardeberg, J. Y., Voisin, Y.: An Adaptive-pca Algorithm for Reflectance Estimination from Color Images, Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Pattern Recognition, (2008), pp. 1-4.
- [30] Ansari, K., Amirshahi, S. H., Moradian, S.: Recovery of Reflectance Spectra from CIE Tristimulus Values Using a Progressive Database Selection Technique, Coloration Technology, Vol. 122, Issue 3 (2006), pp. 128-134.
- [31] Ansari, K., Amirshahi, S. H., Moradian, S.: The Use of a Selective Database Technique in Order to Recover the Spectra of a Series of Acrylic Paints by the Principle Component Analysis, Iran. J. Chem. Chem. Eng., Vol. 25, No. 2 (2006), pp. 39-45.
- [32] Agahian, F., Amirshahi, S. A., Amirshahi, S. H.: *Reconstruction of Reflectance Spectra Using Weighted Principal Component Analysis*, Color Research and Application, Vol. 33, No. 5 (2008), pp. 360-371.
- [33] Amiri, M. M., Amirshahi, S. H.: A Step by Step Recovery of Spectral Data from Colorimetric Information, Journal of Optics, Vol. 44, Issue 4 (2015), pp. 373-383.
- [34] Parkkinen, J., Hallikainen, J., Jaaskelainen, T.: *Characteristic Spectra of Munsell Colors*, Journal of Optical Society of America, Vol. 6 (1989), pp. 318–322.
- [35] Fairchild, M. D., Wyble, D. R.: Mean Observer Metamerism and the Selection of Display Primaries, Fifteenth Color Imaging Conference, Vol. 15 (2007), pp. 151-156.
- [36] Hill. B., Roger, T. H., Vorhagen, F. W.: Comparative Analysis of the Quantization of Color Spaces on the Basis of the CIELAB Color-difference Formula, ACM Transaction on Graphics, Vol. 16 (1997), pp. 109-154.
- [37] D'Zmura, M., Iverson, G.: Color Constancy. I. Basic Theory of Two-stage Linear Recovery of Spectral Descriptions for Lights and Surfaces, Journal of Optical Society of America, Vol. 10 (1993), pp. 2148-2165.
- [38] Marimont, D. H., Wandell, B. A.: *Linear Models of Surface and Illuminant Spectra*, Journal of Optical Society of America, Vol. 9 (1992), pp. 1905-1913.
- [39] Romero, J., García-Beltrán, A., Hernández-Andrés, J.: Linear Bases for Representation of Natural and Artifical Illuminants, Journal of Optical Society of America, Vol. 14 (1997), pp. 1007-1014.
- [40] Schanda J.: Colorimetry: Understanding the CIE System, Wiley (2007)

- [41] Commission Internationale de l'Éclairage (CIE): Colorimetry, CIE 15 (2004)
- [42] Wyszecki, G. W.: Development of New CIE Standard Sources for Colorimetry, Die Farbe, 19 (1/6) (1970), pp. 43-76.
- [43] Gruber L.: *Itt a fehér LED*, Elektronet, Vol. 1 (1999) pp. 28-30.
- [44] Varga K.: Mérési módszer kifejlesztése LED-ek ellenőrző vizsgálatához, Szakdolgozat, BMF KVK (2003)
- [45] Moreno, I., Sun, C. C.: *Modeling the Radiation Pattern of LED*, Optics Express, Vol.16 (2008), pp. 1808-1819.
- [46] Reifegereste, F., Lienig, J.: Modelling of the Temperature and Current Dependence of LED Spectra, Journal of Light & Visual Environment, Vol. 32, No. 3 (2008), pp. 288-294.
- [47] Hung, C. H., Tien, C. H.: Phosphor-converted LED Modeling by Bidirectional Photometric Data, Optics Express, Vol. 18 (2010), pp. A261-A271.
- [48] Winston, L. W.: Microsoft Office Excel 2007: Data Analysis and Business Modeling, Microsoft Press (2007)
- [49] Harmon, M.: Step-by-Step Optimization with Excel Solver The Excel Statistical Master, Excel Master Series (2012)
- [50] Albright, S. C., Winston, L. W., Zappe, C. J.: Data Analysis & Decision Making with Microsoft Excel, South-Western Cengage Learning (2009)
- [51] Sávoli Zs., Kránicz B., Horváth A.: Spectral Reconstruction on the Basis of Several Samples and Principal Components Analysis, Acta Technica Jaurinensis, Széchenyi István Egyetem, Vol. 6, No. 4 (2013), pp. 79-85.
- [52] Kránicz B.: Derivation and Application of Metametric Samples in Colorimetry, CIE-Light and Lighting Conference with Special Emphasis on LEDs and Solid State Lighting, Budapest (2009)
- [53] Kránicz B., Sávoli Zs., Hanák B.: Optimization of the Spectral Content of LED-sources and Spectral Reconstruction Using a Large Sample Database and Principal Component Analysis, Proceedings of LUX Europa Krakkow (2013), pp. 569-574.
- [54] Kránicz B.: A nappali sugáreloszlások és szimulátoraik elméleti és gyakorlati kérdései,
  Doktori értekezés, Veszprémi Egyetem Informatikai Tudományok Doktori iskola,
  Veszprém (2002)

- [55] Horváth A., Horváth Z.. Optimal Shape Design of Diesel Intake Ports with Evolutionary algorithm, Numerical Mathematics and Advanced Applications, Enumath (2003), pp. 459-470.
- [56] Benkő T., Benkő L., Tóth B.: *Programozzunk C Nyelven*, Computer Books (1995)
- [57] Swinnen, G.: Tanuljunk meg programozni Python nyelven, O'Reilly Media (2005)
- [58] Bradski, G., Kaehler, A.: Learning OpenCV, O'Reilly Media (2008)
- [59] Sávoli Zs., Horváth A., Kránicz B.: Színminta-halmazhoz illeszkedő, jó kvalitatív tulajdonságú metamer gyors keresése, Képfeldolgozók és Alakfelismerők Társaságának 10. országos konferenciája, Kecskemét (2015), pp. 722–737.
- [60] Б. Кранич (В. Kránicz), Ж. Саволи (Zs. Sávoli), А. Хорват (А. Horváth): Реконструкция спектра по координата цвета методами анализа главных компонентов и генетической оптимизации (Spectral Reconstruction from Tristimulus Values with the Use of Principal Component Analysis and Genetic Optimization), Светотехника, Москва, No. 3 (2016), pp. 35-42.
- [61] Horváth A., Sávoli Zs., Kránicz B.: Spectral Reconstruction from Tristimulus Values with the Use of Principal Component Analysis and Genetic Optimization, Light & Engineering, Moscow, Vol. 25, No. 1 (2017), pp. 96-105.
- [62] Kránicz B.: Digitális fényképezőgépek spektrális érzékenysége, Proceeding, XXIX.
  Kolorisztikai szimpózium, Eger (2003)
- [63] Sávoli Zs., Horváth A., Kránicz B.: Spectral Reconstruction with Genetic Optimization in case of Different Sample Sets, Acta Technica Jaurinensis, Széchenyi István Egyetem, Vol. 9, No. 1 (2016), pp. 54-64.
- [64] Schanda J.: Colorimetry. In: DeCusatis, C: Handbook of Appield Photometry, American Institute of Physics, New York, Chapter 10.4.3 (1997), pp. 358-361.
- [65] Sávoli Zs., Kránicz B., Horváth A.: Spectral Reconstruction in case of Different Illuminants, Annals of Faculty Engineering Hunedoara - International Journal of Engineering, University Politehnica Timisoara, Vol 14.1 (2016), pp. 45-54.
- [66] Jun J., Dengzu L., Jinwei G.: What is the Space of Spectral Sensitivity Functions for Digital Color Cameras?, Applications of Computer Vision (WACV) IEEE Workshop, Tampa, USA (2013), pp. 168-179.