Németh Zoltán

Aszinkron gép tenzorszorzat elvű irányítása

Doktori értekezés

Témavezető:

Prof. Dr. habil Kuczmann Miklós, D.Sc.
egyetemi tanár
Széchenyi István Egyetem

Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

Győr, 2023.

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm szépen szüleimnek és nagyszüleimnek a folyamatos támogatást, hogy lehetővé tették és segítették egyetemi tanulmányaim sikeres teljesítését. Köszönöm feleségemnek kitartó támogatását, motiválását és türelmét.

Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Kuczmann Miklósnak valamennyi szakmai és baráti támogatását, hogy meggyőzött a doktori képzés relevanciájáról. Köszönöm szépen Dr. Horváth Krisztiánnak valamennyi szakmai, baráti és technikai segítségét. Köszönöm szépen az Automatizálási Tanszék valamennyi kollégájának támogatását.

Köszönöm szépen Csizmadia Miklósnak, hogy ezt az utat a BSc-től kezdve együtt jártuk végig. Végül köszönöm Bányai Dávid kollégám valamennyi segítségét.

Összefoglaló

Az aszinkron gépek modellezésének már megvannak a jól kiforrott technikái, hogyan és milyen állapotváltozókat szükséges bevezetni az adott feladatot ellátó eszköz minél pontosabb irányításához. Azonban az aszinkron gép erősen nemlineáris matematikai leírásának következménye, hogy a szabályozó megtervezése során ezzel a nemlinearitással számolni kell.

A klasszikus PI áramszabályozók alkalmazásával megvalósított hajtások esetén a szabályozó tervezését kizárólag az áramegyenletek lineáris komponensei alapján végezzük. A nemlineáris tagokat elhanyagoljuk, aminek hibáját az integrátor tudja korrigálni. Ennek a problémának a feloldására kvázi-lineáris paraméter változójú (qLPV - quasi-linear parameter-varying) modellezést alkalmaztam.

A lineáris, időfüggő paraméterek segítségével előállítottam az aszinkron gép tenzorszorzat (TP - tensor product) modelljét, ahol az állapotváltozók éppen aktuális értékét 16 egymástól független lineáris időinvariáns (LTI - linear time-invariant) rendszer súlyozása definiálja. Az ily módon elkészített modell teljes figyelembevételével tudok nemlineáris állapotvisszacsatolt szabályozót és megfigyelőt tervezni.

A TP-modellhez történő szabályozótervezésnek több lehetséges megoldása létezik, melyek közül én a lineáris mátrix egyenlőtlenségek (LMI - linear matrix inequality) megoldhatóságán alapulót alkalmaztam. A rendszer modellezése során olyan állapotváltozókat definiálunk, amelyeket nem lehet közvetlen mérni, ezért megfigyelő tervezése alapvető elvárás a megfelelő irányítás eléréséhez. Az LMI alapú szabályozótervezés előnye, hogy megfelelő formalizmussal a szabályozó és a megfigyelő körerősítése együtt tervezhető.

Dolgozatom hangsúlyos részét a szabályozás robusztusságának vizsgálata teszi ki. Megvizsgáltam a szabályozó működését nyomaték és fordulatszám-szabályozó üzemmódban is, ahol a legkülönbözőbb külső zavarokat alkalmaztam. Mindkét szabályozó üzemmódban megvizsgáltam a terhelésváltozások különböző irányú és mértékű alkalmazásának hatását, a mért jellemzőkre eltérő varianciájú és középértékű Gauss-eloszlású zajt szuperponáltam. Mindemellett elvégeztem a szabályozó paraméterbizonytalansági vizsgálatát, ahol az álló- és forgórész ellenállást, valamennyi induktivitást és a tehetetlenségi nyomatékot is módosítottam.

Az itt leírt paraméterek együttes alkalmazásával a szimulációs környezetben végzett vizsgálatok arra engednek következtetni, hogy a rendszer irányítása képes robusztus működésre, a külső zavarok típusától, nagyságától és irányától függetlenül.

Summary

The modeling of asynchronous machines already has well-established techniques on how and what state variables need to be introduced to control the device performing a given task as accurately as possible. However, the consequence of the highly nonlinear mathematical description of the asynchronous machine is that this nonlinearity must be taken into account when designing the controller. In the case of drives implemented with classical PI current controllers, the current equations are designed based only on the linear terms of the controller, while the nonlinear terms are neglected and left to the integrator to correct for the deviation afterward. To solve this problem, linear parameter varying (LPV) modeling was used.

Using linear time-varying parameters, I derived a tensor product (TP) model of an induction machine, where the current value of the state variables is defined by weighting 16 independent linear time-invariant (LTI) systems. With full consideration of this model, we can design a state feedback controller and observer.

There are several possible solutions for controller design for the TP-model, among which I have used the one based on linear matrix inequality (LMI). Since the system modeling defines state variables that cannot be measured, observer design is essential to achieve a suitable controller. The advantage of the LMI-based controller design is that the controller and the observer loop gain can be designed together with a suitable formalism.

The focus of my thesis is on the robustness of the controller. I have investigated the controller operation in both torque and speed control modes, where a wide variety of external disturbances have been applied. In both control modes, I have investigated the effect of applying load variations of different directions and magnitudes, superposing noise with different variances, and mean Gaussian distribution on the measured characteristics. In addition, I carried out a parameter uncertainty study of the controller, where I also modified the stator and rotor resistances, all inductances, and the moment of inertia. By applying the settings detailed here together in simulation environment tests, I concluded that the controller is capable of robust operation, correcting for the developed error despite all disturbances.

Tartalomjegyzék

Rövidítések és jelölések listája

Rövidítések

ALO	adaptív Luenberger-megfigyelő (adaptive Luenberger observer)
CKF	cubature Kalman-szűrő (cubature Kalman filter)
DRFOC	direkt rotorfluxus irányú mezőorientált szabályozás (direct rotor flux field oriented control)
DTC	közvetlen nyomatékszabályozás (direct torque control)
EKF	kiterjesztett Kalman-szűrő (extended Kalman filter)
FOC	mezőorientált szabályozás (field-oriented control)
HOSVD	magasabb rendű szinguláris értékek szerinti felbontás (Higher Order Singular Value Decomposition)
LMI	lineáris mátrix egyenlőtlenség (linear matrix inequality)
LPV	lineáris paraméterváltozójú (linear parameter-varying) rendszer
LTI	lineáris időinvariáns rendszer (linear time invariant system)
MIMO	több-bemenetű több-kimenetű rendszer (Multiple input multiple output system)
MPC	model preditív szabályozás (model predictive control)
MRAS	modellreferenciás adaptív rendszer (model reference adaptive system)
PI	arányos-integráló szabályozó (proportion integral)
PMSM	állandó mágneses szinkronmotor (permanent magnet synchronous motor
PMSRM	állandó mágneses szinkron reluktancia motor (permanent magnet synchronous reluctance motor
qLPV	kvázi-lineáris paraméterváltozójú (quasi-linear parameter-varying) rendszer
SMO	csúszómód-megfigyelő (sliding-mode observer)
SOS	négyzetek összege (sum-of-square)
SV	szinguláris érték (singular value)
SynRM	szinkron reluktancia motor (synchronous reluctance motor
TP	tenzorszorzat (tensor product)
UKF	unscented Kalman-szűrő (unscented Kalman filter)

Jelölések

A	állapotváltozók száma
$\mathbf{A}$	állapottér alapú modell paraméterfüggő rendszermátrixa
$\mathbf{A}_{\mathrm{CL}}$	zárt rendszer mátrixa
$\mathbf{A}_r$, $\mathbf{A}_s$	LTI rendszer rendszermátrixa
$\mathbf{A}^*$	kibővített állapottér alapú modell paraméterfüggő rendszermátrixa
$\mathbf{B}$	állapottér alapú modell paraméterfüggő bemeneti mátrixa
$\mathbf{B}_r$, $\mathbf{B}_s$	LTI rendszer bemeneti mátrixa
$\mathbf{B}^*$	kibővített állapottér alapú modell paraméterfüggő bemeneti mátrixa
$\mathbf{C}$	állapottér alapú modell paraméterfüggő kimeneti mátrixa
D_{f}	súrlódási együttható
$\mathbf{e}$	kimeneti hiba vektora
$\mathbf{F}$	megfigyelő körerősítés mátrixa
$\mathbf{F}_{\mathrm{I}}$	integráló szabályozás körerősítés mátrixa
$\mathbf{F}_{\mathrm{r}}$, $\mathbf{F}_{\mathrm{s}}$	LTI rendszer szabályozó körerősítés mátrixa
$\mathbf{F}_{\mathrm{IM}}^{\mathrm{T}}$	állapotváltozós leírás körerősítés mátrixa
$\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$	diszkretizált tenzor
$\mathbf{G}$	Luenberger megfigyelő körerősítés mátrixa
$\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}$, $\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}$, $\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}$	LMI blokk mátrix
$\mathcal{G}$	rácstenzor
$\mathbf{I}_{\mathrm{n}}$	n-méretű egységmátrix
I	rendszer bemenetek száma
I_n	n-edik számú paraméterhez tartozó szinguláris értékek száma
$i_{\mathrm{ds}}^{\mathrm{ref}}$, $i_{\mathrm{qs}}^{\mathrm{ref}}$	állórészáram-térvektor d- és q-irányú komponenseinek referenciaértékei
ψ_{sa}, ψ_{sb}, ψ_{sc}	állórészfluxusok
ψ_{ra}, ψ_{rb}, ψ_{rc}	forgórészfluxusok
$\mathbf{i}_{\mathrm{r}}$	forgórész háromfázisú áramvektor
$\mathbf{i}_{\mathrm{s}}$	állórész háromfázisú áramvektor
J	tehetetlenségi nyomaték
$\mathbf{K}$	megfigyelő körerősítés mátrixa
$\mathbf{K}_{\mathrm{r}}$, $\mathbf{K}_{\mathrm{s}}$	LTI rendszer megfigyelő körerősítés mátrixa
L_{m}	kölcsönös induktivitás
L_{r}	forgórész-induktivitás
L_{s}	állórész-induktivitás
$\mathbf{M}_r$, $\mathbf{M}_{1r}$ $\mathbf{M}_s$, $\mathbf{M}_{1s}$	LMI megoldó változója
$M, M_1, M_2 ... M_{\mathrm{N}}$	rácsozás felbontása

M_{ij}	Schur-komplemens esetén a blokkmátrix i-edik sorának j-edik eleme
$\mathbf{N}_r$, $\mathbf{N}_{2r}$, $\mathbf{N}_s$, $\mathbf{N}_{2s}$	LMI megoldó változója
N	póluspárszám
$\mathbf{p}$	LPV modell paramétervektora
$\mathbf{P}$, $\mathbf{P}_1$,$\mathbf{P}_2$	LMI pozitív definit blokk mátrix
R	rendszermátrix mérete
R_r	forgórész-ellenállás
R_s	állórész-ellenállás
R_{20}	rézvezető ellenállása 20°C − on
$\mathbf{S}$	teljes rendszert leíró mátrix
$\mathcal{S}$	teljes rendszert leíró mag tenzor
sum_id, sum_{iq}	szabályozási körök hibaintegrálja
t	szimulációs idő
T_e	elektromágneses nyomaték
T_L	külső terhelőnyomaték
T_n	motor névleges nyomatéka
$\mathbf{v}$	állórészfeszültség-térvektor
$\mathbf{v}_\mathrm{s}$	állórész háromfázisú feszültségvektor
$\mathbf{v}_\mathrm{r}$	forgórész háromfázisú feszültségvektor
$\mathcal{V}$	bemeneti tenzor
$\mathbf{x}$	rendszer állapotvektora
$\mathbf{x}_0$	rendszer állapotvektorának kezdeti értéke
$\mathbf{x}_\mathrm{I}$	integráló szabályozás állapotváltozó vektora
$\mathbf{X}$, $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$	LMI megoldó változója
$\dot{\mathbf{x}}$	rendszer állapotvektorának idő szerinti deriváltja
$\mathbf{x}^*$	kibővített rendszer állapotvektora
$\hat{\mathbf{x}}$	megfigyelt állapotvektor
$\hat{\mathbf{x}}_0$	megfigyelt állapotvektor kezdeti értéke
$\mathbf{y}$	kimeneti vektor
$\hat{\mathbf{y}}$	megfigyelt kimeneti vektor
$\mathcal{Y}$	kimeneti tenzor
w_{n,i_n}	n-edik paraméterhez tartozó súlyfüggvény
α	zárt hurkú rendszer válaszának lecsengési sebessége (decay rate)
ΔR	rézvezető ellenállásváltozása
ΔT	rézvezető hőmérsékletváltozása
ΔR_{-60}	rézvezető ellenállásváltozása $\Delta T = -60$°C esetén
ΔR_{160}	rézvezető ellenállásváltozása $\Delta T = 160$°C esetén
Ω	lineáris paraméterhalmazt lefedő tér

ϕ_{e}	forgórészfluxus szöghelyzete
ψ_{ds}, ψ_{qs}	állórészfluxus-térvektor d- és q-irányú komponensei
ψ_{dr}, ψ_{qr}	forgórészfluxus-térvektor d- és q-irányú komponensei
$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}$	forgórészfluxus-térvektor
ω	térvektormodell koordináta-rendszerének szögsebessége
ω_{m}	forgórész mechanikai szögsebessége
ω_{r}	forgórész villamos szögsebessége
$\omega_{\mathrm{r}}^{\mathrm{ref}}$	forgórész villamos szögsebességének referenciaértéke

1. fejezet

Bevezető

1.1. A kutatás előzménye

Az elektromobilitás növekvő jelenléte az egész világon megfigyelhető, aminek eredményeképp a legkülönbözőbb járműveknél jelenik meg a villamos hajtások alkalmazása. A felhasznált motortípusok a legegyszerűbbnek és olcsóbbnak tekinthető egyenáramú géptől, az aszinkron gépen át, az újnak tekinthető szinkron/kapcsolt reluktancia gép mellett már megjelennek az axiál fluxusú gépek is [1]. A manapság tapasztalható energiaárak egyik következménye, hogy a hatásfok, illetve a hatótáv kerül a fejlesztések és kutatások fókuszpontjába.

A hajtáslánc modell alapú optimalizálásának egyik alapvető feltétele a rendszert minél pontosabban leíró modell megléte. A szakirodalomban elérhető és pontos villamosgépmodellek nagy része erősen nemlineáris jellegű, aminek következménye, hogy a szabályozó fejlesztésére is nagy hangsúlyt kell fektetni. Modellezés során mindig mérlegelés kérdése, hogy az adott feladat mennyire pontos rendszerleírást igényel.

Még a mai modern számítástechnikai eszközökkel sem lehetséges teljes mértékben elkerülni az egyszerűsítést egy villamos gép modellezése során. Olyan alapvető elhanyagolásokat alkalmazunk a villamos hajtások területén, mint például a vas- és hiszterézisveszteség elhanyagolása, a motor tekercseléséből adódó asszimmetriák. Ezeket a hatásokat 2D és 3D végeselemszimulációkkal tudjuk közelítőleg vizsgálni, ennek megfelelően hajtáskutatás és fejlesztés során ezeket a hatásokat nem vesszük figyelembe,

A fizikai rendszert - a lehetőségekhez mérten - pontosan leíró modellhez történő irányítás fejlesztése során kulcskérdés a megfelelő módszer kiválasztása, ahol figyelembe kell venni a nemlinearitások kezelhetőségét, a szabályozó hangolhatóságát, az optimalizálhatóságát, a számítási igényét, illetve a megfigyelő implementálhatóságát. Szinte minden modell tartalmaz nem, vagy csak nagy energiabefektetéssel mérhető, esetleg fizikai tar-

talommal nem rendelkező változókat. Ennek a problémának a kiküszöbölésére megfigyelő fejlesztése és implementálása szükséges.

1.2. A kutatás célkitűzései

Az aszinkron gépek modellezése nem számít új kutatási területnek, amikor annak általános felhasználására van szükség, a jól ismert koordináta-transzformációkkal [2, 3]. Azonban, ha speciális felhasználási módját keressük a rendszernek, különböző optimalizálási és robusztussági szempontokat figyelembe véve, akkor továbbra is egy aktívan kutott tudományterületről beszélhetünk. Munkám során a rotor fluxus direkt irányához rögzített koordináta-rendszerben végrehajtott mezőorientált szabályozást (FOC - field oriented control) valósítok meg, ahol az állapotváltozók száma és típusa a szabályozás minőségi jellemzőinek függvényében változik. A kvázi-lineáris paraméterváltozójú (qLPV - quasi-linear parameter-varying) modellezés egy modern formája a villamos hajtások leírásának, aminek előnye a nemlinearitások hatékony kezelhetősége. A nemlinearitást okozó tagokat időfüggő paraméterekkel írjuk le, amely alapján a tenzorszorzat (TP - tensor product) modell elkészíthető, ahol a klasszikus fuzzy logikát alkalmazom független lineáris rendszerek létrehozásához, melyeket különböző súlyokkal veszek figyelembe. Ezzel a megoldással nincs szükség a szabályozó tervezése során elhanyagolásokra, pontosabb leírást eredményez. A modellhez illeszthető paraméterezett lineáris mátrix egyenlőtlenségek (LMI - linear matrix inequality) megoldhatóságán alapú szabályozó és megfigyelő előnye, hogy tetszőlegesen alkalmazható különböző rendszerekhez, a bemenetek/kimenetek száma szabadon konfigurálható.

A dolgozat fő célja a TP-modellhez illesztett LMI-típusú irányítás robusztusságának megvizsgálása szimulációs környezetben fluxus-nyomaték és fluxus-fordulatszámszabályozó üzemmódban is. A vizsgálatok során a motor névleges nyomatékával megegyező nagyságú terhelőnyomatékot fogok alkalmazni. A visszacsatolt, kvázimért értékeknél Gauss-eloszlású mérési zajt alkalmazok különböző varianciával és középértékkel. Ezen külső zavarok mellett paraméterbizonytalansági vizsgálatokkal igazolom a megalkotott szabályozás robusztusságát, ahol a motor paramétereit a valóságtól elrugaszkodott határértékekig módosítom.

A végrehajtott paraméterbizonytalansági vizsgálatok alapján kijelenthető, hogy a szabályozó a terhelésváltásokat mindössze rövid ideig tartó, elfogadható túllövésű tranziensekkel jól kezeli, paramétermódosításokra minimálisan érzékeny, viszont mérési zaj alkalmazása esetén a zaj középértékére érzékeny a rendszer.

Továbbá, konklúzióként fontos megemlíteni, hogy a rendszer minden esetben megfigyelhető marad még álló tengely esetén is, szemben sok modellalapú megfigyelővel.

1.3. A dolgozat felépítése

A dolgozat 2. fejezetében áttekintem az aszinkron gépek és hajtások modellezésének, valamint a TP-modell transzformáció alapú modellezés elméleti hátterét, továbbá ismertetem LMI-k megoldásán alapuló szabályozó és megfigyelő matematikai leírását.

A 3. fejezetben részletekbemenően ismertetem az aszinkron gép TP-modelljeit. A kezdetben három paramétert tartalmazó modell négy paraméterűvé történő kibővítése és integrátorral való kiegészítése biztosította a gyors és pontos működést.

Az 4. fejezetben a megtervezett szabályozás robusztusságát vizsgálom meg. Először fluxus-nyomaték szabályozó üzemmódban elemzem a rendszer zavartűrő képességét különböző referenciák és zavarok alkalmazása esetén. Ezek után a fluxus-fordulatszámszabályozás robusztusságát vizsgálom meg valamennyi, a valóságban is előforduló referenciával, illetve modellezhető és implementálható zavarral.

Végezetül az utolsó fejezetekben összefoglalom az elért tudományos eredményeket, illetve megfogalmazom a jövőbeli kutatási lehetőségeket és irányokat.

2. fejezet

Aszinkron gépek modellezésének és irányításának irodalmi áttekintése

Az aszinkron gépek modellezése, habár évszázados múlttal rendelkezik, mégis tartogat újdonságokat a mai napig. Az emobilitás terjedésének egyik következménye, hogy a villamos hajtások területe a legkülönfélébb alkalmazásokban érhető tetten, melynek következménye a gépek irányításának folyamatos kutatása, fejlesztése és optimalizálása. A már jól ismert és bevállt modellek alkalmazása a szabályozótervezés során tudományos szempontból már triviálisnak tekinthető. Amennyiben a klasszikus PI áramszabályozók működéséhez hasonló irányítási feladat végrehajtása a cél új, állapotvisszacsatolást alkalmazó szabályozó realizálásával, legtöbb esetben a motormodell módosításáig kell visszamenni.

Az általam választott TP-modellezéshez a már ismert állapotváltozós leírás alkalmazása lehetséges, amit a 2.1. fejezetben fogok bemutatni. A 2.2. fejezetben áttekintem a villamos hajtások témakörének szakirodalmát szabályozók és megfigyelők alkalmazhatóságának oldaláról is. Végezetül az utolsó 2.3. fejezetben kifejtem a TP-modellezés eddig publikált felhasználási módjait, illetve az alkalmazásához szükséges matematikai összefüggéseket.

2.1. Aszinkron gépek modellezése

A villamos gépek állapotváltozós leírása során sok olyan egyszerűsítést alkalmazunk [4, 5], amelyek nagyban leegyszerűsítik a modellel történő számításokat. A teljesség igénye nélkül a következő egyszerűsítéseket alkalmaztam a munkám során:

- a motor szimmetrikus, a fázisonkénti ellenállások és induktivitások megegyeznek,
- a légrés állandó,
- csak a változók alapharmonikusával számolok,

- az állórésztekercselés csillag kapcsolású,
- az ellenállások és az induktivitások állandók,
- a vasanyag permeabilitása végtelen nagy,
- a vas-, hiszterézis- és örvényáramú veszteségeket elhanyagolom.

Ezen elhanyagolások sok esetben ideális körülmények között igazak is, míg például az ellenállások és induktivitások változásával a legtöbb valós környezetet emuláló szimulációs környezetben számolni kell. Vannak már tanulmányok arra vonatkozóan is [6–8], hogy a vasveszteség figyelembevétele milyen hatással van az irányítás jellemzőire.

2.1.1. Állapottérmodell formalizmusa

Az általam modellezett MCA10I40 típusú aszinkron gép kalickás forgórésszel rendelkezik [9], ahol feltételezem, hogy az állórészhez hasonlóan három fázisú áram fog kialakulni az indukált feszültség hatására. Ennek megfelelően felírhatók a feszültségegyenletek az álló-, illetve forgórészre [10, 11]:

$$\begin{bmatrix} v_{\mathrm{sa}} \\ v_{\mathrm{sb}} \\ v_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\mathrm{s}} & 0 & 0 \\ 0 & R_{\mathrm{s}} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{sa}} \\ i_{\mathrm{sb}} \\ i_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{sa}}}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{sb}}}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{sc}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

$$\begin{bmatrix} v_{\mathrm{ra}} \\ v_{\mathrm{rb}} \\ v_{\mathrm{rc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\mathrm{r}} & 0 & 0 \\ 0 & R_{\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{ra}} \\ i_{\mathrm{rb}} \\ i_{\mathrm{rc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{ra}}}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{rb}}}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{rc}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}, \tag{2.2}$$

ahol $\mathbf{v}_{\mathrm{s}} = [v_{\mathrm{sa}}; v_{\mathrm{sb}}; v_{\mathrm{sc}}]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{i}_{\mathrm{s}} = [i_{\mathrm{sa}}; i_{\mathrm{sb}}; i_{\mathrm{sc}}]^{\mathrm{T}}$ és $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} = [\psi_{\mathrm{sa}}; \psi_{\mathrm{sb}}; \psi_{\mathrm{sc}}]^{\mathrm{T}}$ az állórészre vonatkozó háromfázisú feszültségeket, áramokat és fluxusokat, R_{s} és R_{r} az álló- és forgórész ellenállást, $\mathbf{v}_{\mathrm{r}} = [v_{\mathrm{ra}}; v_{\mathrm{rb}}; v_{\mathrm{rc}}]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{i}_{\mathrm{r}} = [i_{\mathrm{ra}}; i_{\mathrm{rb}}; i_{\mathrm{rc}}]^{\mathrm{T}}$ és $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}} = [\psi_{\mathrm{ra}}; \psi_{\mathrm{rb}}; \psi_{\mathrm{rc}}]^{\mathrm{T}}$ a forgórészre vonatkozó feszültséget, áramot és fluxust jelöli. A fluxusegyenletek szintén megadhatók mátrixos alakban

$$\begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{sa}} \\ \psi_{\mathrm{sb}} \\ \psi_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{s}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{s}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{sa}} \\ i_{\mathrm{sb}} \\ i_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{ra}} \\ i_{\mathrm{rb}} \\ i_{\mathrm{rc}} \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{ra}} \\ \psi_{\mathrm{rb}} \\ \psi_{\mathrm{rc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{r}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{ra}} \\ i_{\mathrm{rb}} \\ i_{\mathrm{rc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{sa}} \\ i_{\mathrm{sb}} \\ i_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix}, \tag{2.4}$$

ahol L_{s}, L_{r}, L_{m} rendre az állórész, forgórész és kölcsönös induktivitást jelöli. Az elektromágneses nyomaték kiszámítása rámutat ennek a leírási módnak a hiányosságára, neve-

zetesen a $\boldsymbol{\psi}_\mathrm{r}^*\mathbf{i}_\mathrm{s}$ szorzatra, ahol a csillag a változó komplex konjugáltját jelöli, ha a leírás komplex amplitúdóval történik.

A három *abc* fázisú változók ω szögsebességgel forgó forgórészhez történő rögzítésével az egyenletek egyszerűsíthetők. A megfelelő koordináta-transzformáció használatának előnyei már jól dokumentáltnak tekinthető [10]. Én a munkám során a ψ_dr forgórész fluxus direkt irányához rögzített koordináta-rendszerben felírt egyenletekkel foglalkozom. Az ily módon előállított d-q koordináta-rendszerben felírható feszültség-, áram- és fluxusegyenleteket a (2.1)-(2.4) összefüggéseken alkalmazott Clarke- és Park-transzformációkkal kapjuk meg [2, 3]:

$$\begin{aligned}
v_\mathrm{ds} &= R_\mathrm{s} i_\mathrm{ds} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi_\mathrm{ds} - \omega\Psi_\mathrm{qs},\\
v_\mathrm{qs} &= R_\mathrm{s} i_\mathrm{qs} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi_\mathrm{qs} + \omega\Psi_\mathrm{ds},\\
v_\mathrm{dr} &= R_\mathrm{r} i_\mathrm{dr} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi_\mathrm{dr} - (\omega-\omega_\mathrm{r})\Psi_\mathrm{qr} = 0,\\
v_\mathrm{qr} &= R_\mathrm{r} i_\mathrm{qr} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi_\mathrm{qr} + (\omega-\omega_\mathrm{r})\Psi_\mathrm{dr} = 0,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

ahol a forgórészfeszültségek 0V értékűek a rövidrezárt kalicka miatt, továbbá

$$\begin{aligned}
\Psi_\mathrm{ds} &= L_\mathrm{s} i_\mathrm{ds} + L_\mathrm{m} i_\mathrm{dr},\\
\Psi_\mathrm{qs} &= L_\mathrm{s} i_\mathrm{qs} + L_\mathrm{m} i_\mathrm{qr},\\
\Psi_\mathrm{dr} &= L_\mathrm{r} i_\mathrm{dr} + L_\mathrm{m} i_\mathrm{ds},\\
\Psi_\mathrm{qr} &= L_\mathrm{r} i_\mathrm{qr} + L_\mathrm{m} i_\mathrm{qs} = 0,
\end{aligned} \tag{2.6}$$

ahol a d és q alsó indexek a direkt és kvadratikus irányt jelölik. Mellőzve a komplett levezetést, (2.5)-(2.6) három egyenletté redukálható, bevezetve a $\sigma = 1 - \frac{L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}}$ paramétert és rendezve a derivált tagokra [12, 126]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_\mathrm{ds} \\ i_\mathrm{qs} \\ \psi_\mathrm{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma}v_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma}i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}i_\mathrm{ds} + \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}\psi_\mathrm{dr} + \omega_\mathrm{r} i_\mathrm{qs} + \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{qs}^2}{\psi_\mathrm{dr}} \\ \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma}v_\mathrm{qs} - \frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma}i_\mathrm{qs} - \frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}\sigma}\omega_\mathrm{r}\psi_\mathrm{dr} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}i_\mathrm{qs} - \omega_\mathrm{r} i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{ds}i_\mathrm{qs}}{\psi_\mathrm{dr}} \\ \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}}{L_\mathrm{r}}\psi_\mathrm{dr} \end{bmatrix}. \tag{2.7}$$

A (2.7) szerint felírt differenciálegyenlettel már az elektromágneses nyomaték kiszámítása is egyszerűbb:

$$T_\mathrm{e} = \frac{3NL_\mathrm{m}}{2L_\mathrm{r}} i_\mathrm{qs}\psi_\mathrm{dr}, \tag{2.8}$$

ahol N a póluspárok száma. A motor által kifejtett nyomaték ismeretében a mechanikai egyenlet is felírható differenciálegyenletként, úgy mint

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_\mathrm{r} = \frac{3}{2}\frac{N^2}{J}\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}} i_\mathrm{qs}\psi_\mathrm{dr} - \frac{D_\mathrm{f}}{J}\omega_\mathrm{r} - N\frac{T_\mathrm{L}}{J}, \tag{2.9}$$

ahol J a tehetetlenségi nyomaték, D_f a súrlódási együttható, míg T_L az ismeretlen terhelőnyomaték, ami zavarként hat a rendszerre. (2.8) és (2.9) felhasználásával előállítható a következő differenciálegyenlet-rendszer [12, 126]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_\mathrm{ds} \\ i_\mathrm{qs} \\ \psi_\mathrm{dr} \\ \omega_\mathrm{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma}v_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma}i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}i_\mathrm{ds} + \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}\psi_\mathrm{dr} + \omega_\mathrm{r}i_\mathrm{qs} + \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{qs}^2}{\psi_\mathrm{dr}} \\ \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma}v_\mathrm{qs} - \frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma}i_\mathrm{qs} - \frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}\sigma}\omega_\mathrm{r}\psi_\mathrm{dr} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma}i_\mathrm{qs} - \omega_\mathrm{r}i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{ds}i_\mathrm{qs}}{\psi_\mathrm{dr}} \\ \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}i_\mathrm{ds} - \frac{R_\mathrm{r}}{L_\mathrm{r}}\psi_\mathrm{dr} \\ \frac{3}{2}\frac{N^2}{J}\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}i_\mathrm{qs}\psi_\mathrm{dr} - \frac{D_\mathrm{f}}{J}\omega_\mathrm{r} - N\frac{T_\mathrm{L}}{J} \end{bmatrix}, \tag{2.10}$$

amivel a mezőorientált szabályozás (FOC - field oriented control) megvalósítható [13–15]. Átírva a (2.10) összefüggést a klasszikus vektor-mátrix alakra, és bevezetve az $\mathbf{x}$ állapottér vektort $\mathbf{x} = [i_\mathrm{ds}\ i_\mathrm{qs}\ \psi_\mathrm{dr}\ \omega_\mathrm{r}]^\mathrm{T} \in \mathbb{R}^n$ megkapjuk a szükséges összefüggést $\mathbf{v} = [v_\mathrm{ds}\ v_\mathrm{qs}]^\mathrm{T}$ feszültség bemenetekkel [126].

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{qs}}{\psi_\mathrm{dr}} & \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & i_\mathrm{qs} \\ -\omega_\mathrm{r} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_\mathrm{qs}}{\psi_{dr}} & -\frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & -\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}\sigma}\omega_\mathrm{r} & 0 \\ \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}} & 0 & -\frac{R_\mathrm{r}}{L_\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}\frac{N^2}{J}\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\psi_\mathrm{dr} & 0 & -\frac{D_\mathrm{f}}{J} \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{v}. \tag{2.11}$$

Mivel az FOC-nek a d-q koordináta rendszerben történő számítás az alapja, az $\alpha - \beta$ -koordináta rendszerben leírt modell vizsgálatával nem foglalkoztam. Vannak olyan publikációk, ahol ϕ_e forgórészfluxus szöghelyzete [12, 16], T_L [17–19], vagy például az állórész ellenállás [20–22] bevezetésével nagyobb méretű rendszermátrix előállítása indokolt szabályozó, vagy megfigyelő tervezése során. A ϕ_e szög figyelembevétele és meghatározása rendkívül fontos, amennyiben ω szögsebességgel forgó koordináta-rendszerben írjuk le a gép működését. Minden esetben szükség van ϕ_e pontos meghatározására a Clarke és Park transzformációk során. Amennyiben az ω_m mechanikus szögsebesség mérhető, a rotor pozíciója is meghatározható a következő differenciálegyenlettel [12, 16]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\phi_\mathrm{e} = N\omega_\mathrm{m} + \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}\frac{i_{qs}}{\psi_{dr}}. \tag{2.12}$$

A T_L nyomaték állapotváltozóként történő definiálása során a [17–19] források azzal a feltételezéssel élnek, hogy a villamos paraméterekhez képest egy lassan változó para-

méterről beszélünk. Ennek megfelelően $\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{L}}{\mathrm{d}t}$=0 közelítés bizonyítottan alkalmazható az állapotváltozós leírások során. Ennek eredménye, hogy a motort érő külső terhelések is becsülhetővé válnak egy megfigyelő által.

Az R_s és R_r paraméterek változókénti definiálásával több célunk is lehet [20–22]. Egyrészt, T_L-hez hasonlóan az esetleges plusz szenzorok árát tudjuk megspórolni, amennyiben megfigyelővel biztosítani tudjuk a pontosan becsült értéket. Másrészről, ami számomra is fontos lesz a későbbi szimulációk során, amennyiben már a szabályozótervezés során figyelembe tudjuk venni az esetleges névleges értéktől való eltérést, robusztusabb irányítást tudunk megvalósítani. Ennél bonyolultabb megoldás a tekercselés hőmérsékletének felvétele állapotváltozóként, kihasználva a réz nagyjából lineáris karakterisztikáját -60°C...200°C hőmérséklettartományon. Kiszámítható ugyanis az ellenállásváltozás értéke a szobahőmérséklethez (20°C) képest a mért, vagy becsült hőmérsékletek felhasználásával [23]:

$$\Delta R = R_{20} \cdot 3,93 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T. \tag{2.13}$$

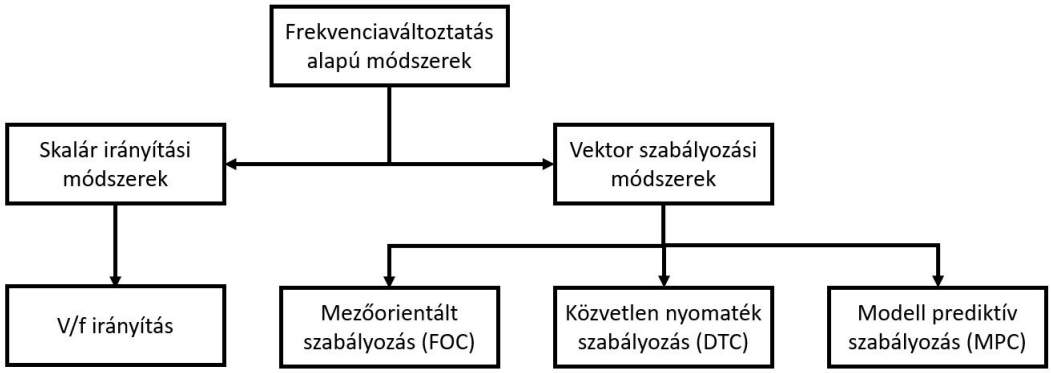
Ez alapján $\Delta R_{-60} = -23,58\%$ és $\Delta R_{160} = +62,88\%$-os ellenállásváltozás adódik rendkívül alacsony és szigetelőanyagok szempontjából maximális motor hőmérsékletek esetén. A robusztussági vizsgálatok során ezen összefüggést fogom figyelembe venni. Ennek a pontosabb modellnek a hátránya az lenne többek között, hogy az állapotváltozós leírásban nem maradna lineáris tag, minden egyes mátrixelem állapotváltozók szorzatát tartalmazná. Ennek kezelésére jó megoldás lehet az általam alkalmazott LPV/qLPV-leírás [24–26], amit TP-modellezéssel [27–33] lehet kezelni.

Természetesen az előbbi logika mentén haladva az induktivitások modellezése is megoldható frekvenciafüggő komponensként, de ez már meglehetősen messzire vezetne, ahol már a számításigénnyel is kalkulálni kell a nagy rendszermátrix miatt.

2.2. Villamos hajtások áttekintése

Ahogyan az előző fejezetben is kitértem rá, már az aszinkron gép modellezése során figyelembe kell venni, hogy milyen elvű irányítást szeretnék realizálni. Ebben a fejezetben áttekintem a különböző irányítási megoldásokat aszinkron gépes hajtások esetén. A 2.1. ábrán összefoglaltam a frekvenciaváltoztatáson alapuló irányítási módszereket [10, 13–15].

Ahogyan a 2.1. ábrán is látható, a frekvenciaváltoztatáson alapuló módszereket két részre lehet bontani, az egyszerűbb megoldás az ún. skalár irányítás, a bonyolultabb, de jobb dinamikus tulajdonságokkal rendelkező módszer a vektor szabályozás.



2.1. ábra. Aszinkron gép irányítási módszereinek csoportosítása.

2.2.1. Skalár irányítás

A skalár irányítás egyik lehetséges megoldása a V/f, vagy V/Hz-nek is nevezett szabályozás [10]. Ennek a megoldásnak a lényege, hogy a Faraday-törvényt figyelembe véve, mindig állandó fluxus mellett módosítjuk a motor fordulatszámát. Ezt úgy tudjuk biztosítani, hogy a gerjesztőjel feszültségét és frekvenciáját ugyanolyan mértékben változtatjuk, kvázi állandó feszültség/frekvencia aránypárt tartva a névleges fordulatszámtartományon belül. Ettől eltérő aránypárt indításnál szokás alkalmazni, amikor ún. boost feszültséget alkalmazunk, illetve a névleges fordulatszámnál nagyobb sebességek elérése során. Mezőgyengítéses szakasznak hívjuk a villamos gép névlegesnél nagyobb fordulatszámtartományát, ahol a feszültség a névleges érték fölé nem növelhető. A gerjesztés frekvenciáját a névleges értéknél tovább növelve - állandó feszültség mellett - a gép fluxusát csökkentjük, amivel arányos a leadható maximális nyomaték is csökken.

A V/f irányításnak két megoldása létezik, a vezérlést realizáló nyílt hurkú irányítás, illetve a szabályozóként működő zárt hurkú rendszer, ahol már a fordulatszám visszacsatolásra kerül. Az aszinkron gép sajátossága a fordulatszám-függő szlip jelenléte, aminek következménye, hogy terheléstől és fordulatszámtól függően változik a névleges fordulatszám. Ennek kiküszöbölésére született meg a visszacsatolást is alkalmazó szabályozási kör, amit kiegészítve egy PI-szabályozóval már pontos szögsebességet tudunk elérni. Ezt a hajtási megoldást elsősorban az ipar azon területein használják, ahol költséghatékony megoldásra van szükség és a rendszer dinamikus viselkedése irreleváns.

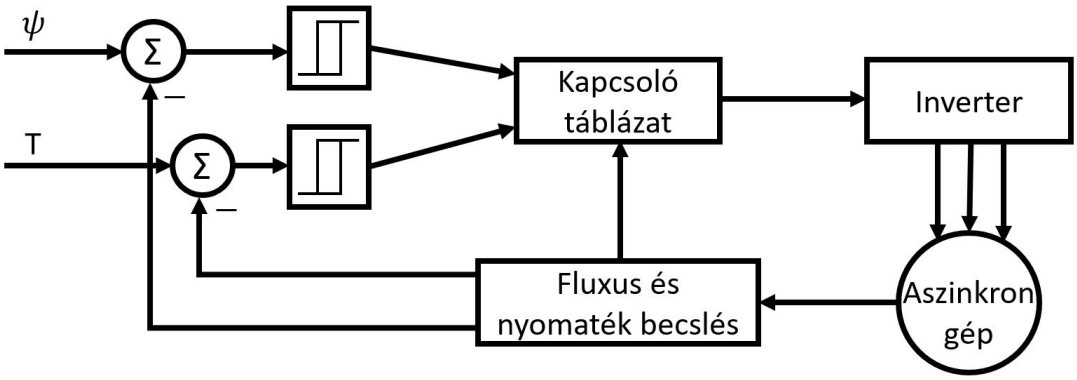
2.2.2. Vektor szabályozás

Ha a skalár irányítási módnak nem sikerül megfelelő dinamikus viselkedést nyújtania, akkor a vektor szabályozáson alapuló megközelítésre kell áttérni. Ennek két klasszikus megközelítése a közvetlen nyomaték szabályozás (DTC - direct torque control) és az FOC,

mellettük pedig a modell prediktív szabályozással (MPC - Model predictive control) foglalkozó cikkeknek is egyre nagyobb a térnyerése [34, 35].

Közvetlen nyomaték szabályozás

A DTC egy lehetséges blokkvázlata látható a 2.2. ábrán [36], amelynek alap logikája, hogy a motoron alkalmazott áram és feszültség mérések alapján meg tudjuk becsülni a motorban kialakult fluxust és nyomatékot.



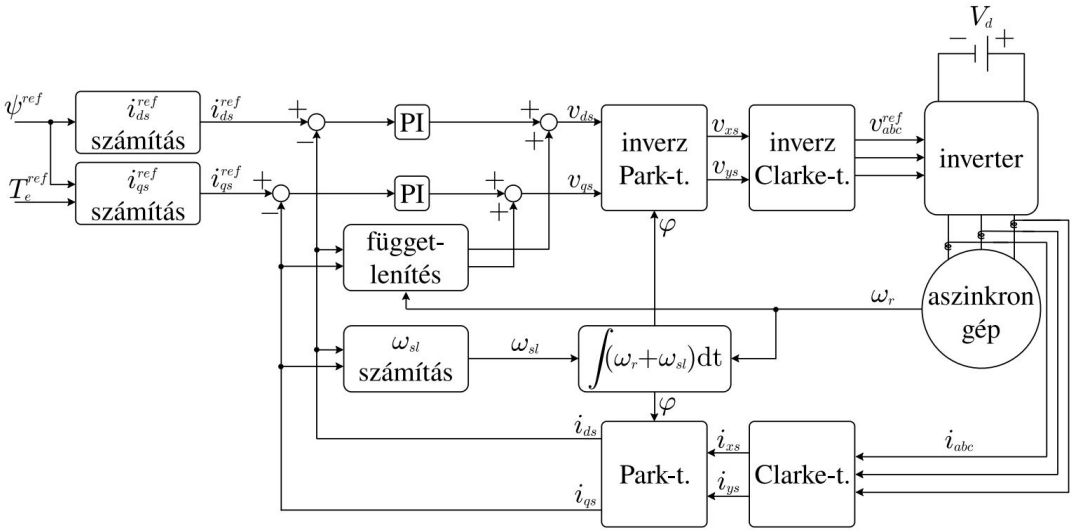
2.2. ábra. Aszinkron gép DTC elvű irányításának blokkvázlata.

Ennek megvalósításához kapcsolási táblát kell alkalmazni [10], miután a különbségképző szerv alkalmazásával megállapítható, hogy melyik szektorban helyezkedik el a becsült érték.

A szektorok kialakítása a fluxus és nyomatékszabályozó különböző állapotait tartalmazza, nevezetesen, hogy csökkenteni, növelni, vagy éppen tartani kell az aktuális értéket. A megoldás előnye, hogy rendkívül gyors nyomatékszabályozást tudunk vele elérni, aminek a statikus pontossága rosszabb, mint például FOC esetén. Az egyszerűbb felépítésnek és irányításnak köszönhetően a számítási igény is alacsony, nincsen szükség koordinátatranszformációra, nincs szükség a fluxusvektor pontos helyének meghatározására, elegendő a szektort meghatározni. Az impulzusszélesség-moduláció elhagyásának egyik negatív következménye, hogy a kapcsolási frekvencia folyamatosan változik, aminek következménye a magasabb kapcsolási veszteség.

Mezőorientált szabályozás

Az FOC során a DTC-ben megismert hiszterézises összehasonlítást és kapcsolási táblát cseréljük le PI-áramszabályozókra [14, 15, 37, 38], ennek blokkvázlata látható a 2.3. ábrán. Megfigyelhető, hogy ebben az esetben már a koordináta-transzformációk alkalmazására szükség van. A Clarke- és Park-transzformációk alkalmazhatóságának feltétele az ismert szöghelyzet, ami lehet mért vagy becsült érték [12]. Az FOC hátránya a DTC-vel szemben,



2.3. ábra. Aszinkron gép egy lehetséges FOC elvű irányításának blokkvázlata [37].

hogy nem tudjuk a nyomatékot a fluxustól függetlenül szabályozni, hatással lesz a nyomatékra a fluxus. A lineáris PI-áramszabályozók hátránya nemlineáris rendszer irányítása esetén, hogy nem várt pontatlanságot okozhat, aminek a korrigálására a szabályozónak időre van szüksége. Az i_{ds}^{ref} és i_{qs}^{ref} referenciák meghatározása ψ^{ref} és T_{e}^{ref} értékekből a következő összefüggéssel lehetséges:

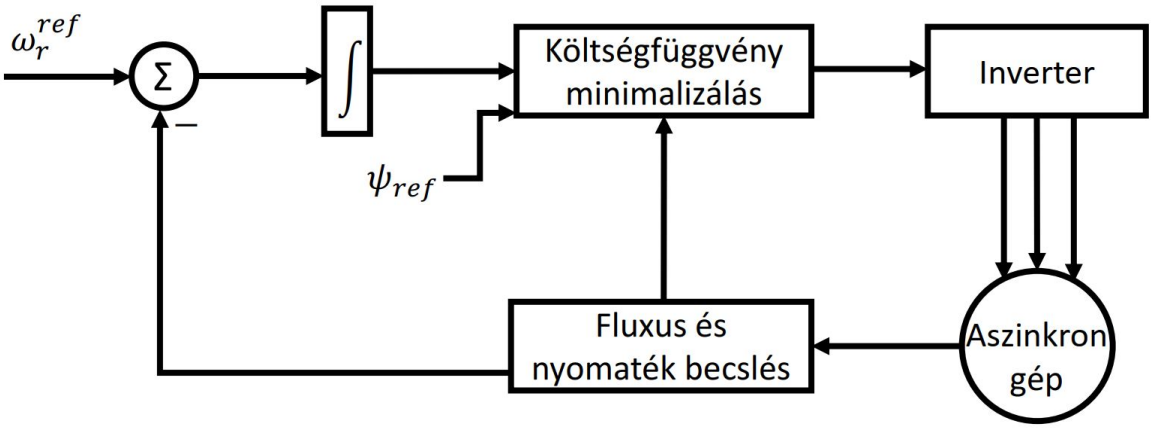
$$i_{\mathrm{ds}} = \frac{\psi_{\mathrm{ref}}}{L_{\mathrm{m}}}, \quad i_{\mathrm{qs}} = \frac{T_{\mathrm{ref}}}{\psi_{\mathrm{ref}}} \frac{2}{3} \frac{1}{N} \frac{L_{\mathrm{r}}}{L_{\mathrm{m}}}. \tag{2.14}$$

Az FOC működési elve a DC motor irányításának működésére vezethető vissza. Két PI-áramszabályozó használatával külön tudjuk szabályozni a motor fluxusát és nyomatékát az i_{ds} és i_{qs} áramokon keresztül. Kiindulva a (2.8) összefüggésből, amennyiben a fluxus állandó, a nyomaték értéke csak az i_{qs} áram függvénye lesz. Amennyiben nem nyomaték, hanem fordulatszám-szabályozót szeretnénk megvalósítani, akkor egy további PI szabályozó hangolására van szükség, aminek a bemenetére a fordulatszám hibája kerül, míg kimenete fogja adni az $i_{\mathrm{qs}}^{\mathrm{ref}}$ referenciát számító blokk bemenetét [12].

Modell prediktív szabályozás

Az elektronikai áramkörök és a számítási kapacitások fejlődésével az utóbbi időkben előtérbe kerültek újabb, modernebb és szofisztikáltabb irányítási módszerek is, mint például az MPC [39–42].

Működési elve, hogy nem a DTC-nél és FOC esetén megszokott regulák szerint történik a beavatkozójel meghatározása, hanem a visszacsatolások alapján egy költségfüggvény minimalizálással történik a feszültségvektor előállítása [34]. Az MPC blokkvázlata látható a 2.4 ábrán.



2.4. ábra. Aszinkron gép MPC elvű irányításának blokkvázlata.

Az MPC előnye, hogy tetszőleges számú be- és kimenet esetén alkalmazható, vagyis MIMO (több bemenetű, több kimenetű) rendszerek irányítási feladatainak elvégzése is lehetséges vele. A MIMO rendszerek PI-szabályozóval történő tervezése során a körerősítések meghatározása bonyolult és összetett feladat a különböző be- és kimenetek egymásra gyakorolt hatása miatt, amit MPC használatával meg lehet oldani.

Működésének lényege, hogy minden egyes időpillanatban egy adott hosszúságú, előre tekintő trajektóriát készít [35], amit minden iterációban újraszámol, figyelembevéve a trajektóriától való eltérést miközben minimalizálja a költségfüggvényvt. További előnye ennek a megoldásnak, hogy megkötéseket tudunk alkalmazni, aminek gyakorlati szempontból nagy jelentősége van, legyen szó akár a feszültség, áram, fordulatszám, nyomaték limitációjáról. Ezeket a limiteket figyelembevéve adja meg az optimális beavatkozó jelet, amivel minimalizálja a költségfüggvényt.

2.2.3. Megfigyelők áttekintése

Ahogyan az látható volt a 2.2.2. fejezetben, valóságos környezetet feltételezve minden esetben szükség van megfigyelő, más szóval állapotbecslő alkalmazására. A villamos gépek állapotváltozós leírása során olyan változókat (pl.: fluxus) vezetünk be és használunk fel későbbi számítások során, amik mérése fizikailag nem megoldható. Ezen felül sok esetben a költséghatékony működés miatt el szeretnénk hagyni a rendszerből a drága mérőeszközt, amivel helyet és pénzt is spórolhatunk, nem beszélve a zajimmunitásról. Ennek egyik, még a mai napig fejlesztés alatt álló területe, a szögsebesség-érzékelő nélküli irányítás kutatása a szögsebesség és/vagy a rotorpozíció szenzor elhagyásával.

A megfigyelők melletti további érv a valós környezet emulálása során jön elő, amikor robusztussági vizsgálatokat hajtunk végre. Ebben az esetben a motor névleges paramétereinek működés közbeni változását szeretnénk detektálni. A megfigyelővel észlelt paraméterváltozás, vagy éppen külső zavar szabályozóra gyakorolt hatását tudjuk kompenzálni

megfigyelők alkalmazásával. A teljesség igénye nélkül a következő, fundamentális modellen alapuló módszereket érdemes röviden áttekinteni szakirodalom alapján [11, 43–46]:

- közvetlen számítási módszerek,
- modellreferenciás adaptív megfigyelők,
- Luenberger-féle megfigyelők,
- csúszómód-megfigyelők,
- sztochasztikus állapotbecslők,
- neurális hálózatok,

míg az anizotrópián alapuló módszerek közül a

- forgórészhornyok által létrehozott harmonikus komponensek vizsgálatán alapuló, illetve
- jelbefecskendezésen alapuló módszerereket,

fogom röviden áttekinteni.

Közvetlen számítási módszerek

A közvetlen számítási módszereken alapuló megfigyelők a megfigyelni kívánt értékek modellegyenletekből történő kifejezésével származtathatók. Az ilyen típusú származtatás két lehetséges módja a tranziens és az állandósult állapotbeli összefüggésekből történő meghatározása [47]. Ennek alkalmazása V/f irányítások esetén volt először megfigyelhető [48], majd később FOC esetén is alkalmazták [49]. Kutatások bebizonyították, hogy a közvetlen számítási módszernél a modern megfigyelők sokkal pontosabb eredményt képesek szolgáltatni. Az állandósult hibát sikerült csökkenteni [48, 49] a irányítás fejlesztésével, azonban a tranziens paraméterei miatt ritkán alkalmazzák.

Modellreferenciás adaptív megfigyelők

A modellreferenciás adaptív rendszer (model reference adaptive system, MRAS) [50, 51] működésének alapján a referenciaként szolgáló modellt egy adaptív modellel történő kiegészítése adja, ahol mindkét modell ugyanazon bemenetekkel rendelkezik, kiegészítve az adaptív modellt a szögsebesség becsült értékének visszacsatolásával. Ezzel a megoldással a két modell kimenetén keletkező hiba egy adaptív PI-szabályozóval kerül visszacsatolásra, amivel a becsült fordulatszám módosításával tudja elérni a hibajel nullára csökkentését. Ez a módszer már FOC [52] és DTC [53] esetén is alkalmazható, ahol a becslő

hatékonyságát nagyban befolyásolja a megfelelő koordináta-rendszer kiválasztása [50]. Az elért eredmények alapján elmondható, hogy a generátoros üzem minden MRAS típusú megfigyelő esetén instabil lesz. Mivel csak az állórészáram alapú MRAS alkalmaz hibakorrekciót a mért áramok alapján szögsebesség és fluxusszámítások során, ezért a többi módszert ritkán alkalmazzák.

Luenberger-féle megfigyelők

A Luenberger-féle megfigyelők közül az adaptív Luenberger megfigyelő (ALO - adaptive Luenberger observer) működését és szakirodalmát részletezem [51, 54, 55], amivel nemlineáris rendszerek esetén is alkalmazható a megfigyelő [56]. Az ALO a nemlinearitást okozó tagok paraméterekkel történő helyettesítésével válik alkalmassá nemlineáris rendszerek megfigyelésére. Az $\mathbf{A}$ rendszermátrix módosításáért egy adaptív mechanizmus - jellemzően egy PI-szabályozó, MRAS-hez hasonlóan - felelős, aminek a bemenetét az $\mathbf{e}$ mért és megfigyelt jellemzők hibája ad. A becslés hibáját a $\mathbf{G}$ körerősíti mátrixon keresztül csökkenti. A rendszeregyenlet a következő alakban adható meg [51]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{v} + \mathbf{G}\mathbf{e}, \tag{2.15}$$

ahol $\hat{\mathbf{x}}$ a megfigyelt állapotvektor, $\mathbf{B}$ a bemeneti mátrix, $\mathbf{v}$ a rendszer bemenete.

Az ALO-t széleskörben alkalmazzák aszinkron gép sebességérzékelő-nélküli hajtásokhoz [54–56], ahol problémát az alacsony fordulatszámtartomány becslése okoz. Vannak munkaponti linearizáláson alapuló Luengerber-megfigyelők is [57, 58], aminek pontossága és zajtűrőképessége rosszabb, mint a például a később bemutatásra kerülő Kálmán-szűrős megoldások. Működés szempontjából talán az ALO áll a legközelebb az általam használt LMI-típusú megfigyelőhöz.

Csúszómód-megfigyelők

A csúszómód megfigyelők (SMO - sliding mode observer) bevezetésének [59–63] motivációját a nemlineáris rendszerek irányítási problémái adták. SMO működésének alapját az előzőkben tárgyalt MRAS és ALO adja, azonban a PI-szabályozók helyett csúszómód-elvű szabályozást alkalmaznak az adaptív mechanizmusok esetén [64]. SMO alkalmazásával a robusztus működés javítható mind külső zavarok, mind paraméterbizonytalansági vizsgálatok esetén is [65]. Aszinkron gépeknél FOC [64] és DTC [66] esetén is alkalmazható. Az SMO paraméterbizonytalansági vizsgálatok során tapasztalt előnyei [66] mellett, a [67] cikkek eredményei rámutatnak, hogy szögsebesség-érzékelő nélküli hajtások esetén is működőképes marad néhány fordulat/perc munkapontokban.

Sztochasztikus állapotbecslők

Az eddigi determinisztikus MRAS, ALO és SMO után röviden összefoglalom a sztochasztikus állapotbecslők működését és alkalmazhatóságát is. A Kálmán-szűrőt lineáris rendszerekhez fejlesztették ki [68], azonban a valóságban a legtöbb rendszer nemlineáris jellegű, ezért továbbfejlesztették a munkaponti linearizáláson alapuló kiterjesztett Kálmán-szűrőt (EKF - extended Kalman filter), amely már alkalmas nemlineáris rendszer állapotbecslésére is [69]. Az EKF aszinkron gépek esetén is működőképes [69, 70] megoldás, ami alkalmas a motor fluxusának, áramának, ellenállásának és szögsebességének a becslésére is mechanikus érzékelő nélküli rendszerek esetén is. Az EKF mellett megjelent unscented Kálmán-szűrő (UKF - unscented Kalman filter) [71], illetve cubature Kálmán-szűrő (CKF - cubature Kalman filter) [72], melyek működésbeli összehasonlításával Horváth Krisztián több cikken [8, 12, 73] keresztül foglalkozott, aminek összegzése és mélyreható ismertetése [11] disszertációjában is megtalálható.

Neurális hálózatok

A neurális hálózat alapú módszerek előnye, hogy tetszőleges nemlineáris rendszer esetén is alkalmazható. Az aszinkron gépek irányításához [74] is alkalmazható módszer az MRAS megfigyelőt használja ki, lecserélve a PI-mechanizmust neurális hálózat alapúra. A visszacsatolást alkalmazó megoldások előnye, hogy nincsen szükség előretanításra, azonban negatív következménye a nagy paraméterérzékenység [74]. A kétrétegű előrecsatolást alkalmazó megoldások esetén már szükség van előretanításra, amely továbbfejleszthető háromrétegű architektúrává, ahol megfelelő hangolás esetén a robusztusság javítható. A [75] cikk szerint a paraméterbizonytalanság javítható az adaptív modell referenciamodellre történő lecserélésével. A [76] összehasonlító cikk alapján paraméterbizonytalansági vizsgálatok során az EKF és UKF pontosabb becslést teszt lehetővé, ezért a szerzők ezek használatát javasolják.

2.3. TP-modell transzformáció alapú modellezés szakirodalmi áttekintése

A nemlineáris rendszerek leírásának egyik aktívan kutatott megoldása az LPV/qLPV modellezés. Az aszinkron gépek qLPV modellezését [20, 24–26, 77, 78] cikkekben már részletesen kidolgozták.

Ebben a fejezetben a TP-modell transzformáció elméleti áttekintésével foglalkozok, amely lehetővé teszi LPV/qLPV alakú állapottér modellek numerikus rekonstrukcióját TP-modell formában [79–83]. A TP-modellezés témakörével széleskörűen és részletek-

bemenőn foglalkoztak a [27–30, 32] cikkek és [31, 33] könyvek. TP-modellezéssel már foglalkoztak egyenáramű gépnél [84], állandó mágneses szinkron motornál [85], szervó hajtásoknál [86] és DC-DC konvertereknél [87]. Aszinkron gép irányítását a [88–94] cikkek tartalmazzák, ahol fuzzy logikát alkalmaztak. A következő fejezetben a TP-modell transzformáció alapú modellezés elméleti hátterét mutatom be.

2.3.1. TP-modell elméleti áttekintés

Munkám során nemlineáris rendszerek modellezésével és irányításával foglalkozok, ezért a TP-modell transzformáció alapú modellezés elméleti hátterét az LPV/qLPV modell oldaláról mutatom be. Attól függően, hogy a rendszer nemlinearitását egy nemlineáris matematikai összefüggés, vagy éppen az állapotváltozók szorzata okozza, megkülönböztetjük az LPV és qLPV modellezést [26, 77]. Mivel valamennyi villamos gép állapotváltozós leírása az utóbbi kategóriába sorolandó, külön az LPV rendszer sajátosságaira nem térek ki.

A TP-modell transzformáció, mint matematikai művelet a következő összefüggést jelenti [30]:

$$f(\mathbf{p}) = \mathcal{S} \boxtimes_{n=1}^{\mathrm{N}} \mathbf{w}_{\mathrm{n}}(p_{\mathrm{n}}), \tag{2.16}$$

ahol az $\mathcal{S}$ N-dimenziós magtenzornak és a különböző dimenziókhoz tartozó $\mathbf{w}_n = [w_{n,1}(x_n) \quad w_{n,2}(x_n) \quad ... \quad w_{n,I_n}(x_n)]$ mátrixnak vesszük a fent definiált szorzatát. N értékét minden esetben a rendszerleírásban bevezetett $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^N$ paramétervektor mérete határozza meg [30, 95, 96]. A (2.16) összefüggés elvégzéséhez 3 lépés végrehajtása szükséges [30]:

- diszkretizálás,
- TP struktúra előállítása,
- súlyfüggvény definiálása,

amiket részletesen bemutatok a továbbiakban.

Diszkretizálás

Minden esetben definiálni kell a $\mathbf{p}$ vektor által lefedett Ω tér dimenziónkénti méretét és $M : M_1 \times M_2 \times ... \times M_N$ felbontását, amiket felhasználva előállítható az $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{N+1}$ rácstenzor. Amennyiben feltételezek egy rendszert leíró $\mathbf{y} = f(\mathbf{v})$ függvényt, ahol $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^O$ és $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^I$, akkor szorzással előállítható a kimeneti tenzor a bemeneti tenzor alapján, úgy mint [30, 97]:

$$\mathcal{Y} = f(*\mathcal{V}), \tag{2.17}$$

ahol $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_\mathrm{N} \times I}$ és $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_\mathrm{N} \times O}$. Felhasználva $\mathcal{G}$ rácstenzort a $f(\mathbf{v})$ diszkretizálásához, megkapom a rendszert leíró $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ diszkretizált tenzort. Amennyiben $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^A$ állapotvektor mérete A, akkor $\mathcal{F}^{\mathcal{G}} \in \mathbb{R}^{M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_\mathrm{N} \times A \times (A+I)}$ adódik [30, 98]

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

rendszer leírás esetén, míg $\mathcal{F}^{\mathcal{G}} \in \mathbb{R}^{M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_\mathrm{N} \times (A+O) \times (A+I)}$ méretűre bővül a $\mathbf{C}$ kimeneti mátrix figyelembevételével.

TP struktúra előállítása

Az $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ diszkretizált tenzort a következő alakra kell hozni [79–81]:

$$\mathcal{F}^{\mathcal{G}} = \mathcal{S} \boxtimes_{n=1}^{\mathrm{N}} \mathbf{U}_\mathrm{n}, \tag{2.19}$$

a HOSVD (higher order singular value decomposition) elvégzésével a $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ első M_N dimenzióján, ami megadja az $\mathbf{U}_\mathrm{n}$ szinguláris mátrixokat dimenziónként, illetve az $\mathcal{S}$ magtenzort. $\mathcal{S}$ méretét a HOSVD művelet során megtartott dimenziónkénti szinguláris értékek száma határozza meg [82, 83]. Ideális esetben villamos gépek esetén $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{2 \times 2 \times \ldots \times 2 \times (A+O) \times (A+I)}$ méretű magtenzort kapunk, amennyiben minden paraméter esetén 2 szinguláris értéket hagyunk meg, a többit elhanyagoljuk.

Súlyfüggvény definiálása

A $\mathbf{w}_n(p_n)$ súlyfüggvényeket az $\mathbf{U}_n$ mátrixból tudjuk előállítani, amire [30, 95] több megoldást is felsorol. Az egyik megközelítés az, hogy az $\mathbf{U}_n$ mátrix oszlopainak elemei között lineáris interpolációt alkalmazunk, melyet minden oszlophoz egyedi lineáris súlyfüggvény határoz meg a tartományon belül. Másik lehetséges megoldás során bizonyos paraméterhez tartozó súlyfüggvényt folyamatosan újraszámoljuk, míg a többi nem változik. Praktikussági szempontokat figyelembe véve, ennek a két megoldásnak a kombinációját szokás alkalmazni [30, 97]. A súlyfüggvényeket sok pontban előre meghatározzuk, majd működés közben két pont között lineáris interpolációt hajtunk végre. Munkám során én is utóbbi megoldást alkalmaztam. Súlyfüggvények definiálásának további feltétele a súlyfüggvény típus kiválasztása. A következő súlyfüggvények használatára van lehetőség beépített függvényként MATLAB környezetben [29, 99–101]:

- EYE: A rácspontok számával megegyező méretű egységmátrixot ad vissza;
- CNO: Closed to Normalised;
- IRNO: Inverse Relaxed Normalised;

- SNNN: Sum Non-negative Normalised;
- BOX: Performs a box decomposition;
- ORTHO: Megtartja az ortonormált mátrixot.

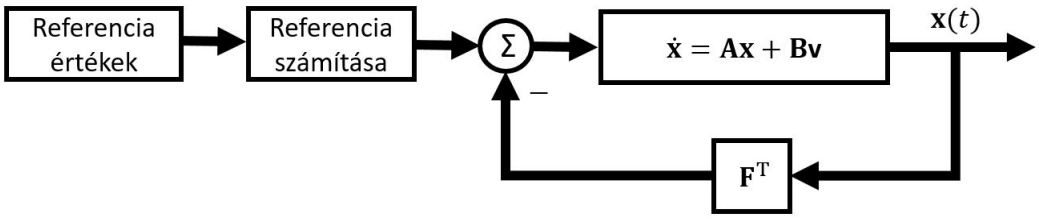
Természetesen ezeken felül bármilyen egyéb súlyfüggvénytípust alkalmazhatunk és implementálhatunk MATLAB környezetbe.

Az aszinkron gép TP-modellezését részletesen a 3. fejezetben fogom bemutatni. Az ily módon megadott TP-modellhez történő szabályozó illesztésnél a négyzetek összegét (SOS - sum of square) [102–105], SMO-t [84, 106–110], illetve LMI-típusú [111–118] megoldást is alkalmazzák, melyek közül utóbbit fogom én is alkalmazni és részletesen bemutatni.

Mivel az LMI-k formalizmusa eltérő az állapotvisszacsatolt szabályozás tervezése során, amennyiben integrátort is alkalmazok, ezért a 2.3.2. fejezetben az integrátor nélküli szabályozási körhöz illeszthető LMI-ket, míg a 2.3.3. fejezetben az integrátort is tartalmazó szabályozási körhöz illeszthető LMI-k matematikai leírását mutatom be.

2.3.2. Lineáris mátrix egyenlőtlenségek megoldásán alapuló szabályozó tervezése

A nemlineáris rendszermodell előkészítése után a legfontosabb feladat a szabályozó megtervezése. Szabályozókör kialakításának egyik ismérve a visszacsatoló ág megléte és hangolása. Állapotvisszacsatolás alapú szabályozás egy lehetséges elméleti blokkdiagramja látható a 2.5. ábrán [44].



2.5. ábra. Állapotvisszacsatolást alkalmazó szabályozó blokkdiagramja [44].

A visszacsatoló $\mathbf{F}^{\mathrm{T}}$ mátrix meghatározásának több leheséges módja van [43, 119–122]. Én munkám során csak az LMI típusú szabályozó tervezésével foglalkoztam. A blokkdiagram alapján belátható, hogy a beavatkozó jelre felírható a következő összefüggés [113]:

$$\mathbf{v} = -\left(\sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\right)\mathbf{x} = -\mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}, \tag{2.20}$$

ahol a súlyfüggvény azonos a TP-modellben szereplő súlyfüggvénnyel és a referenciaegyenletet zérusnak tekintve. Munkám során az aszinkron gépek irányításául szolgáló módszerek

közül a FOC-re esett a választásom. A szabályozás alaplogikája megegyezik a klasszikus PI-áramszabályozókat tartalmazó szabályozókéval, nevezetesen i_{ds} árammal tudjuk pontosan a rotorfluxus d-irányú (ψ_{dr}) komponensét beállítani, míg i_{qs} árammal a nyomaték-, vagy fordulatszám-szabályozást tudjuk megvalósítani. Munkám során mindkét szabályozótípust használni fogom. A TP-modell paraméterezését és minőségi jellemzőinek vizsgálatát fluxus-nyomaték szabályozók megvalósításával fogom vizsgálni, amihez szükség van a referenciaértékek és az áramok közötti összefüggésre [12, 37].

A (3.9) összefüggéssel megadott LTI rendszerhez történő szabályozótervezés egyik lehetséges módja az LMI-típusú tervezési módszer, amit a munkám során használok. Az LMI megoldhatósága alapuló szabályozók tervezése minden esetben visszavezethetők egy numerikus optimalizálási probléma megoldására, amivel az általam definiált, a szabályozótól elvárt megkötések teljesíthetők. Ilyen alapvető elvárás a szabályozó stabilitása, a bemeneti- és kimeneti jelek maximalizálása, vagy éppen egy költségfüggvény szerinti optimalizálás. Az általam használt LMI-k részletes levezetése megtalálható az F.1. függelékben.

Az aszimptotikus stabilitást decay rate(α)-tel megvalósító LMI a következő, ahol α a zárt hurkú rendszer válaszának lecsengési sebessége [113]:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{X}\mathbf{A}_r^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} + 2\alpha\mathbf{X} \prec 0,\\
&\mathbf{X}\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}_{\mathrm{s}}\mathbf{X} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} - \mathbf{B}_{\mathrm{s}}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}} + 4\alpha\mathbf{X} \preceq 0,
\end{aligned} \tag{2.21}$$

ahol $\mathbf{A}_{\mathrm{r}}$ az LTI rendszer rendszermátrixa, $\mathbf{B}_{\mathrm{r}}$ bemeneti mátrixa, $\mathbf{M}$ mátrix az LTI rendszer változója, míg a beavatkozó jelre vonatkozó megkötéseket a következő összefüggéssel tudjuk megvalósítani [113]:

$$\phi^2\mathbf{I} \prec \mathbf{X}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{M}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{M} & u_{\max}^2\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0, \tag{2.22}$$

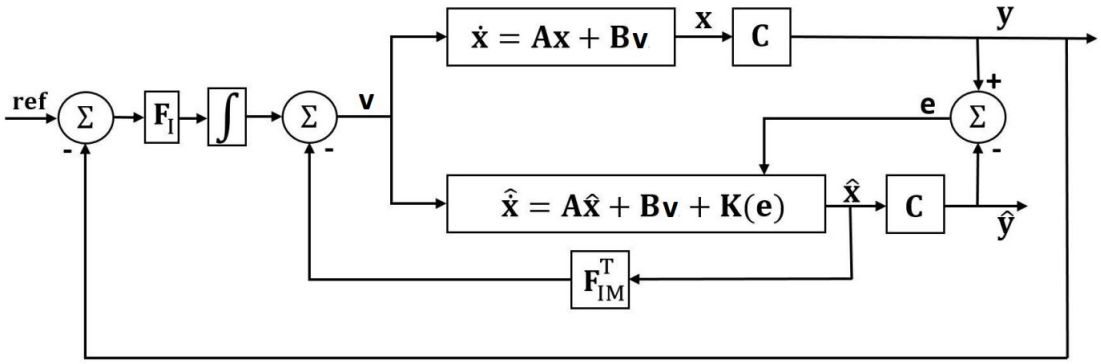
ahol ϕ az állapotváltozók kezdeti értékét adja meg, $u_{\max}$ a beavatkozójel maximumát adja meg, továbbá az $\mathbf{X} \succ 0$ feltételnek teljesülnie kell, míg $r = 1, \cdots, R$ és $s = r+1, \cdots, R$, ahol R az $\mathbf{A}$ rendszermátrix mérete. A visszacsatoló mátrix meghatározása $\mathbf{F}_{\mathrm{r}} = \mathbf{M}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}^{-1}$ alapján történik.

2.3.3. Lineáris mátrix egyenlőtlenségek megoldásán alapuló szabályozó és megfigyelő tervezése

Ahogyan az már a 2.2.3. fejezetben bemutatásra került, valóságos környezetben minden esetben szükség van megfigyelők alkalmazására.

A 2.6. ábrán látható a megfigyelővel kibővített szabályozási kör blokkvázlata, ahol $\mathbf{e}$ a visszacsatolt jelekből képzett hibajelvektor, $\mathbf{K}$ pedig a megfigyelő körerősítését jelöli, míg az $\hat{\mathbf{x}}$ a megfigyelt állapotváltozó vektor.

A következőkben $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{e})$ meghatározásának matematikai leírását és implementálását mutatom be részletesen.



2.6. ábra. Megfigyelőt tartalmazó szabályozási kör blokkvázlata [127].

Az F.1. mellékletben bemutatott motormodell analógiájára felírható a megfigyelő állapotváltozós leírása is [113]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) \left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{v} + \mathbf{K}_{\mathrm{r}} \left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \right) \right), \\ \hat{\mathbf{y}} &= \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) \mathbf{C}_{\mathrm{r}}\hat{\mathbf{x}}, \end{aligned} \tag{2.23}$$

ahol $\mathbf{A}_{\mathrm{r}}, \mathbf{B}_{\mathrm{r}}, \mathbf{C}_{\mathrm{r}}, w_{\mathrm{r}}$ és $\mathbf{K}_{\mathrm{r}}$ rendre az LTI rendszer rendszermátrixa, bemeneti mátrixa, kimeneti mátrixa, súlyfüggvénye, megfigyelő körerősítés mátrixa és $\hat{\mathbf{y}}$ a megfigyelő kimenete, míg a bemeneti jel a következő szerint írható [113]

$$\mathbf{v} = -\sum_{s=1}^{R} w_{\mathrm{s}}(\mathbf{p}) \mathbf{F}_{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{x}}, \tag{2.24}$$

ahol $\mathbf{F}_{\mathrm{s}} = [\mathbf{F}_{\mathrm{I}} \ \mathbf{F}_{\mathrm{IM}}]$ az LTI rendszer szabályozó körerősítése, ami a kibővített és a 3.3. fejezetben részletezett $\mathbf{x}^*$ állapottérvektorra vonatkozik, ami a motor modell módosítását is megköveteli

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) \left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{x} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}} \sum_{s=1}^{R} w_{\mathrm{s}}(\mathbf{p}) \mathbf{F}_{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{x}} \right). \tag{2.25}$$

A megfigyelőkkel szemben támasztott alapvető követelmény, hogy az $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ hibajel minél gyorsabban és pontosan tartson nullához.

Felbontva a zárójelet, és kiemelve a szummát az összefüggés elejére, megkapom a modellre vonatkozó végső összefüggést:

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{r=1}^{R}\sum_{s=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})w_{\mathrm{s}}(\mathbf{p})\left[\left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}}\right)\mathbf{x} + \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}}\mathbf{e}\right]. \tag{2.26}$$

A levezetést mellőzve, ennek analógiájára felírható a hibajelre vonatkozó összefüggés is:

$$\dot{\mathbf{e}} = \sum_{r=1}^{R}\sum_{s=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})w_{\mathrm{s}}(\mathbf{p})\left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{s}}\right)\mathbf{e}. \tag{2.27}$$

A megfigyelt rendszert is kibővítve $\mathbf{x}_{\mathrm{a}} = [\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, hogy egyetlen $\mathbf{A}_{\mathrm{CL}}$ zárt rendszerként írjam le (2.26) és (2.27) összefüggéseket, úgy mint

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{a}} = \left[\sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}^{2}(\mathbf{p})\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}} + 2\sum_{r=1}^{R}\sum_{s=r+1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})w_{\mathrm{s}}(\mathbf{p})\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}} + \mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right]\mathbf{x}_{\mathrm{a}} = \mathbf{A}_{\mathrm{CL}}\mathbf{x}_{\mathrm{a}}, \tag{2.28}$$

ahol

$$\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}} & \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix}, \tag{2.29}$$

amivel a teljes rendszer modelljét előállítottam [113].

Az LTI rendszerekhez történő szabályoz- és megfigyelő tervezésnek egyik módja a Ljapunov-féle stabilitási kritérium [123] teljesítése a következő formában: $\mathbf{A}_{\mathrm{CL}}^{T}\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}_{\mathrm{CL}} \prec 0$, ha létezik $\mathbf{P}$ pozitív definit mátrix, úgy mint:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix}. \tag{2.30}$$

A Ljapunov-féle stabilitási kritérium alkalmazásához két külön mátrixegyenlőtlenség együttes megoldása szükséges, úgy mint

$$\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}} \prec 0, \tag{2.31}$$

$$\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}} + \mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}} + \mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right) \preceq 0. \tag{2.32}$$

Behelyettesítve (2.29) összefüggést (2.31) és (2.32) egyenlőtlenségekbe, kapom, hogy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} - \mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} & 0 \\ \mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} - \mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\mathbf{P} + \mathbf{P}\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}} & \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}} \\ 0 & \mathbf{A}_{\mathrm{r}} - \mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \prec 0, \tag{2.33}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T} - \mathbf{F}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T} - \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T} & \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T} - \mathbf{C}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{r}^\mathrm{T} - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{s}^\mathrm{T} \end{bmatrix} \mathbf{P} + \\ \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{A}_\mathrm{s} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r} & \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s} + \mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{A}_\mathrm{s} - \mathbf{K}_\mathrm{r}\mathbf{C}_\mathrm{s} - \mathbf{K}_\mathrm{s}\mathbf{C}_\mathrm{r} \end{bmatrix} \preceq 0. \tag{2.34}$$

A következő jelölésrendszert bevezetem a Schur-komplemens alkalmazásához

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}. \tag{2.35}$$

A továbbiakban a következő jelölést használom a Schur-komplemens alkalmazása során.

$$\mathbf{G}/\mathbf{M}_{22} = \mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21}, \mathbf{G}/\mathbf{M}_{11} = \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{21}\mathbf{M}_{11}\mathbf{M}_{12}, \tag{2.36}$$

ahol $\mathbf{M}_{11}$ és $\mathbf{M}_{22}$ invertálható blokkmátrixok. Felbontva a zárójeleket (2.33)-(2.34) esetén írható, hogy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 - \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 & 0 \\ \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 & \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1\mathbf{A}_\mathrm{r} - \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r} & \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r} \\ 0 & \mathbf{P}_2\mathbf{A}_\mathrm{r} - \mathbf{P}_2\mathbf{K}_\mathrm{r}\mathbf{C}_\mathrm{r} \end{bmatrix} \prec 0, \tag{2.37}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 + \mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 - \mathbf{F}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 - \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 + \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 & \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 + \mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 - \mathbf{C}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1\mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{P}_1\mathbf{A}_\mathrm{s} - \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s} - \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r} & \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s} + \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2\mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{P}_2\mathbf{A}_\mathrm{s} - \mathbf{P}_2\mathbf{K}_\mathrm{r}\mathbf{C}_\mathrm{s} - \mathbf{P}_2\mathbf{K}_\mathrm{s}\mathbf{C}_\mathrm{r} \end{bmatrix} \preceq 0. \tag{2.38}$$

Alkalmazva (2.35) jelölést (2.37)-(2.38) összefüggéseken, az alábbi eredményre jutok:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}^\mathrm{T}\mathbf{P}/\mathbf{M}_{22} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}/\mathbf{M}_{22} &= \mathbf{P}_1\mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_1\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r} - \mathbf{F}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_1 \prec 0, \\ \mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}^\mathrm{T}\mathbf{P}/\mathbf{M}_{11} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}/\mathbf{M}_{11} &= \mathbf{P}_2\mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_2\mathbf{K}_\mathrm{r}\mathbf{C}_\mathrm{r} - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{K}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{P}_2 \prec 0, \end{aligned} \tag{2.39}$$

$$
\begin{aligned}
\left(\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\right)/\mathbf{M}_{22}+\left(\mathbf{P}\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)\right)/\mathbf{M}_{22}= \\
\mathbf{P}_1\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{P}_1\mathbf{A}_{\mathrm{s}}-\mathbf{P}_1\mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}}-\mathbf{P}_1\mathbf{B}_{\mathrm{s}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1-\mathbf{F}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1-\mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1\preceq 0, \\
\left(\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\right)/\mathbf{M}_{11}+\left(\mathbf{P}\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)\right)/\mathbf{M}_{11}= \\
\mathbf{P}_2\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{P}_2\mathbf{A}_{\mathrm{s}}-\mathbf{P}_2\mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{s}}-\mathbf{P}_2\mathbf{K}_{\mathrm{s}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2-\mathbf{C}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2-\mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2\preceq 0.
\end{aligned}
\tag{2.40}
$$

Megszorozva a $\mathbf{P}_1$-et tartalmazó egyenleteket $/\mathbf{P}_1^{-1}()\mathbf{P}_1^{-1}$ szerint és bevezetve $\mathbf{X}_1 \succ 0, \mathbf{X}_2 \succ 0$ változókat $\mathbf{P}_1^{-1} = \mathbf{X}_1, \mathbf{P}_2 = \mathbf{X}_2$-ként megkapom a következő összefüggést:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1-\mathbf{X}_1\mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\prec 0, \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2-\mathbf{X}_2\mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}}-\mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2\prec 0, \\
\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{B}_{\mathrm{s}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1-\mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{s}}\mathbf{X}_1-\mathbf{X}_1\mathbf{F}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{X}_1\mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\preceq 0, \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{s}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2-\mathbf{X}_2\mathbf{K}_{\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{s}}-\mathbf{X}_2\mathbf{K}_{\mathrm{s}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}}-\mathbf{C}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2-\mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2\preceq 0.
\end{aligned}
\tag{2.41}
$$

Végezetül, egyszerűsítve az előző összefüggéseket $\mathbf{M}_{\mathrm{r}}$ és $\mathbf{N}_{\mathrm{r}}$ mátrixok bevezetésével, amit alkalmazunk (2.41) esetén, megkapjuk az LMI- már szimulációs környezetbe implementálható alakját, úgy mint

$$
\begin{aligned}
\mathbf{M}_{1\mathrm{r}}=\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1, \quad \mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}=\mathbf{X}_1\mathbf{F}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}, \\
\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}=\mathbf{X}_2\mathbf{K}_{\mathrm{r}}, \quad \mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}=\mathbf{K}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2,
\end{aligned}
\tag{2.42}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{M}_{1\mathrm{r}}-\mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\prec 0, \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2-\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}}-\mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\prec 0, \\
\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{X}_1+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}+\mathbf{X}_1\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{B}_{\mathrm{s}}\mathbf{M}_{1\mathrm{r}}-\mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{M}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{M}_{1\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{1\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\preceq 0, \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{r}}+\mathbf{X}_2\mathbf{A}_{\mathrm{s}}+\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2+\mathbf{A}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_2-\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}\mathbf{C}_{\mathrm{s}}-\mathbf{N}_{2\mathrm{s}}\mathbf{C}_{\mathrm{r}}-\mathbf{C}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}-\mathbf{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}_{2\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\preceq 0.
\end{aligned}
\tag{2.43}
$$

α alkalmazásával (2.43) kibővítendő $2\alpha\mathbf{X}_1$, $2\alpha\mathbf{X}_1$, $4\alpha\mathbf{X}_1$ és $4\alpha\mathbf{X}_4$ tagokkal:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_\mathrm{r}\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_1\mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{M}_{1\mathrm{r}} - \mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^\mathrm{T}\mathbf{B}_r^\mathrm{T} + 2\alpha\mathbf{X}_1 &\prec 0,\\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_\mathrm{r} + \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{X}_2 - \mathbf{N}_{2\mathrm{r}}\mathbf{C}_\mathrm{r} - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^\mathrm{T} - 2\alpha\mathbf{X}_2 &\prec 0,\\
\mathbf{A}_\mathrm{r}\mathbf{X}_1 + \mathbf{A}_\mathrm{s}\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_1\mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{X}_1\mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T} - \mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{M}_{1\mathrm{r}} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{M}_{1\mathrm{s}} - \mathbf{M}_{1\mathrm{s}}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T} - \mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T} + 4\alpha\mathbf{X}_1 &\preceq 0,\\
\mathbf{X}_2\mathbf{A}_r + \mathbf{X}_2\mathbf{A}_s + \mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{X}_2 + \mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{X}_2 - \mathbf{N}_{2\mathrm{r}}\mathbf{C}_\mathrm{s} - \mathbf{N}_{2\mathrm{r}}\mathbf{C}_\mathrm{r} - \mathbf{C}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^\mathrm{T} - \mathbf{C}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{N}_{2\mathrm{s}}^\mathrm{T} + 4\alpha\mathbf{X}_2 &\preceq 0.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

A beavatkozó jel konfigurálhatóságához (2.22) kibővítése is szükséges, azaz

$$\begin{aligned}
\phi^2\mathbf{I} \prec \mathbf{X}_1, \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{M}_{1\mathrm{r}}^\mathrm{T} \\ \mathbf{M}_{1\mathrm{r}} & u_{\max}^2\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0.\\
\phi^2\mathbf{I} \prec \mathbf{X}_2, \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 & \mathbf{N}_{2\mathrm{r}}^\mathrm{T} \\ \mathbf{N}_{2\mathrm{r}} & u_{\max}^2\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0.
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Az itt levezetett (2.44) és (2.45) összefüggések implementálását követően a szabályozó működését a 4.1. fejezetben fogom vizsgálni MATLAB környezetben.

3. fejezet

Aszinkron gépek tenzorszorzat elvű modellezése és szabályozása

3.1. Állapottér alapú modell

Az aszinkron gépek tenzorszorzat elvű modellezésének alapját a megfelelően megalkotott és kiválasztott állapottér modell szolgáltatja. A 2.1.1. fejezetben ismertetett, (2.11) összefüggéssel leírható aszinkron gép modelljét fogom használni.

A rendszermátrix alapján könnyen belátható, hogy a modell több mátrixelemben is nemlinearitást tartalmaz, pl. a mátrix első sorának második eleme, ahol az i_{qs} állapotváltozó meg van szorozva további $\frac{i_{\mathrm{qs}}}{\psi_{\mathrm{dr}}}$ taggal a konstans paramétereken felül. Nemlinearitás kezelésére qLPV modellezést fogom alkalmazni. A (2.11) összefüggéssel leírható motor névleges paramétereit a 3.1. táblázat tartalmazza.

3.1. táblázat. Az MCA10I40 típusú aszinkron motor paraméterei [9].

Paraméterek	Érték
R_{s}	4,7Ω
R_{r}	5,2Ω
L_{m}	0,1690H
L_{s}	0,1788H
L_{r}	0,1790H
J	0,00108kg·m^2
D_{f}	0,00475Nm·s
N	2

A qLPV modellezés célja, hogy a rendszermátrixban nemlinearitást okozó tagokat egy-egy időfüggő paraméterrel helyettesítsem. Jelen esetben legkevesebb három elemű $\mathbf{p}$ paramétervektorral állítható elő a qLPV modell:

$$p_1 = i_{\mathrm{qs}}, \quad p_2 = \psi_{\mathrm{dr}}, \quad p_3 = \omega_{\mathrm{r}}. \tag{3.1}$$

Fontos megjegyezni, hogy elméletben tetszőleges számú paraméter bevezetésére van lehetőség, azonban - ahogyan az majd később látható lesz - az elvégzendő matematikai műveletek száma exponenciálisan nő a paraméterek számával. Éppen ezért célszerű a lehető legkevesebb paramétert tartalmazó modell működését megvizsgálni először, majd szükség esetén kibővíteni azt.

Munkám célja, hogy egy robusztus szabályozót valósítsak meg, ahol például a motor melegedéséből adódó tekercsellenállások változásainak a szabályozó sebességére és pontosságára gyakorolt hatását fogom minimalizálni. Ezt az elvárást kétféleképpen lehet teljesíteni. Az egyszerűbb megoldás, hogy a felépített szimulációs környezetben paraméterbizonytalansági vizsgálatokat hajtok végre, ahol R_{s} és R_{r} értékét dinamikusan változtatom szélsőséges határértékek között és ezt figyelembe veszem a szabályozótervezése során. Másik lehetséges megoldás a rézvezetők hőmérsékletfüggő modellezése. Ebben az esetben az ellenállásokat $R_{\mathrm{s}}(p(t))$ és $R_{\mathrm{r}}(p(t))$-ként kellene modellezni, ami növelné a paraméterek számát. Amenyiben a szabályozó paraméterbizonytalansági vizsgálata során nem garantálható a stabil működés a teljes működési tartományon, akkor szükséges lesz a paraméterek bővítése.

A bevezetett (3.1) paraméterekkel az (2.11) összefüggésből a következő adódik [126]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\mathrm{s}}}{L_{\mathrm{s}}\sigma} - \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}^2}{L_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}^2\sigma} & \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{r}}}\frac{p_1}{p_2} & \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}^2\sigma} & p_1 \\ -p_3 - \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{r}}}\frac{p_1}{p_2} & -\frac{R_{\mathrm{s}}}{L_{\mathrm{s}}\sigma} - \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}^2}{L_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}^2\sigma} & -\frac{L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}\sigma}p_3 & 0 \\ \frac{R_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{r}}} & 0 & -\frac{R_{\mathrm{r}}}{L_{\mathrm{r}}} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}\frac{N^2}{J}\frac{L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{r}}}p_2 & 0 & -\frac{D_{\mathrm{f}}}{J} \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\mathrm{s}}\sigma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{\mathrm{s}}\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{v}. \tag{3.2}$$

A teljes rendszert leíró $\mathbf{S}(\mathbf{p}(t))$ mátrix megadható az $\mathbf{A}$ rendszermátrix és $\mathbf{B}$ bemeneti mátrix segítségével:

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = [\mathbf{A}(\mathbf{p}(t)) \quad \mathbf{B}(\mathbf{p}(t))]. \tag{3.3}$$

3.2. A TP-modell paraméterezése

Ebben a fejezetben részletesen bemutatom, miként lehet a (3.2)-(3.3) összefüggéseket felhasználva megalkotni a tenzorszorzat transzformáció alapú modellt aszinkron gép esetén.

A (3.1) összefüggésben szereplő paraméterek által lefedett Ω teret minden esetben a gép abszolút minimum és maximum értékei határozzák meg. Az Ω által lefedett tér méretének megválasztása mellett fontos szempont a rácspontok számának definiálása,

amivel az $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ diszkretizált tenzor állítható elő. A HOSVD után megtartott szinguláris értékek felhasználásával és a súlyfüggvény típus megadásával megkapjuk a magtenzort, amivel az aszinkron gép tenzorszorzat alapú modellje megkapható a következő alakban:

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \mathbf{S}\left(\mathbf{p}\right) \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \mathcal{S} \boxtimes_{n=1}^{3} \mathbf{w}_{\mathrm{n}}(p_{\mathrm{n}}) \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}, \tag{3.4}$$

ami megegyezik a Takagi-Sugeno modell klasszikus formában megadott matematikai leírásával, ami [30]

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \sum_{i_3=1}^{I_3} \prod_{n=1}^{3} w_{n,i_n}(x_n) \left(\mathbf{A}_{i_1,i_2,i_3}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i_1,i_2,i_3}\mathbf{v}\right), \tag{3.5}$$

ahol a szummák számát a $\mathbf{p}$ vektor mérete határozza meg, I_1, I_2, I_3 értékét pedig az adott paraméterekhez tartozó megtartott szinguláris értékek száma adja meg.

A következő fejezetekben az itt bevezetett (3.4) összefüggés paraméterezhetőségét fogom részletesen ismertetni.

3.2.1. Paraméterhatárok definiálása

A $\mathbf{p}$ paraméterek terét a kiválasztott motor névleges vagy maximális értékeihez szükséges igazítani. A kiválasztott motor névleges árama 2,4A, ezért az i_{qs} paraméterre vonatkozó limitet ±10A-re állítottam be az esetleges tranziens jelenségek kezelhetősége miatt. A ψ_{dr} paraméternél figyelembe kell venni, hogy p_2 paraméterrel osztunk, ezért a minimum értéket 0,0001Wb-re, míg a maximumot 2Wb-ként definiáltam. Az elektromos szögsebességre vonatkozó paramétert pedig ±800rad/s-ban határoztam meg. Ez alapján előállítható a teljes paraméterhalmazt lefedő tér [126]:

$$\Omega = [-10; 10] \times [0,0001; 2] \times [-800; 800]. \tag{3.6}$$

Következő lépésként a (3.6) összefüggésben szereplő intervallumokat szükséges diszkretizálni. Első esetben 25 egyenlő részre bontottam fel mindhárom intervallumot. Amennyiben a szimuláció során a paraméter két rácspont közötti értéket vesz fel, akkor például lineáris approximációt lehet alkalmazni. A rácspontok számának meghatározása akkor lesz hangsúlyos feladat, ha a súlyfüggvények nem lineárisak. Ezt az esetet a lehetőségekhez mérten kerülni kell, amire új, további paraméterek bevezetése ad lehetőséget. Ezek alapján előállítható a diszkretizált ötdimenziós tenzor (3.3) felhasználásával

$$\mathcal{F}^{\mathcal{G}} \in \mathbb{R}^{25\times25\times25\times4\times6}. \tag{3.7}$$

Végrehajtva a HOSVD műveletet $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ első három dimenzióján, ami a paraméterek súlyfüggvényeit tartalmazza, megkapom a különböző paraméterekre vonatkozó szinguláris értékeket, melyek közül a hat legnagyobbat a 3.2. táblázatban foglaltam össze.

3.2. táblázat. Paraméterekre vonatkozó szinguláris értékek.

p_1	p_2	p_3
$1{,}043 \cdot 10^7$	$1{,}045 \cdot 10^7$	$1{,}046 \cdot 10^7$
$3{,}053 \cdot 10^6$	$2{,}968 \cdot 10^6$	$2{,}949 \cdot 10^6$
$1{,}491 \cdot 10^{-8}$	$3{,}607 \cdot 10^5$	$1{,}483 \cdot 10^{-8}$
$9{,}847 \cdot 10^{-9}$	$1{,}214 \cdot 10^{-9}$	$5{,}390 \cdot 10^{-9}$
$6{,}721 \cdot 10^{-9}$	-	$3{,}325 \cdot 10^{-9}$
$4{,}467 \cdot 10^{-9}$	-	$2{,}390 \cdot 10^{-9}$

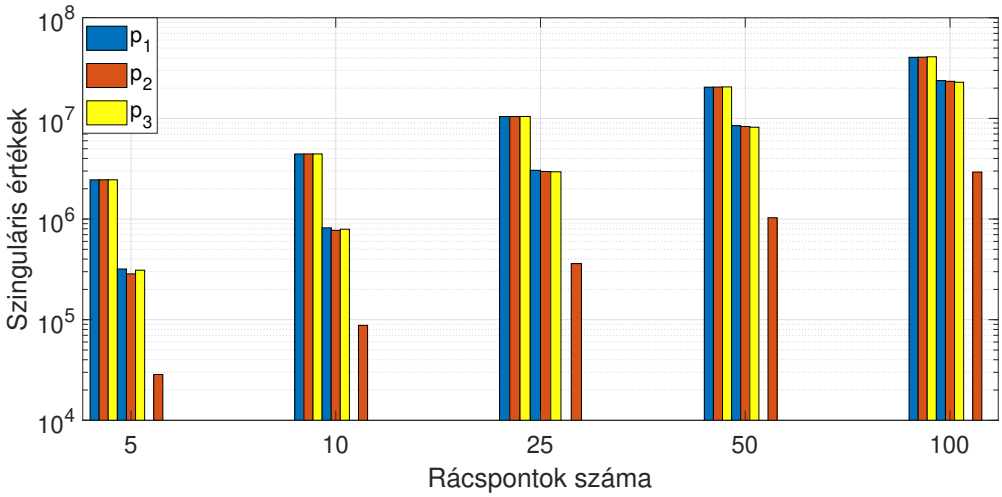
A 3.2. táblázat alapján látható egy 14 dekádos értékbeli változás a p_1 és p_3 esetén a 2., míg p_2 esetén a 3. szinguláris érték után. Ezeket a nagyon kis értékű szinguláris értékeket elhanyagolhatjuk, amivel előáll a $2 \times 3 \times 2$ méretű közelítő modell, ami a (3.5) összefüggésben szereplő I_1, I_2, I_3 értékét definiálja.

Mivel van olyan paraméter, ahol három szinguláris értéket tartottam meg, ezért célszerű megvizsgálni, hogy milyen hatással van a szinguláris értékekre a rácspontok számának változtatása. Mivel a modell előállításához szükséges számítási idő a rácspontok számának harmadik kitevőjű hatványától függ, ezért $[5 \cdots 100]$ intervallumon vizsgáltam a szinguláris értékeket. A legnagyobb értékek $[2,454 \cdot 10^6 \cdots 4,972 \cdot 10^7]$ körül alakultak, vagyis nagyságrendi eltéréseket nem okoz a rácspontok változtatása, viszont a szabályozó működésére még hatással lesz, ezt későbbi fejezetben fogom vizsgálni. A 3.1. ábrán összegeztem a szinguláris értékek változását.

A logaritmikus y-tengelynek köszönhetően jól kivihető mintázat figyelhető meg a szinguláris értékeknél, ahol csak az egynél nagyobbakat jelenítettem meg. Megjegyzem, hogy az elhanyagolt, kicsiny szinguláris értékeknél is ugyanez a változás figyelhető meg. Megvizsgálva a rendszer hibáját a szinguláris értékek elhanyagolásával, nagyságrendileg 10^{-10} értékű a legnagyobb eltérés.

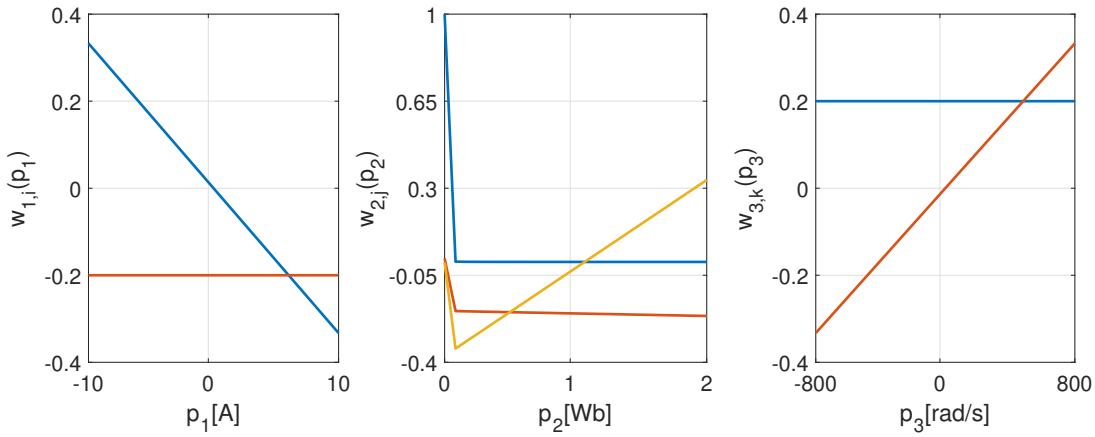
3.2.2. Súlyfüggvénytípusok vizsgálata

A modell részletes bemutatásához hozzátartozik a különböző típusú súlyfüggvények alapos vizsgálata, már specifikusan az aszinkron gépre vonatkozóan. Az elérhető MATLAB bővítményben [101] megtalálható típusok mellett lehetőség van továbbiak fejlesztésére is, én munkám során az előre definiált változatok működését vizsgáltam.

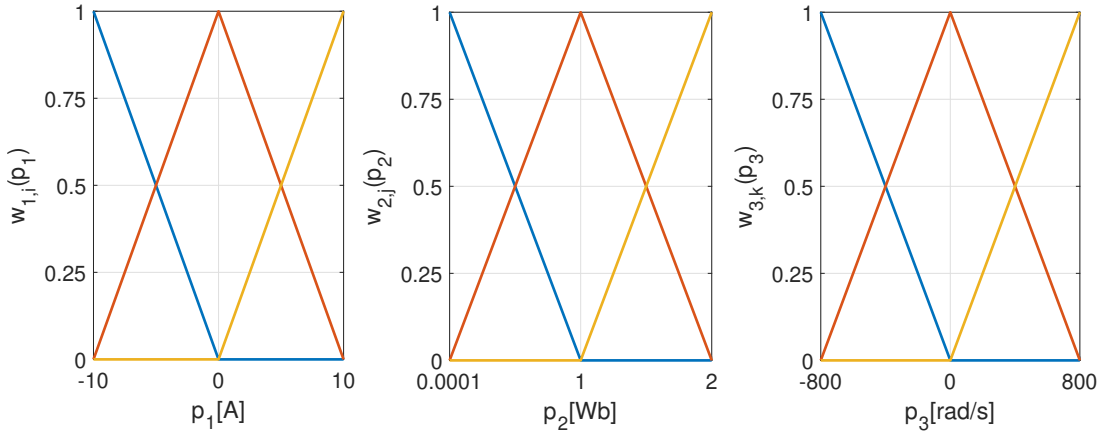


3.1. ábra. Szinguláris értékek változása a rácspontok számának függvényeként

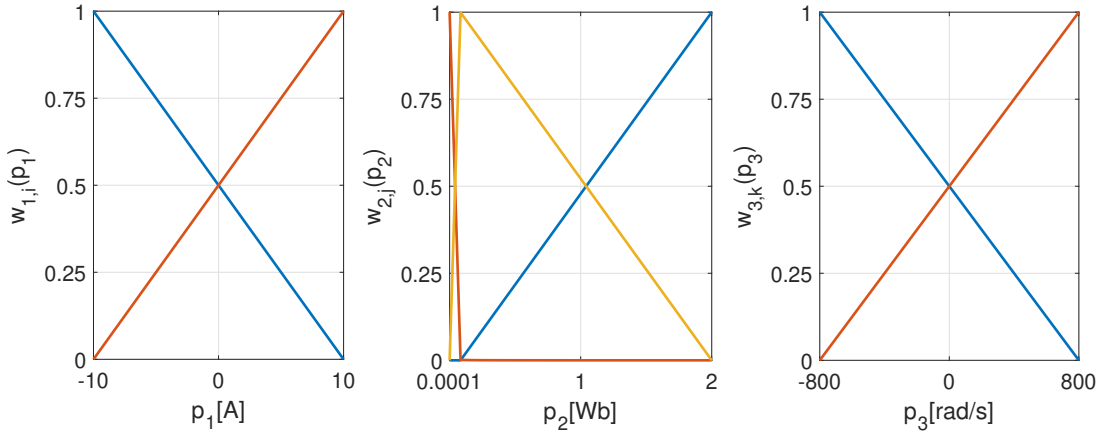
Első és legfontosabb kérdés a súlyfüggvénytípusok közül, hogy melyikkel, milyen megkötéssel tudunk stabil szabályozót megvalósítani. A rácspontok számát dimenziónként EYE esetén háromnak, az összes többi esetben 25-nek állítottam be. Ezen beállításokkal, illetve majd a következő fejezetben ismertetett LMI-típusú szabályozóval egyedül ORTHO esetén tapasztaltam instabil működést, amire már a súlyfüggvényekből is következtetni lehet, melyek a 3.2. ábrán láthatók. Érdemes kiemelni, hogy az ORTHO típusú függvénycsalád nem biztosít konvex alakot, ami az általam alkalmazott és bemutatott LMI alapú szabályozók alkalmazhatóságának feltétele. Az EYE típusú súlyfüggvények a 3.3. ábrán, a CNO típusú a 3.4. ábrán, az IRNO típusú a 3.5. ábrán, az SNNN típusú a 3.6. ábrán, a BOX típusú a 3.7. ábrán látható.



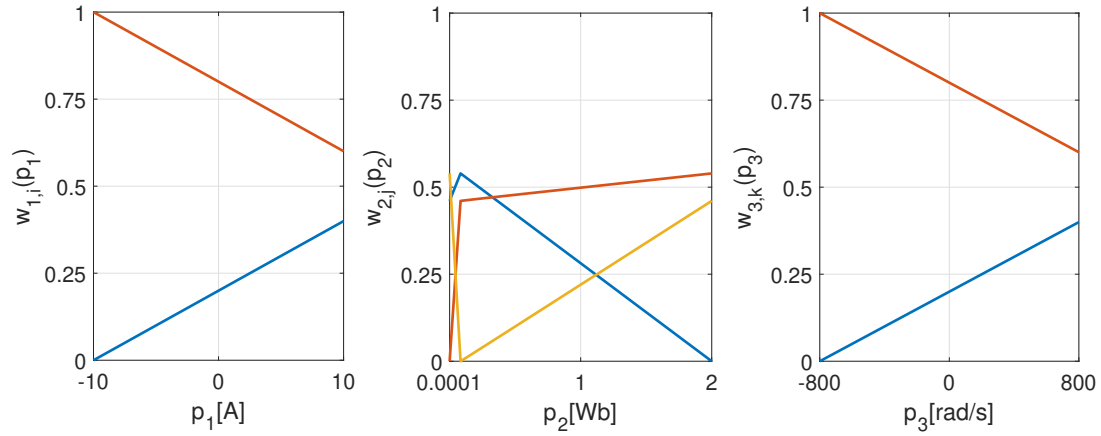
3.2. ábra. TP-modell ORTHO típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.



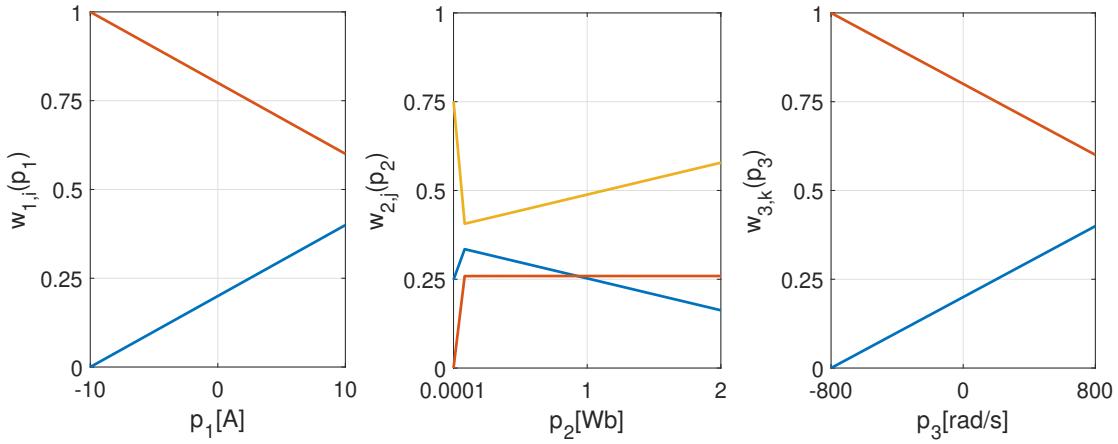
3.3. ábra. TP-modell EYE típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.



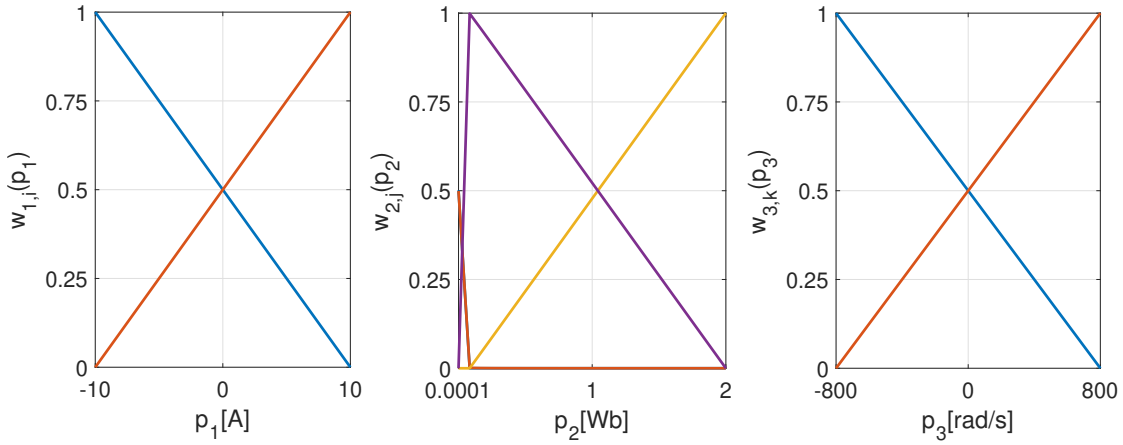
3.4. ábra. TP-modell CNO típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.



3.5. ábra. TP-modell IRNO típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.



3.6. ábra. TP-modell SNNN típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.



3.7. ábra. TP-modell BOX típusú súlyfüggvénye három paraméter esetén.

A 3.3-3.7. ábrák alapján belátható, hogy p_1 és p_3 paraméterek esetén a súlyfüggvények lineárisak lesznek, bár jellegre eltérőek típustól függően, amire már a szinguláris értékek számából is következtetni lehetett. p_2 esetén egy komoly törés látható minden esetben 0 közeli értéknél, ami részben a három szinguláris értékkel magyarázható. Mélyebben megvizsgálva p_2 előfordulását (2.11) összefüggésben, egyértelműen megmagyarázza a 0 érték közeli törést a súlyfüggvényekben. Az $\mathbf{A}$ mátrix 1. sor 2. és 2. sor 1. eleme is p_1/p_2 hányadost tartalmazza, ezért is kellett a p_2 paraméter intervallumát nullánál nagyobb értékűnek venni, hogy a nullával való osztást mindenképpen elkerüljem. Modellezés szempontjából nem elégséges így kiküszöbölni ezt a problémát, ezért célszerű bevezetni a $p_4 = 1/p_2$ paramétert.

3.2.3. TP-modell kibővítése

A p_4 paraméter bevezetésével a (3.2)-(3.7) egyenletek módosítása is szükséges. Az állapottér modellen látható, hogy ezzel a módosítással a nemlinearitást tartalmazó minden mátrixelem szorozva lesz $\mathbf{p}$ vektor valamelyik elemével, azaz [126, 128]

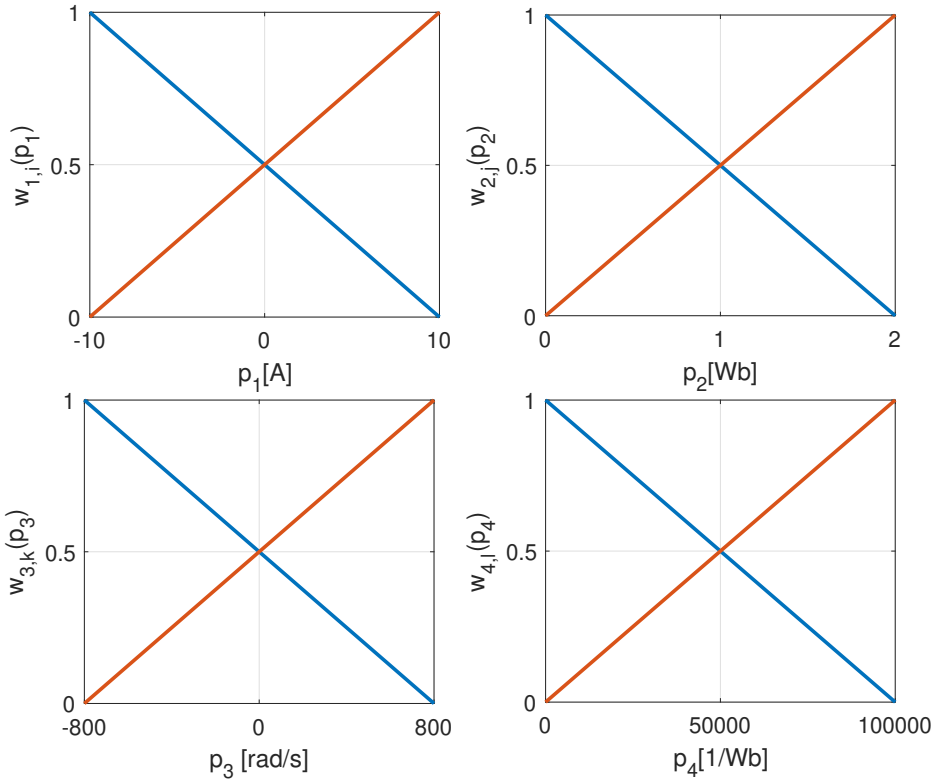
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}p_1p_4 & \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & p_1 \\ -p_3 - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}p_1p_4 & -\frac{R_\mathrm{s}}{L_\mathrm{s}\sigma} - \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}^2\sigma} & -\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{s}L_\mathrm{r}\sigma}p_3 & 0 \\ \frac{R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}} & 0 & -\frac{R_\mathrm{r}}{L_\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}\frac{N^2}{J}\frac{L_\mathrm{m}}{L_\mathrm{r}}p_2 & 0 & -\frac{D_\mathrm{f}}{J} \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_\mathrm{s}\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{v}. \tag{3.8}$$

Az új paraméter bevezetésével a súlyfüggvények száma is növekedni fog, ami a (3.5) összefüggés módosítását is maga után vonja a következő módon:

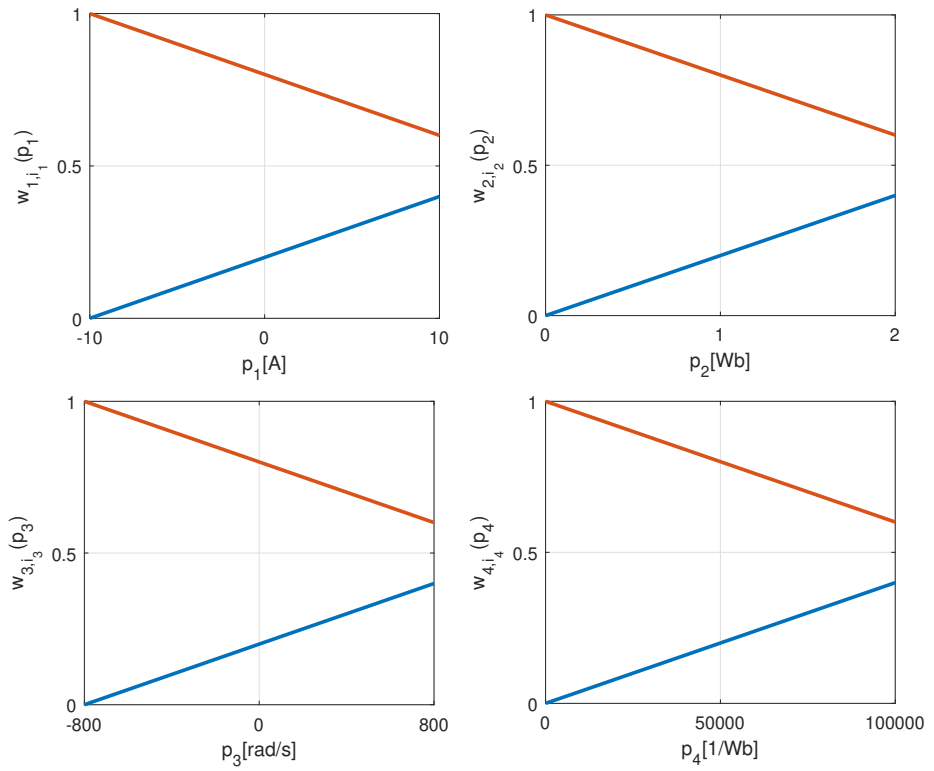
$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i_1=1}^{I_1}\sum_{i_2=1}^{I_2}\sum_{i_3=1}^{I_3}\sum_{i_4=1}^{I_4}\prod_{n=1}^{4} w_{n,i_n}(x_n)\left(\mathbf{A}_{i_1,i_2,i_3,i_4}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i_1,i_2,i_3,i_4}\mathbf{v}\right). \tag{3.9}$$

Az Ω térnél a fluxus már felvehet közel nulla értéket, illetve az új paraméterre vonatkozó limitet $[0; 100000]$-ként definiáltam, amivel az $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ tenzor további dimenzióval bővül, aminek mérete a többi paraméterhez hasonlóan 25 lesz. A HOSVD műveletet végrehajtva az $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ tenzoron megkapom a szinguláris értékeket. Az elvárásoknak megfelelően minden paraméter esetén 2-2 nagyértékű szinguláris értéket kaptam, minden további 14-15 nagyságrenddel kisebb lesz, amiket ebben az esetben is el fogok hanyagolni. Számszerűen a következő szinguláris értékeket tartom meg: p_1 esetén $1{,}043{\cdot}10^9$ és $1{,}526{\cdot}10^7$, p_2 esetén $1{,}521{\cdot}10^9$ és $1{,}970{\cdot}10^6$, p_3 esetén $1{,}521{\cdot}10^9$ és $1{,}475{\cdot}10^7$, végül p_4 esetén $1{,}521{\cdot}10^9$ és $7{,}863{\cdot}10^6$.

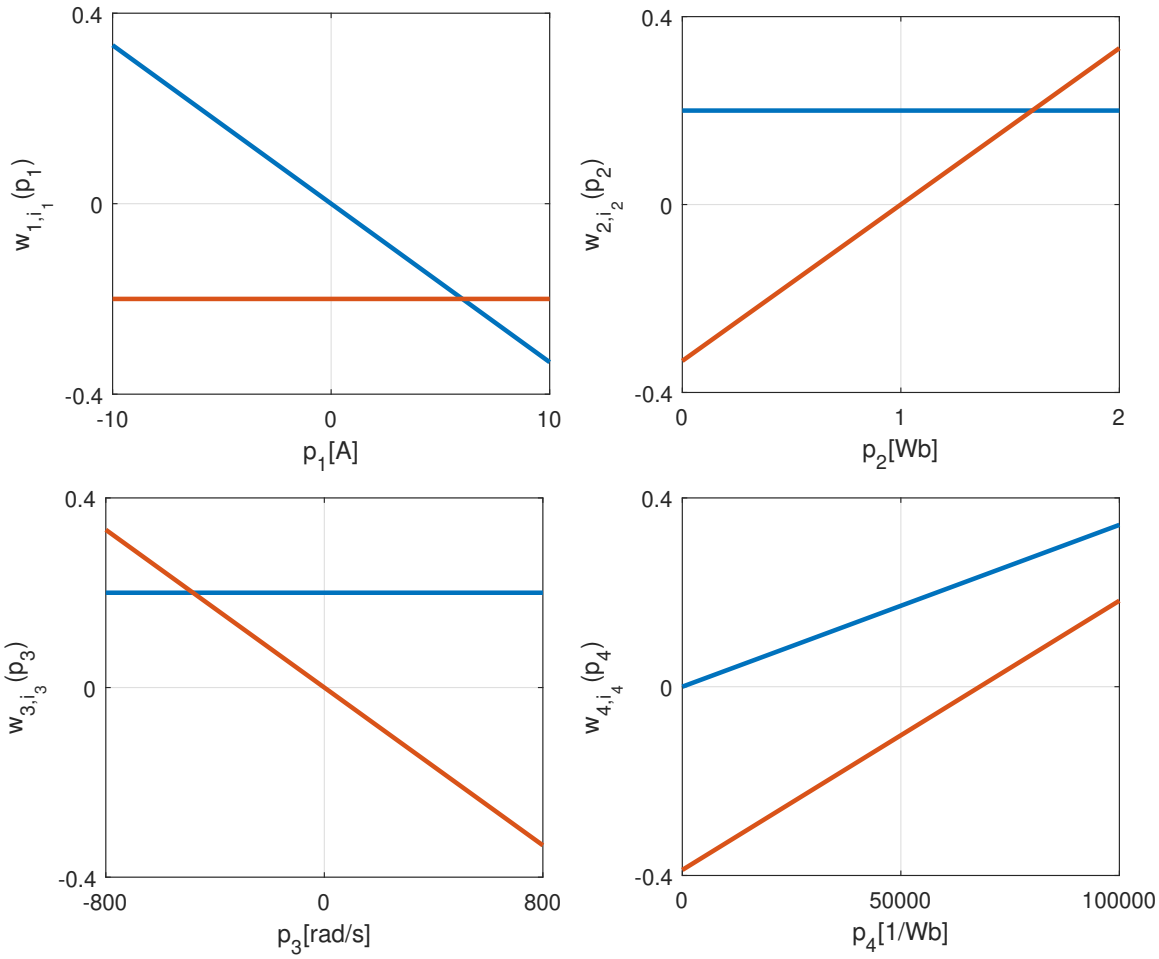
Következőkben megvizsgáltam a súlyfüggvényeket, hogy az elvárásoknak megfelelően teljesül-e a lineáris jelleg. Megvizsgálva valamennyi súlyfüggvény típust, azt a következtetést vontam le, hogy három csoportra bonthatók súlyfüggvény jellege és ezzel összhangban, szimulációra gyakorolt hatás szempontjából. Első csoportba a BOX, EYE és CNO típusok tartoznak, melyeknek a súlyfüggvényei a 3.8. ábrán, IRNO és SNNN típusokhoz tartozó súlyfüggvények a 3.9. ábrán láthatók, míg ORTHO típushoz a 3.10. ábra tartozik. Ezek alapján az első két típus alkalmasnak mondható az elvégzendő feladat ellátására, azonban az ORTHO típus nem biztosít konvex alakot a súlyfüggvények alapján, ami az LMI alapú tervezés alkalmazásának feltétele. Ezek alaplán csak az első két esetnél számítok stabil működésre.



3.8. ábra. TP-modell BOX, EYE és CNO típusú súlyfüggvénye négy paraméter esetén.



3.9. ábra. TP-modell IRNO és SNNN típusú súlyfüggvénye négy paraméter esetén.

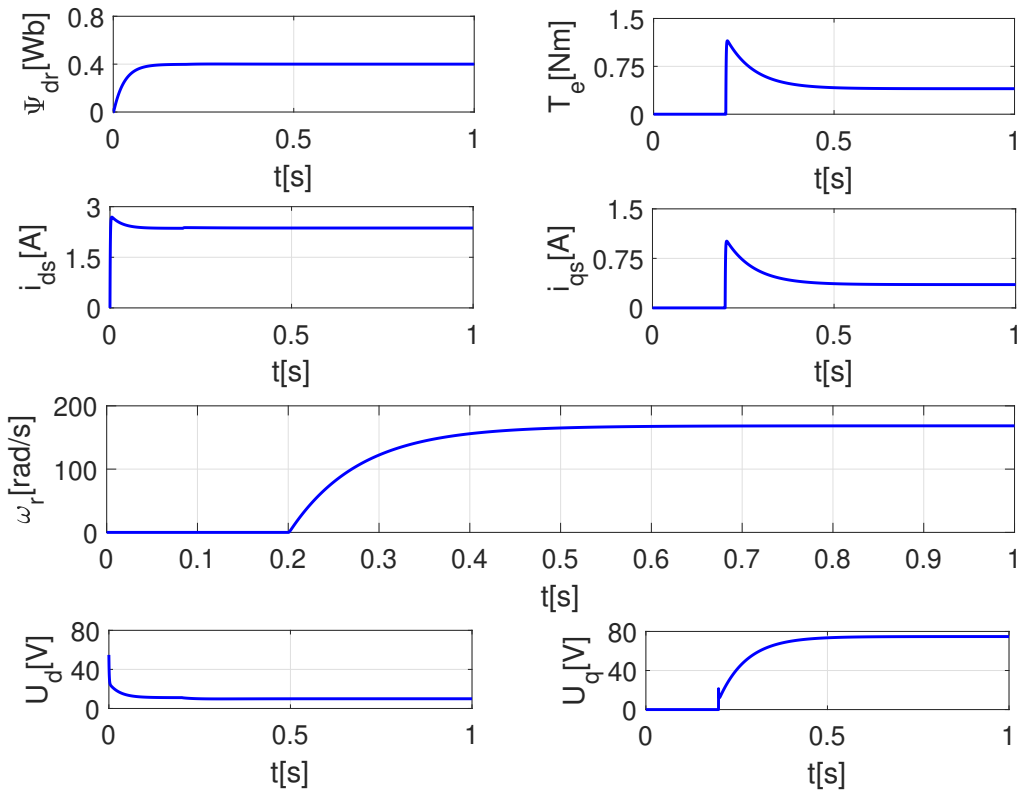


3.10. ábra. TP-modell ORTHO típusú súlyfüggvénye négy paraméter esetén.

3.2.4. Rácspontok számának változtatása

A TP-modell paraméterezésének és változóinak hatásait vizsgálva, minden esetben $\psi_{\text{ref}} = 0,4\text{Wb}$ és $T_{\text{e}} = 0,4\text{Nm}$ referenciaértékeket alkalmaztam a szimulációs eredmények eléréséhez. Referenciaszimulációnak a négy paramétert tartalmazó modellt tekintem dimenziónkénti 25 rácsponttal, $\Omega = [-10; 10] \times [0,0001; 2] \times [-800; 800] \times [0; 100000]$ paramétertérrel, illetve CNO súlyfüggvényt alkalmazva.

Mivel a szabályozási kör nem tartalmaz integrátort, első lépésként a szabályozó pontos működésének vizsgálata szükséges. Szimulációs eredmények alapján egyszerűen belátható, hogy egy konstans korrekciót kell elvégezni a (2.14) referenciaszámításon a pontos működés elérése érdekében. Jelen esetben a $\mathbf{c}_{\text{korr}}$ korrekciós vektor $[23,177\ 60,567]^{\text{T}}$ lesz, ami referenciáktól és szabályozó beállításoktól függően változik. Az így végrehajtott szimuláció eredménye látható a 3.11. ábrán, ahol a nyomaték referencia érték kiadása $t = 0,2$ másodpercben történik.

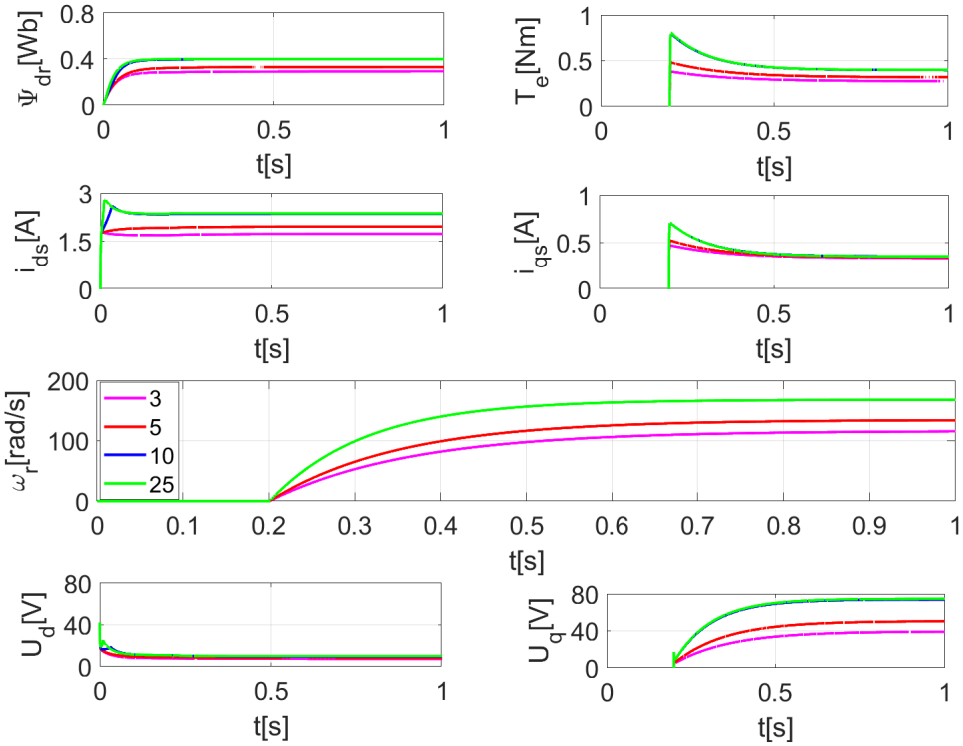


3.11. ábra. Referenciaszimuláció a TP-modell vizsgálatához.

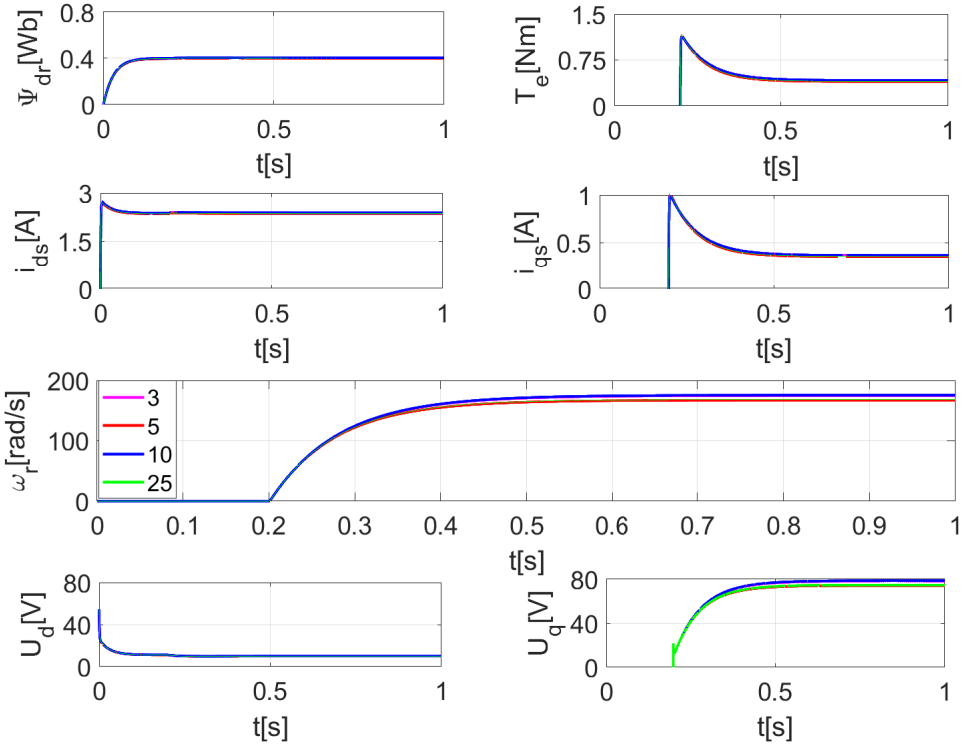
Látható, hogy ψ_{dr} szabályozása megfelelően működik, míg az i_{qs} áram túllövése (2.8) szerint közvetlenül a nyomatékon is megjelenik. Ezek az eredmények viszont jó referenciául fognak szolgálni a rácspontok, illetve paraméterhatárok változtatása okozta hatások vizsgálatához.

A rácspontok számának változtatása három paraméter esetén lényeges különbséget okozott a szabályozó működésében is, aminek eredménye dimenziónkénti 3, 5, 10, 25 rácsponttal szimulálva a 3.12. ábrán látható. A rácspontok további növelése már érdemi változást nem okozott. Azonban - ahogy az várható is volt - négy paraméter esetén 25^4 rácspont felett már nem okoz érzékelhető változást, elhanyagolható eltérést tapasztaltam 25^4 és 50^4 rácspont esetén is. A dimenziónkénti 3, 5, 10, 25 rácsponthoz tartozó eredmények láthatók a 3.13. ábrán.

Négy paraméter és alacsony rácspont esetén a nyomaték statikus hibája $[-0,027 \cdots 0,0174]$Nm között változik, míg fluxusszabályozás esetén [-0,0005$\cdots$0,0038]Wb között hibát tapasztaltam. Ez alapján megállapítható, ha minden további vizsgálatnál 25 rácspontot alkalmazok, akkor a kerekítéssel megegyező hibát tudok véteni, ami teljes mértékben elfogadható. Elmondható, hogy a p_4 paraméter bevezetése javított a modell működésén, ezért indokolt a továbbiakban alkalmazni.



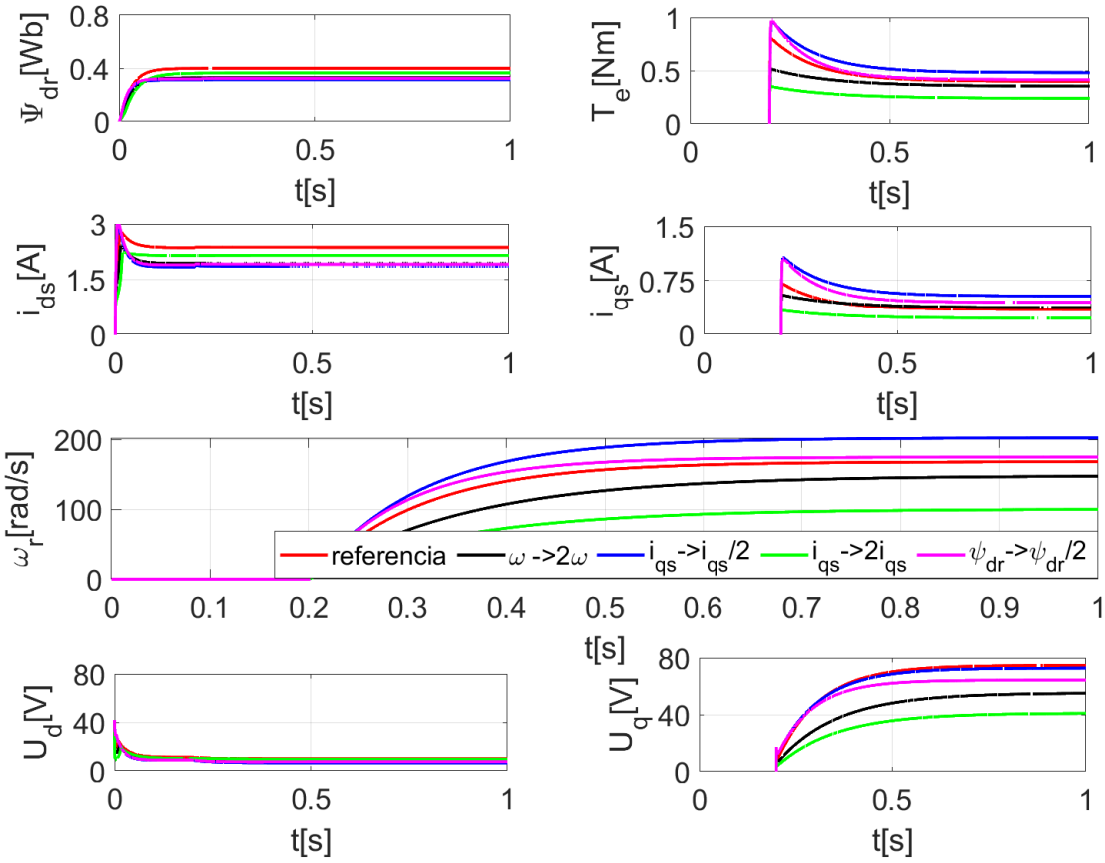
3.12. ábra. Rácspontok számának változtatásának hatása a szabályozó működésére három paraméter esetén.



3.13. ábra. Rácspontok számának változtatásának hatása a szabályozó működésére négy paraméter esetén.

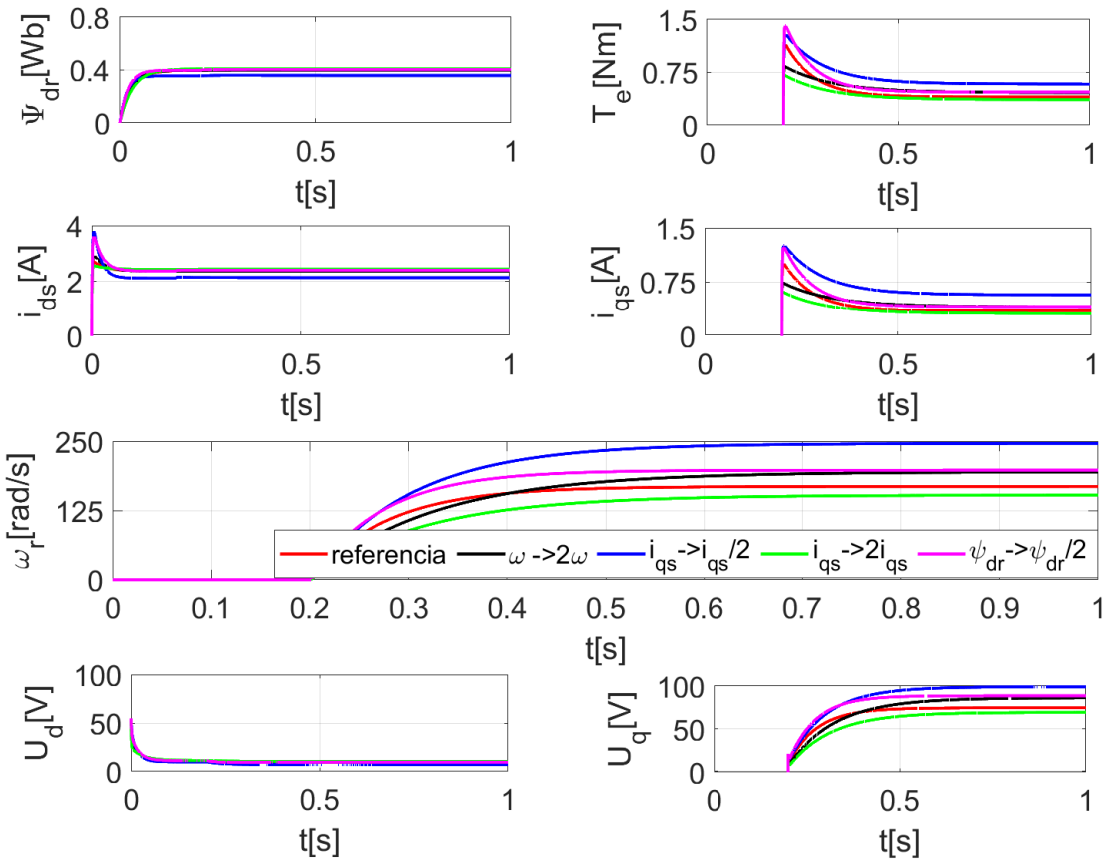
3.2.5. Paraméterintervallumok módosításának hatása a szabályozó működésére

Az egyes paraméterekhez tartozó intervallumok minimum és maximum értékeit nagyrészt fizikai jellemzők definiálják. Motoroknál viszont az áram és fordulatszám limitek definiálásánál figyelembe kell venni a felhasználás módját. Áramoknál kulcsfontosságú kérdés, hogy a névleges áram hányszorosát engedjük meg tranziens állapotban, míg szögsebességnél kérdéses lehet, hogy milyen tartományon szeretnénk a motort üzemeltetni, szóba jön-e a mezőgyengítéses szakasz, vagy szimplán a névleges fordulatszámot tekintem maximumnak. Éppen ebből a megfontolásból célszerűnek látom megvizsgálni, hogy van-e a szabályozóra gyakorolt hatása a határértékek módosításának. A 3.14. ábrán a tartomány méretek módosításának szabályozóra gyakorolt hatása látható három paraméter esetén, míg a 3.15. ábrán ugyanez a szimulációs eredmény négy paramétert alkalmazó modell esetén.



3.14. ábra. Tartomány méretek módosításának hatása a szabályozó működésére három paraméter esetén.

Összehasonlítva a két ábrát, jól látszik, hogy jellegre teljesen megegyeznek. Mindkét paraméterű modell esetén jelentős statikus hibát okoz a határértékek módosítása, mindemellett a dinamikus viselkedés is változó, eltérő túllövéssel és felfutási időkkel rendelkez-



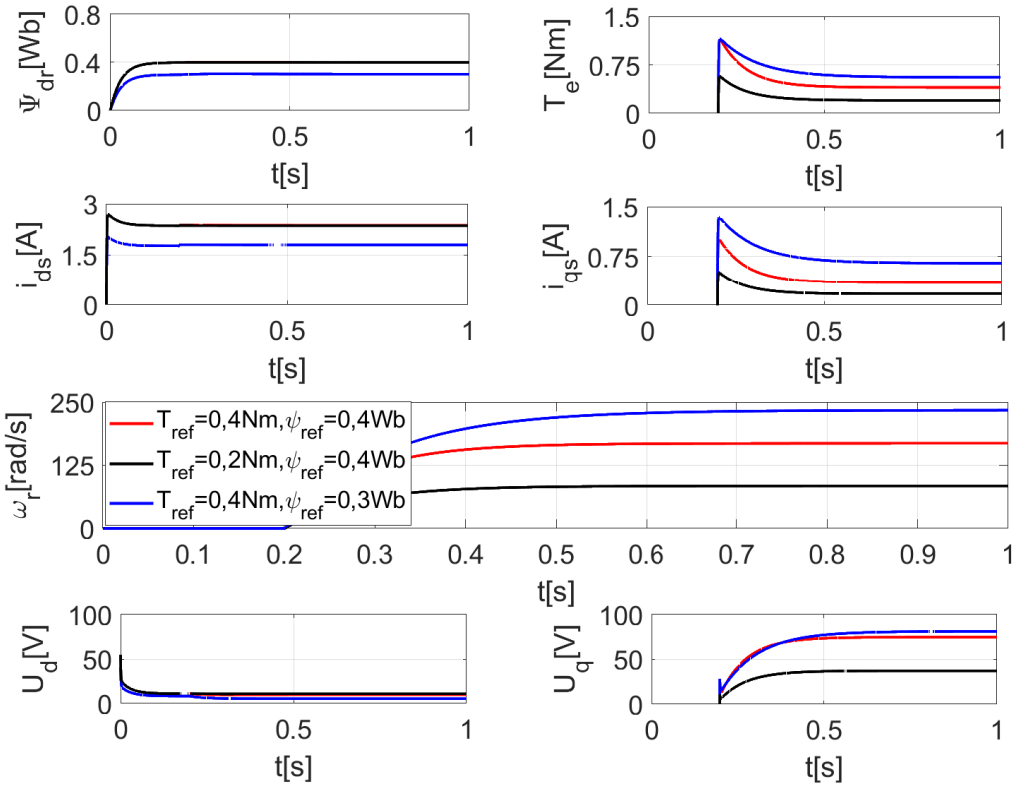
3.15. ábra. Tartomány méretek módosításának hatása a szabályozó működésére négy paraméter esetén.

nek a szabályozók. Ezt a problémát kiküszöbölni a $\mathbf{c}_{korr}$ változó adaptív módosításával lehetséges a jelenlegi modelleknél, ami nem tudományos megoldás.

3.2.6. Szabályozó működésének vizsgálata különböző referencia-értékekkel

A három paraméterű modell működését már a továbbiekban nem fogom vizsgálni az előző fejezetben bemutatott kedvezőtlen működés miatt. Megvizsgáltam a négy paraméterű modell működését különböző referenciák mellett, ami alapvető elvárás egy villamos gép működése szempontjából, melynek eredménye a 3.16. ábrán látható.

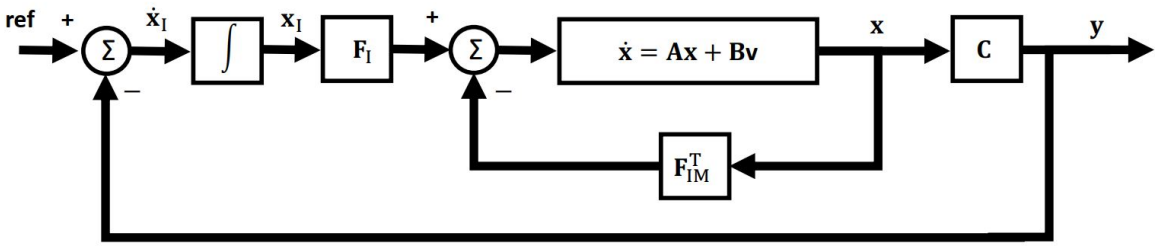
A szabályozó nyomatékreferencia követése egészen addig működik jól külső zavarok nélkül, amíg a fluxusreferenciát nem módosítom. Ellenkező esetben T_e értéke 0,1565Nm-rel, 39,12%-kal eltér az elvárt értéktől. Figyelembe véve, hogy rendkívül sok megkötéssel tekinthető csak működőképesnek a 4 paraméterrel rendelkező TP-modellhez illesztett LMI típusú szabályozó, mindenképpen szükségesnek tartom a TP-modell kibővítését integrátorral, amivel elvárásaim szerint a mostani gyorsan működő szabályozót pontossá és robusztussá lehet tenni.



3.16. ábra. Szabályozó működése különböző értékű referenciajelek mellett négy paraméter esetén.

3.3. Integrátorral kiegészített TP-modell paraméterezése

Az előző fejezetben bemutatott szimulációs eredmények egyértelműsítették, hogy integrátor nélküli állapotvisszacsatolt szabályozó sosem fog pontos eredményt adni aszinkron gép esetén az (2.21)-(2.22) LMI-k alkalmazásával, ezért mindenképpen ki kell egészíteni a szabályozási kört, amely a 3.17. ábrán látható. A p_4 paramétert tartalmazó (3.8) qLPV modell továbbra is használható lesz, viszont az állapotváltozók számát ki kell bővíteni $\mathbf{x}_\mathrm{I} = [sum_\mathrm{id}; sum_\mathrm{iq}]$ vektorral [45], ami az integrátor kimenete.



3.17. ábra. TP-modellhez illeszthető integráló szabályozás elvi felépítése [44].

A szabályozási kör további fontos paramétere a $\mathbf{C}$ kimeneti mátrix, amivel a fluxus-nyomaték, vagy fluxus-fordulatszám-szabályozás üzemmódot határozom meg.

Ezek alapján az integrátort tartalmazó állapottér modell a következő alakban írható le [44]

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{x}^* + \mathbf{B}^*\mathbf{v}, \quad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{3.10}$$

ahol $\mathbf{x}^* = [i_{\mathrm{ds}} \;\; i_{\mathrm{qs}} \;\; \psi_{\mathrm{dr}} \;\; \omega_{\mathrm{r}} \;\; sum_{\mathrm{id}} \;\; sum_{\omega}]^{\mathrm{T}}$, továbbá a beavatkozó jelet is ki kell bővíteni $\mathbf{F}_{\mathrm{IM}}$ visszacsatoló mátrixszal:

$$\mathbf{v} = -\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{I}} & \mathbf{F}_{\mathrm{IM}} \end{bmatrix} \mathbf{x}^*. \tag{3.11}$$

Következőkben megvizsgálom, hogy a kibővített állapottér modell milyen hasonlóságokat és eltéréseket okoz a TP-modell felépítésében különböző típusú szabályozási üzemmódok esetén.

3.3.1. Nyomatékszabályozás megvalósítása

Integrátort tartalmazó állapottér modell esetén a fluxus-nyomatékszabályozás a klasszikus PI-áramszabályozókkal azonos logika szerint valósítható meg. A fluxus- és nyomaték-referenciát (2.14) szerint átszámolom i_{ds} és i_{qs} áramokra, melyeket a következő $\mathbf{C}$ mátrix alkalmazásával tudunk visszacsatolni:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.12}$$

A $\mathbf{C}$ mátrix és (3.10) bevezetésével $\mathbf{S}$ mátrix mérete is változni fog a következőképpen:

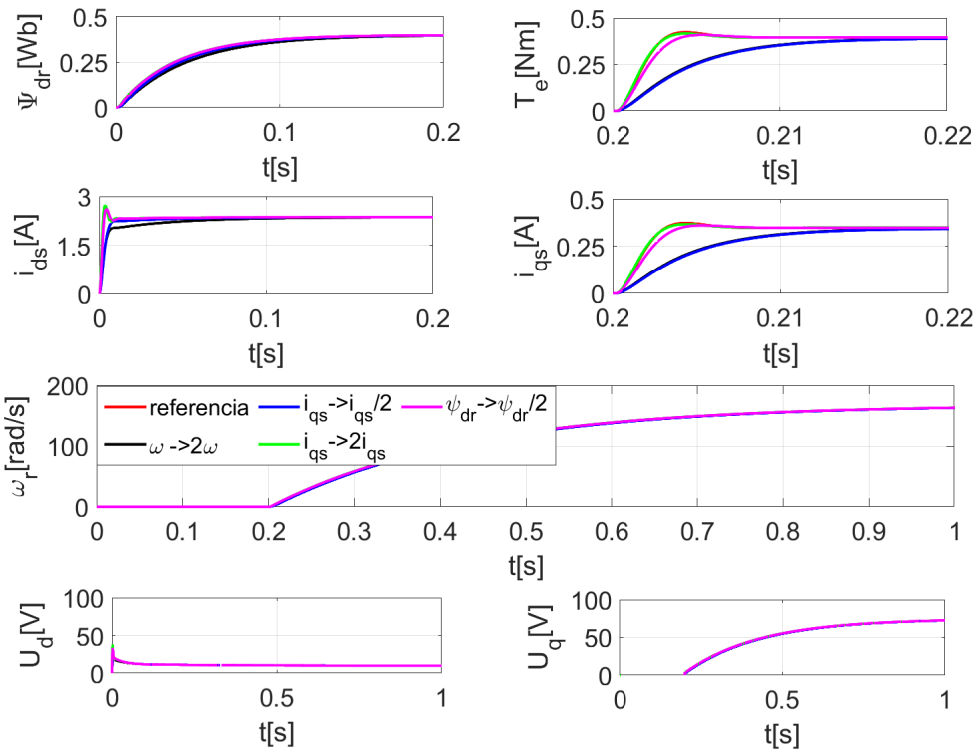
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^* & \mathbf{B}^* \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8\times 8}. \tag{3.13}$$

Továbbra is az

$$\Omega = [-10; 10] \times [0; 2] \times [-800; 800] \times [0; 100000] \tag{3.14}$$

határértékekkel és paraméterenkénti 25 rácsponttal számolva a diszkretizált rendszert leíró $\mathcal{F}^{\mathcal{G}} \in \mathbb{R}^{25\times 25\times 25\times 25\times 8\times 8}$ tenzor előállítható, melyen elvégezve a HOSVD műveletet, elmondható, hogy a mátrix kibővítése nem befolyásolta a szinguláris értékeket, egyedüli változás a p_1 paraméternél figyelhető meg, ahol a $1{,}043\cdot 10^9$ érték $1{,}521\cdot 10^9$-re módosult. Ennek megfelelően a 3.8-3.10. ábrákon bemutatott súlyfüggvények sem változnak. Továbbiakban minden esetben a CNO típusú súlyfüggvényt fogom használni a szakirodalmi ajánlások [95, 96] alapján.

Az integrátor nélküli TP-modell esetén az egyik kifogásolható tény a paraméter határértékeinek módosításának a szimulációs eredményre gyakorolt hatása volt, ezért célszerű az új TP-modellnél is megvizsgálni, hogy ezt is sikerült-e kiküszöbölni. Ennek a szimulációnak az eredménye látható a 3.18. ábrán, ahol kisebb tranziens viselkedésbeli eltéréseket tapasztaltam. Mindkét áramszabályozó esetén szemmel látható változást az i_{qs} határér-

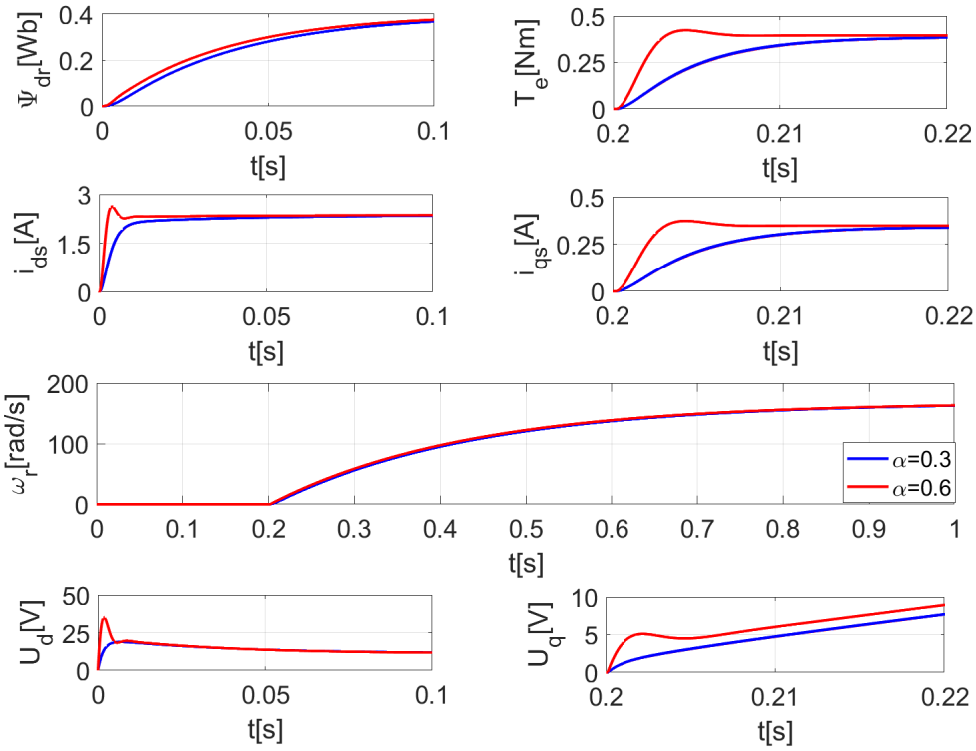


3.18. ábra. TP-modell paraméter határok módosításának szabályozóra gyakorolt hatásának vizsgálata.

tékek felezése (kék grafikon), valamint a szögsebesség limitek duplázása (fekete grafikon) okoz. Fluxusszabályozásnál tizedmásodpercnél is kisebb mértékű eltérést tapasztaltam, míg nyomatékszabályozás esetén a beállási idők közötti eltérés 0,1s. Mindkét esetről elmondható, hogy megfelelő tesztelés és validálás után a paraméterek módosítására nem lesz szükség, tehát az itt bemutatott minimális eltérésekkel a későbbiekben nem kell számolni.

A 3.2.4. fejezethez hasonlóan elvégeztem a 3.13. ábrán bemutatott rácspontok változtatásának vizsgálatát is, ahol egy érdekes jelenségre lettem figyelmes. Az előző eredmények alapján az volt a hipotézisem, hogy nem okozhat eltérést a rácspontok módosítása a szimulációs eredményeken, amit részben igazoltam is .

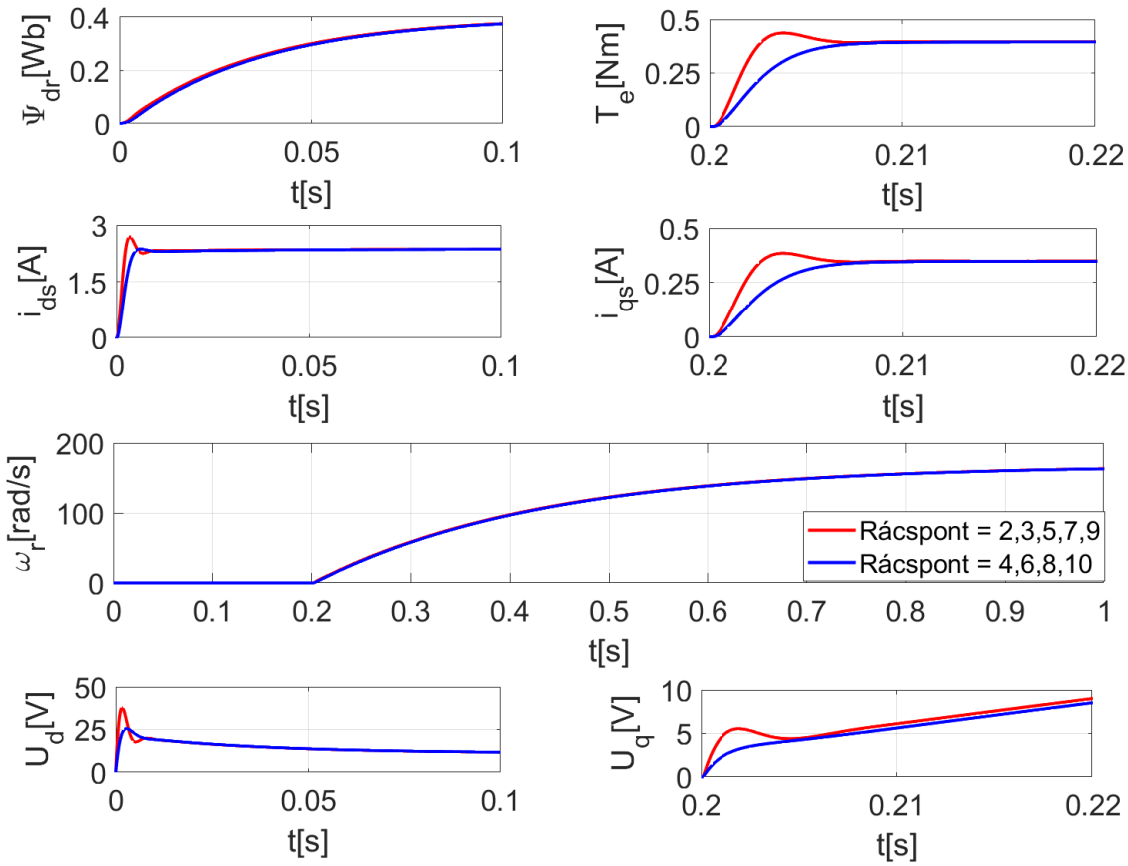
Attól függően, hogy az LMI típusú szabályozó felfutási és beállási idejét növelem/csökkentem változik a rácspontok módosításának hatása dinamikus jellemzőkre. Két beállítást alkalmaztam (2.21)-(2.22) összefüggéseknél, első esetben $\alpha = 0,3$, míg a másodiknál $\alpha = 0,6$ volt $\phi = 0,0001$ mellett. Mindkét esetben 25^4 rácspontot alkalmazva, a 3.19. ábrán látható eredményeket tapasztaltam. Számszerűsítve a szemmel látható áram-



3.19. ábra. Áramszabályozók dinamikus viselkedésének vizsgálata különböző LMI beállítással.

szabályozók beállási ideje közötti különbségeket, amik i_{ds} esetén 1,02ms és 6,17ms, míg i_{qs} esetén 6,3ms és 28,4ms. Ezeket a szignifikáns eltéréseket természetesen csak nagyobb amplitúdójú feszültségekkel lehet elérni, amik túllövést is okoznak. Megvizsgálva a rácspontok számának módosításának szabályozóra gyakorolt hatását, egy rendkívül szokatlan összefüggésre lettem figyelmes, melyet a 3.20. ábra szemléltet. Míg a lassabb, $\alpha = 0,3$ paraméterű szabályozó esetén semmilyen hatása nincsen a rácspontok módosításának, addig $\alpha = 0,6$ esetén jellegre szinte teljesen megegyzik a 3.19. ábrán bemutatott szimulációs eredménnyel. Attól függően, hogy páros, vagy páratlan számú (kiegészítve kettővel) rácspontokat definiálok, lesz a szabályozónak lassabb, vagy gyorsabb a működése. Ennek magyarázata véleményem szerint az LMI-k numerikus közelítésében keresendő, ami viszont már túlmutat a jelenlegi munkámon.

Továbbra is fontosnak tartom kiemelni, hogy az itt bemutatott eredmények a TP-modellezés és LMI típusú szabályozó tervezés minél mélyebb megértését szolgálják. A TP-modell véglegesítése után nincsen szükség a beállításainak módosítására, ez részben igaz a robusztussági vizsgálatokra is, ahogyan az majd később látható is lesz. Csak akkor kell az LMI-k paramétereit módosítani, ha a megtervezett szabályozó nem felel meg a robusztussági elvárásoknak.

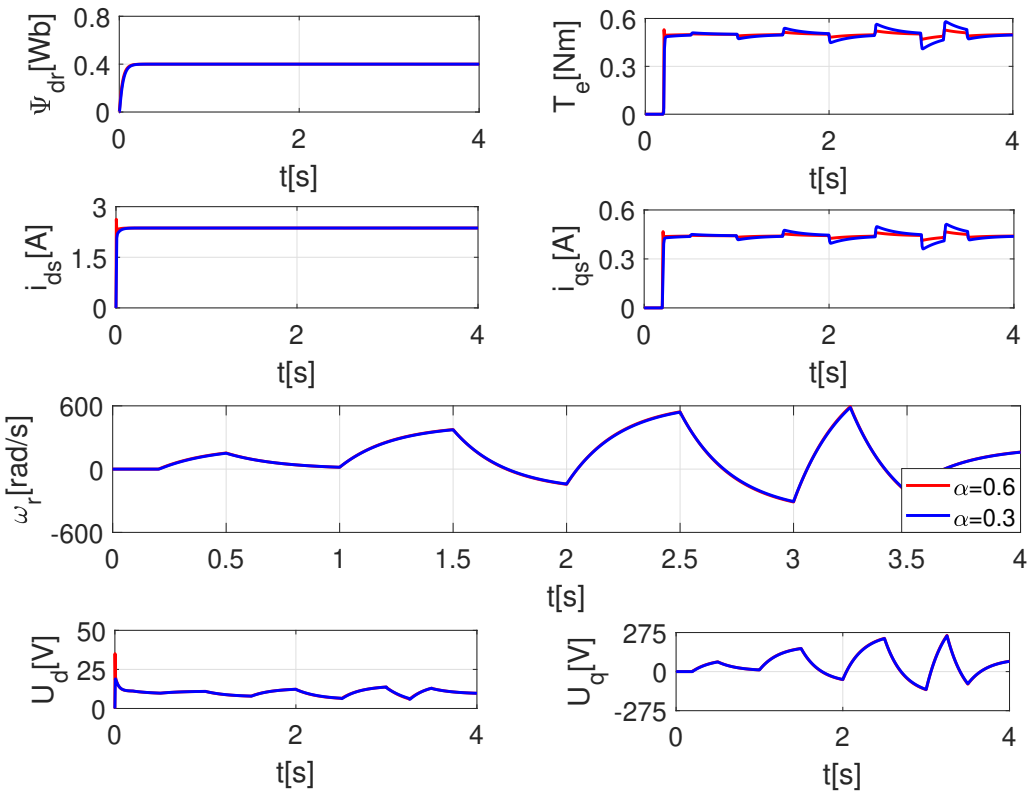


3.20. ábra. Rácspontok számának változatatásának szabályozóra gyakorolt hatása $\alpha = 0,6$ esetén.

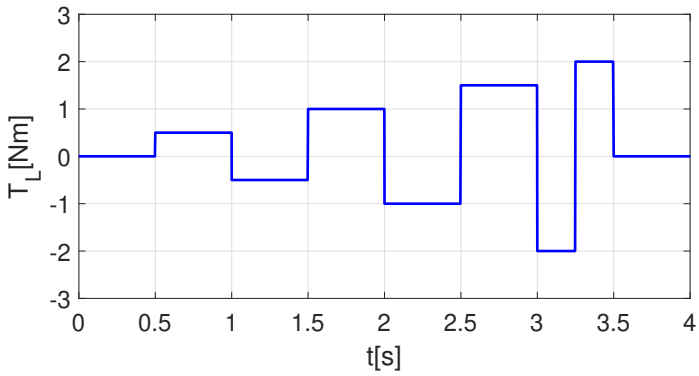
Végezetül megvizsgálom a megalkotott modell és szabályozó viselkedését különböző irányú és nagyságú terhelőnyomatékot alkalmazva $\alpha = 0,6$ és $\alpha = 0,3$ paraméterekkel, aminek eredménye a 3.21. ábrán látható.

Az alkalmazott terhelőnyomaték időfüggvénye a 3.22. ábrán látható, míg $\psi_{\text{ref}} = 0,4$Wb és $T_{\text{e}} = 0,5$Nm referenciaértékeket állítottam be. T_{L} amplitúdóját $t = 0,5$s-től 0,5másodpercenként növeltem 0,5Nm értékkel, folyamatosan változtatva az előjelét, egészen a motor névleges nyomatékértékéig. A tengelyre ható eredő nyomaték miatt $t = 3$s után már 0,25másodpercenként változtattam a terhelésen, mert a motor túllépte volna az Ω által definiált maximális értéket. A szabályozó dinamikus hibáját megvizsgálva a 3.23. ábra segítségével belátható, hogy az $\alpha = 0,6$ paraméter használata sokkal kisebb hibákat eredményez.

Külön érdekesség, hogy a fluxusszabályozásra elhanyagolható mértékben hat a T_{L} alkalmazása. Maximális hiba $\alpha = 0,3$ esetén 0,017%, míg $\alpha = 0,6$ esetén 0,0047%. Nyomatékszabályozó működését megvizsgálva a hibák maximális értéke rendre 18,1% és 8,61%, amit, mint látható, rövid időn belül korrigálni képes.

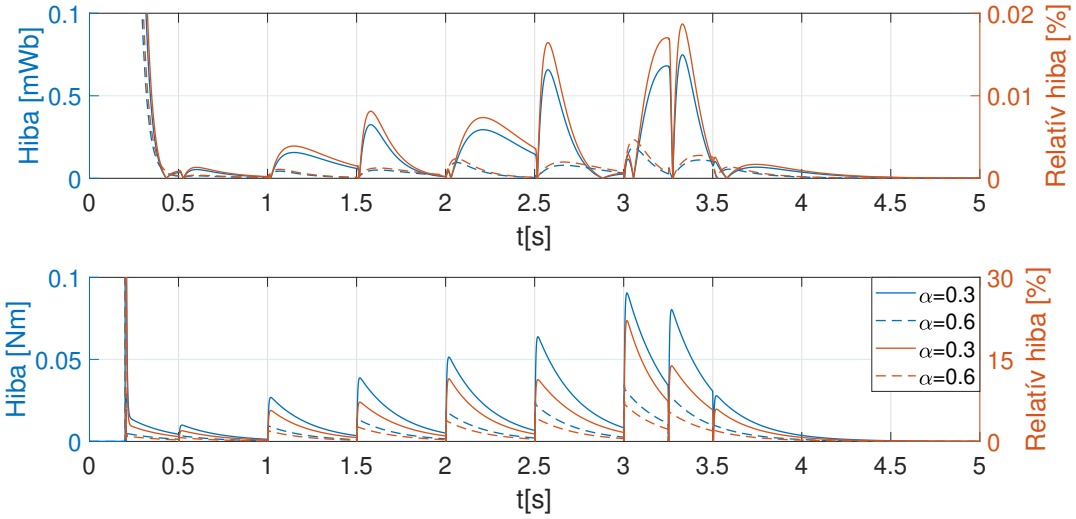


3.21. ábra. Terhelésváltások vizsgálata nyomatékszabályozó üzemmódban $\alpha = 0,6$ (piros) és $\alpha = 0,3$ (kék) paraméterekkel.



3.22. ábra. Alkalmazott terhelőnyomaték időfüggvénye.

Az itt bemutatott eredmények alapján kijelenthető, hogy az integrátort és négy lineáris paramétert tartalmazó TP-modell már megfelelő alapot szolgáltat az LMI típusú szabályozó gyors és pontos működéséhez ideális környezetben, ahol többek között még a koordináta-transzformáció és mérési zaj hatását nem vizsgáltam névleges motor paraméterek mellett. Ezeket a kibővített paraméterbizonytalansági és robusztussági vizsgálatok megfigyelő implementálása után a 4.3. fejezetben fogom részletesen elemezni.



3.23. ábra. Fluxus és nyomatékszabályozás dinamikus hibája $\alpha = 0,6$ és $\alpha = 0,3$ paraméterekkel.

3.3.2. Fordulatszám-szabályozás megvalósítása

Fordulatszám-szabályozás esetén a visszacsatolt értékek i_{ds} és ω_{r}-re módosulnak, ami a $\mathbf{C}$ mátrix módosítását is eredményezi a következőképpen:

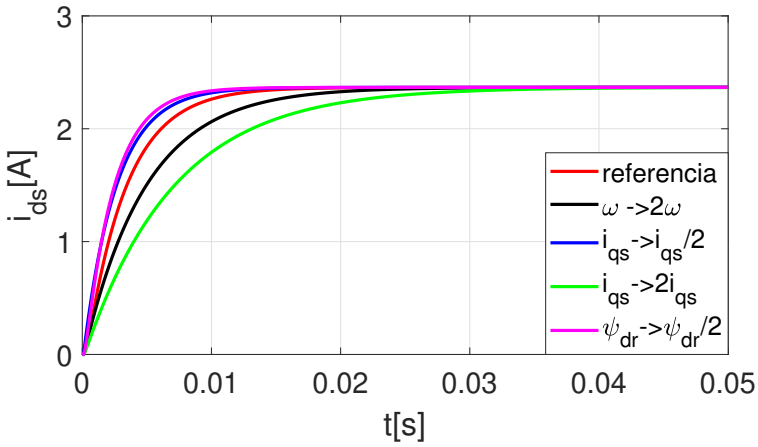
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.15}$$

A (3.13) egyenlet minimálisan módosul a $\mathbf{C}$ mátrix módosításával ami a HOSVD után megkapott szinguláris értékeket helyben hagyta, számszerűsíhető változást nem okozott. Ennek megfelelően a súlyfüggvények vizsgálata nem szükséges, továbbra is a 3.8. ábrán bemutatott CNO típust fogom használni.

A nyomatékszabályozástól eltérően - ahogyan az elvárható - a rácspontok számának módosítása ennél a modellnél már nem okoz semmilyen eltérést a szimulációs eredmények között. Megvizsgálva a paraméterlimitek módosításának hatását, minimális eltéréseket tapasztaltam az i_{ds} áramszabályozó esetén, amely a 3.24. ábrán látható. A szabályozó 2%-os beállási idejét vizsgálva 9...27,1ms közötti időket mértem, míg a felfutási idők esetén 5,4...15,3ms közötti értékeket kaptam. Az eszközölt módosításoknak egyéb nyomatékra gyakorolt hatása nem volt.

Következőkben megvizsgálom a szabályozó működését 3.22. ábrán már ismertetett terhelőnyomaték alkalmázásával első esetben $\alpha = 0,1$, majd $\alpha = 0,3$ és $\phi = 0,001$ LMI beállítással.

A 3.25. ábra alapján kijelenthető, hogy mindkét α értékkel pontos szabályozót sikerült realizálni. Dinamikus viselkedés szempontjából hasonló eltéréseket tapasztaltam, mint

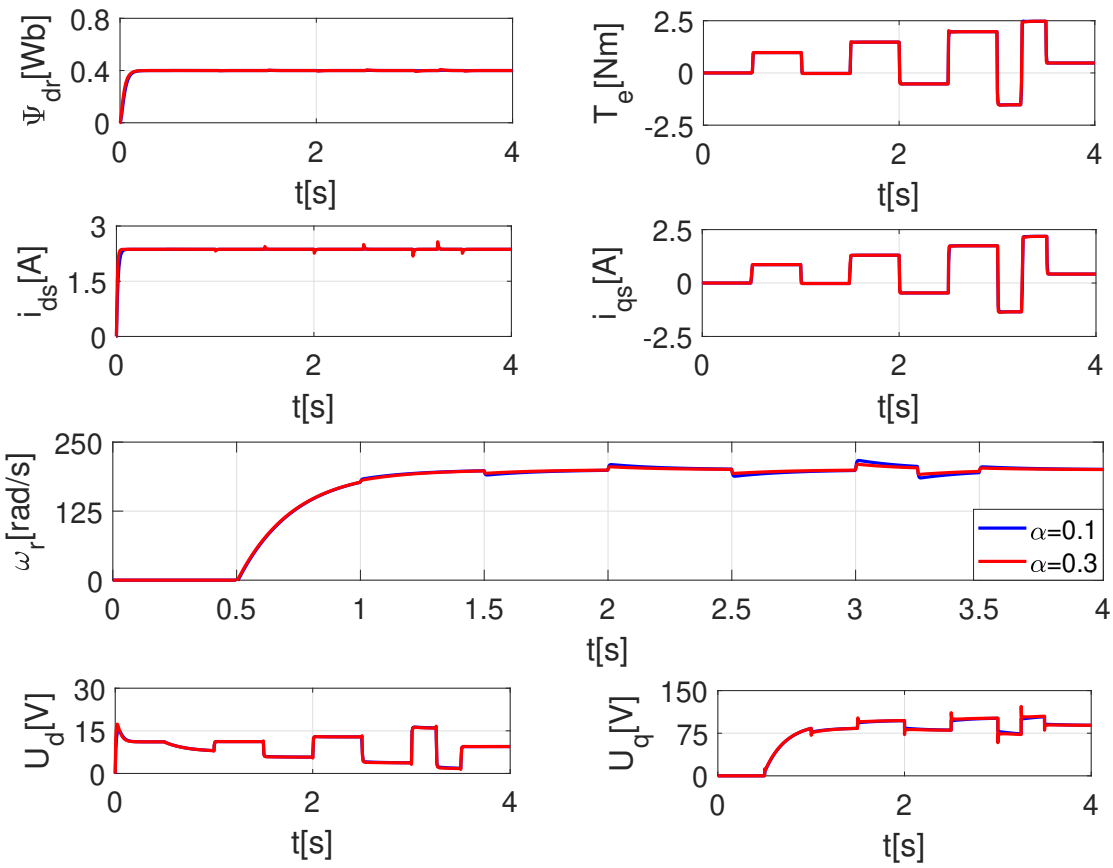


3.24. ábra. Paraméter határértékek i_{ds} áramszabályozó gyakorolt hatása fluxus-fordulatszám-szabályozás esetén.

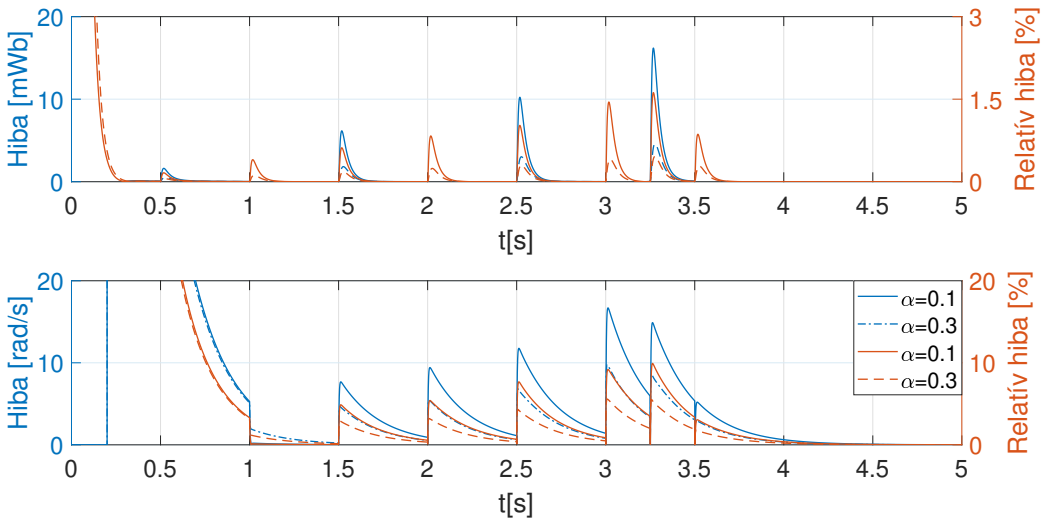
nyomatékszabályozás esetén. Kisebb α értékhez lassabb szabályozás tartozik, ezáltal a dinamikus hiba is nagyobb lesz, ahogy az a 3.26. ábrán is ki lett emelve.

Érdekesség a nyomatékszabályozásnál kapott eredményhez képest, hogy a terhelőnyomatékok nagyobb kilengést okoznak a fluxusszabályozó körön is, nevezetesen $T_{\mathrm{n}} = T_{\mathrm{L}}$ esetén 1,62% és 0,461% maximális hibák figyelhetők meg, míg fordulatszám szempontjából vizsgálva a maximális eltérés 9,923% és 5,527% volt. A fluxusszabályozásnál megjelenő hibák továbbra is elhanyagolhatónak tekinthetők, míg fordulatszám-szabályozásnál kompromisszum kérdése lesz: még gyorsabb, ezáltal kisebb túllövéssel rendelkező szabályozót szeretnék megvalósítani, vagy éppen a robusztusság az első számú szempont, ezért nagyobb dinamikus hibát engedek meg.

Az LMI szabályozó hangolását a robusztusság függvényében fogom elvégezni az 4. fejezetben.



3.25. ábra. Fordulatszám-szabályozás szimulációs vizsgálata terhelőnyomaték alkalmazása esetén $\alpha = 0,1$ és $\alpha = 0,3$ LMI beállításokkal.



3.26. ábra. Fordulatszám-szabályozás szimulációs vizsgálata terhelőnyomaték alkalmazása esetén $\alpha = 0,1$ és $\alpha = 0,3$ LMI beállításokkal.

3.4. A tudományos eredmények összefoglalása

1. tézis

Megalkottam az aszinkron gép kvázi-lineáris paraméterváltozójú modelljét az állapotváltozós leírásban szereplő nemlinearitást okozó elemek alkalmas átrendezésével. Realizáltam az aszinkron gép négy paraméterrel leírható modelljét, ahol a rendszermodellt 16 egymástól független lineáris időinvariáns rendszer súlyozása definiálja. Különböző típusú súlyfüggvényekkel vizsgálva a paramétertartományok méretét és felbontását megállapítottam, hogy a TP-modell transzformáció alapú modellhez tervezett LMI-típusú szabályozó stabil működést tesz lehetővé.

Az 1. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [126, 129, 130].

2. tézis

Megalkottam azt a TP-modell transzformáció alapú, integrátorral kibővített szabályozási kört, amivel az aszinkron gép irányítása pontosan és robusztus módon megvalósítható. Az integráló szabályozást az állapotvektor kibővítésével valósítottam meg. LMI-típusú szabályozótervezést alkalmazva meghatároztam a visszacsatolás körerősítésmátrixát. Szimulációkkal igazoltam a hajtásrendszer működésének alkalmazhatóságát és helyességét.

A 2. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [126, 128, 131]

4. fejezet

Szabályozó és megfigyelő robusztusságának vizsgálata

A 3. fejezetben részletesen bemutatott TP-modellhez, és az ahhoz illesztett szabályozó és megfigyelő robusztusságának további, részletesebb vizsgálatát Simulink környezetben fogom elvégezni, tudományos és ipari szabványnak tekinthető villamos hajtások kutatása és fejlesztése során szerzett tapasztalatok alapján.

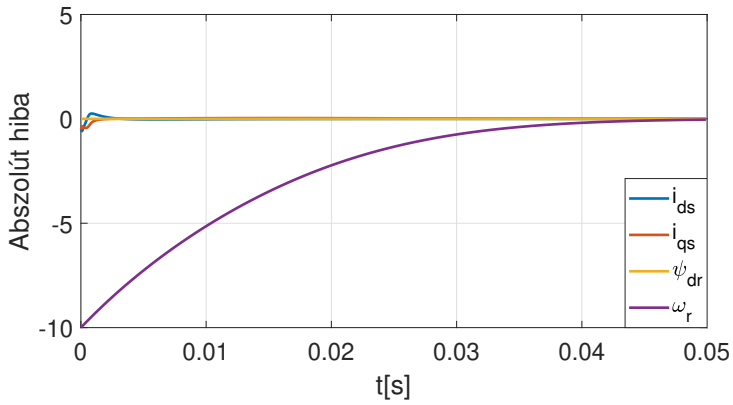
Célom ebben a fejezetben egy olyan szimulációs környezet bemutatása, ami a lehető legjobban reprezentálja a valóságot. Mivel sajnos nem áll rendelkezésemre olyan fizikai eszköz és teljesítményelektronika, amivel az irányítást tesztelni tudnám, arra törekedtem, hogy az ipari méréseknél szerzett valamennyi tapasztalatomat alkalmazzam és implementáljam szimulációs környezetben. Ennek megfelelően alapvető elvárás, hogy minden feldolgozott jel mérhető, vagy legalább megfigyelhető legyen. Ebből következik, hogy az eddig bemutatott eredmények ideális környezetben történő tesztelésnek tudhatók csak be, viszont ha a valóságban is alkalmazható szabályozót szeretnék fejleszteni, akkor szükséges többek között a koordináta-transzformációk alkalmazása is.

A valós környezetben történő mérésnek egyik ismérve, hogy a mért jellemzők sosem lesznek ideálisak, minden esetben kell mérési zajjal számolni, annak szűréséről, minimalizálásról gondoskodni kell. Az általam kialakított szimulációs környezetben szabadon konfigurálható, Gauss-eloszlású zajt generálok és szuperponálom a „mért“ értékekre. A zajok szűrésével külön nem foglalkozom, mert az irányítás teljesítőképességének a határait szeretném megtalálni. A következőkben bemutatom a Simulink szimulációs környezetet, ahol először a nyomatékszabályozó, majd pedig a fordulatszámszabályozó robusztusságának vizsgálatát fogom elvégezni.

4.1. LMI típusú megfigyelő vizsgálata MATLAB környezetben

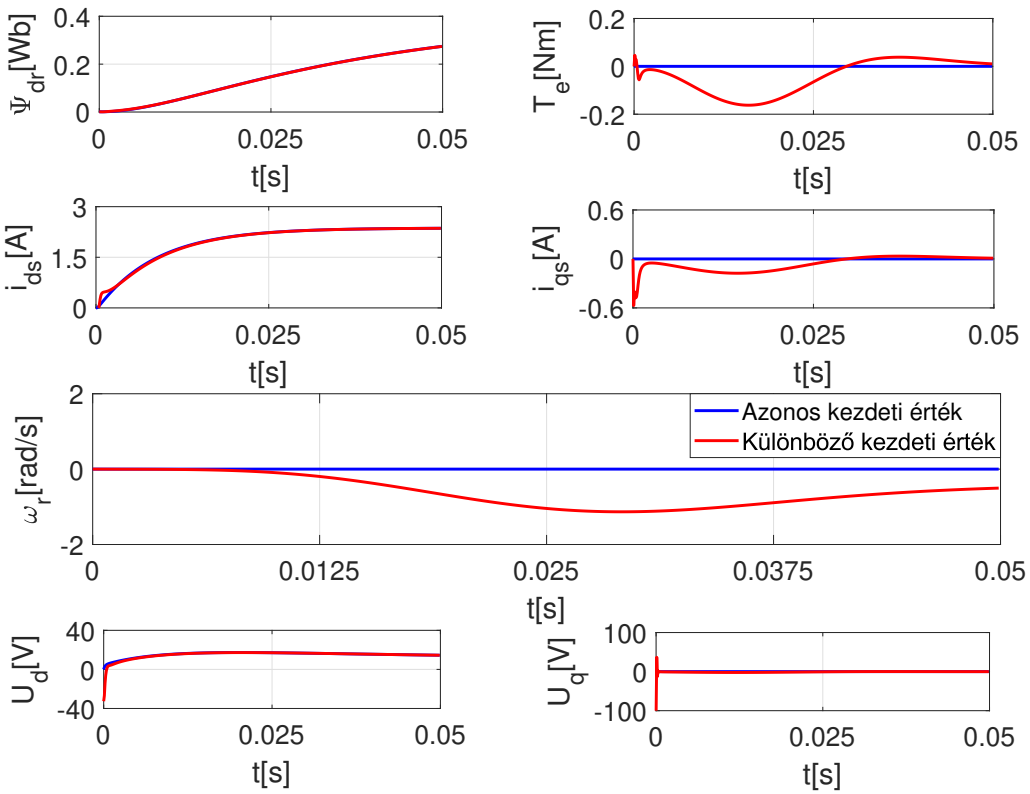
Ahogyan az látható volt a 2.6. ábrán, a megfigyelőt is tartalmazó szabályozási körben a visszacsatolt értékek mind az állapottér modellben szereplő, már koordináta-transzformált értékek. MATLAB környezetben történő szabályozóvizsgálatok során mind a motor modell, mind a szabályozó és megfigyelő modell d-q koordináta-rendszerben adom meg. Ebből kifolyólag a különböző zavarok ϕ_r szöghelyzetre, ezáltal a koordináta-transzformációkra gyakorolt hatását nem fogom vizsgálni. MATLAB környezetben végrehajtott vizsgálatokat ideális körülményeknek tekintem, mert nem veszem figyelembe a Clarke- és Park-féle transzformációk és a mérési zajok hatását a névleges paraméterekkel végrehajtott szimulációk során. Ennek a fejezetnek első számú célja az LMI formalizmusok helyességének bizonyítása ideális környezetet feltételezve, amihez a MATLAB környezet alkalmasnak bizonyult.

Alapvető elvárás megfigyelők alkalmazása során, hogy az $\mathbf{e}$ hibajel minél gyorsabban és pontosan tartson nullához ideális esetben, amikor mindkét modell ugyanazon paraméterekkel számol. Ennek tesztelésére összehasonlító szimulációt végeztem, ahol az állapotváltozók kezdeti értékeit a motormodell esetén helyesen $\mathbf{x}_0 = [0\ 0\ 0,001\ 0]^\mathrm{T}$-ként, míg $\hat{\mathbf{x}}_0 = [0,5\ 0,5\ 0,001\ 10]^\mathrm{T}$-ként definiáltam. Például ezzel a beállítással tudom tesztelni, hogy mennyi idő alatt képes a szabályozó a hibás értéket korrigálni, illetve ez a hibás érték milyen feszültség, áram és nyomaték túllövéseket eredményez. A 4.1. ábrán látható a hibajel időfüggvénye, míg a 4.2. ábrán a kezdeti értékbeli eltérés szabályozóra gyakorolt hatását hasonlítom az ideális esettel.



4.1. ábra. Hibajel alakulása eltérő kezdeti értékeket alkalmazva.

Ahogyan az látható, az első három állapotváltozó esetén megközelítőleg 3ms, míg ω_r esetén 50ms időre van szükség, hogy a tranzienshiba lecsengjen, amit $dt = 0{,}1$ms lépésközzel sikerült elérni. A kezdeti értékként megadott 10rad/s szögsebességbéli kezdeti

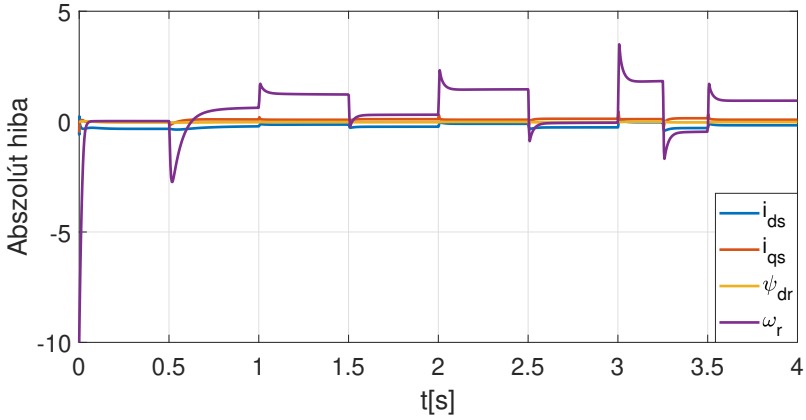


4.2. ábra. Szabályozó viselkedésének vizsgálata eltérő kezdeti értékeket alkalmazva.

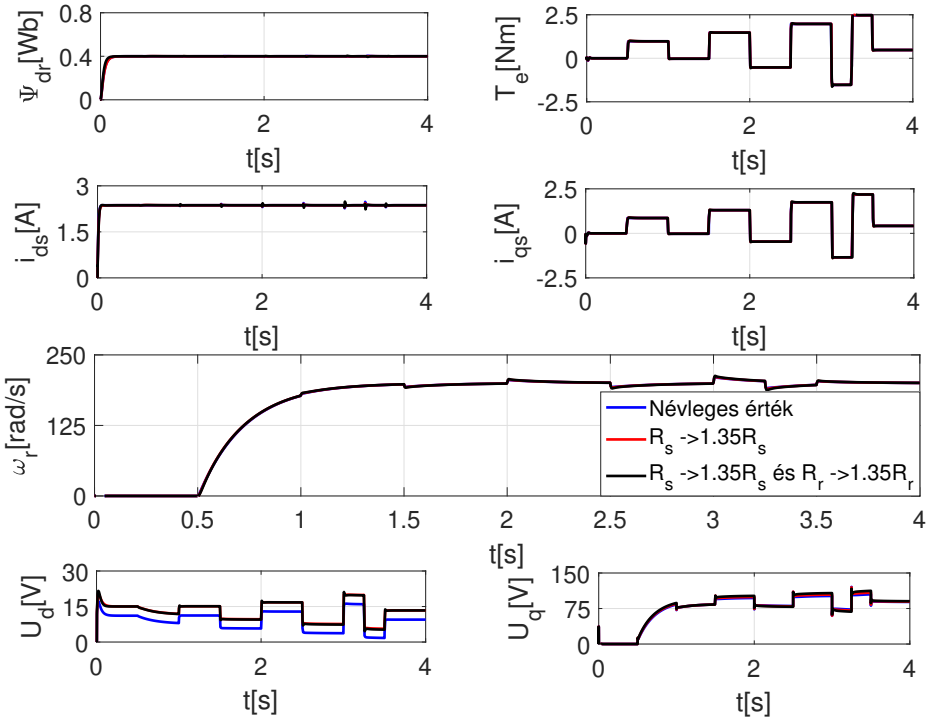
érték eltérés maximálisan -1,132 rad/s tényleges elektromos szögsebességet fog rövid ideig okozni a tengelyen, amit integrálva kiszámítható a tengely mechanikus szögelfordulása is, amire -3,655°-ot kaptam eredményül. Véleményem szerint egy ilyen mértékű tengelyforgás megengedhető és elhanyagolható mértékű. A 3.25. ábrán bemutatott vizsgálatot megismételve, immáron megfigyelőt is tartalmazó modellen névleges paraméterek mellett, az elvárásoknak megfelelően, semmilyen eltérést nem tapasztaltam.

A megfigyelő használatának létjogosultsága akkor kerül előtérbe, amikor egyes paraméterek működés közben a névlegestől eltérő értéket vesznek fel. Ilyen paraméterek lehetnek az ellenállások, súrlódási együttható, illetve kis mértékben az induktivitások is. A névleges paraméterek alapján megtervezett szabályozóval irányított, nem névleges paraméterekkel rendelkező (pl.: felmelegített) motor esetén csak statikus hibával képes üzemelni a szabályozás. Megfigyelő alkalmazásával ez a hiba kiküszöbölhető, ahogy azt a következő szimulációs eredmény is bizonyítja.

Az itt bemutatott szimulációnál összehasonlítottam a szabályozó működését első esetben (piros) $R_s = 1,35 \cdot R_s$, majd második (fekete) esetben $R_s = 1,35 \cdot R_s$ és $R_r = 1,35 \cdot R_r$ paraméter módosításokat, mely ellenállásváltozást a gyártó adta meg 150°C-os hőmérsékleten. Az elvártaknak megfelelően, a 4.3. ábrán állandó hiba látható, ami a növelt ellenállás értékek szabályozó általi kompenzálása miatt jelenik meg. Ahogyan a 4.4. ábrán látha-



4.3. ábra. Hibajel alakulása eltérő ellenállás értékeket alkalmazva.



4.4. ábra. Szabályozó viselkedésének vizsgálata eltérő ellenállás értékeket alkalmazva.

tó, ugyanazon referenciaértékek pontos tartásához megnövelt U_d és U_q feszültségekre van szükség. Ezzel a megnövekedett feszültséggel volt képes előállítani a megfelelő nagyságú áramokat és nyomatékot, amivel a hibamentes sebességszabályozás megvalósult.

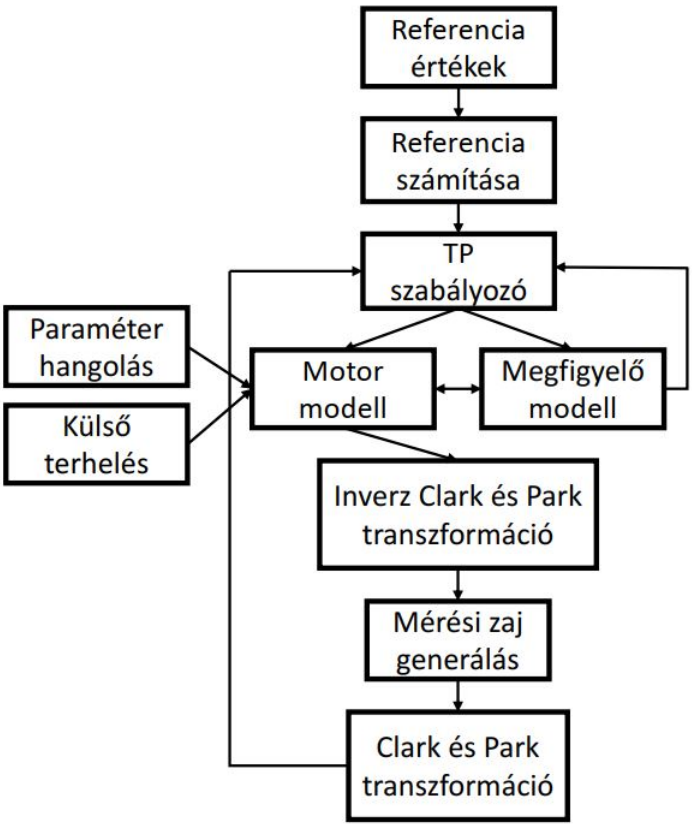
Az itt bemutatott eredmények alapján azt a következtetést vontam le, hogy a megtervezett és MATLAB környezetbe implementált szabályozó és megfigyelő megfelelően működik ideális körülmények között. Az irányítás további robusztussági vizsgálataihoz a Simulink-et is alkalmazni fogom, ahol a mélyrehatóbb konfigurálhatóság megoldott.

4.2. A szimulációs környezet bemutatása

A valós környezet emulálásához a következő blokkokkal egészítettem ki a szimulációs környezetet a 3. fejezethez képest:

- Clarke- és Park-féle koordináta-transzformációk és azok inverzei;
- Konfigurálható referenciajel képzés;
- Gauss-eloszlású mérési zajképző;
- Paraméterezhető névleges motorparaméterek módosítása.

A szimulációs környezet folyamatábrája a 4.5. ábrán látható. A különböző robusztussági vizsgálathoz használt zavarokat és azok beállításait a releváns fejezetekben fogom részletezni. A MATLAB és Simulink összekapcsolásához szükség volt továbbá a TPtoolbox-ban [101] szereplő függvények újraírására, mert a Simulink általam használt verziója még nem tudja kezelni a cella tömb (cell array) típust, ezzel a TPtoolbox továbbfejlesztésében is tettem lépéseket.



4.5. ábra. Simulink környezet folyamatábrája.

Véleményem és tapasztalataim szerint, habár a nyomaték és fordulatszám-szabályozás között elég szoros kapcsolat van, a robusztussági vizsgálata egyik-másik esetnek teljesen eltérő tud lenni. Míg a fordulatszám-szabályozás esetén a már jól bevált vizsgálatok elvégezhetők, amire a környezetet előkészítettem, nyomatékszabályozás esetén, amennyiben valóságtartalommal is bíró applikációt feltételezünk, két külön logika szerinti vizsgálatot tudunk elvégezni: fékpadi környezetben történő, illetve szabadon forgó tengellyel történő mérés emulálása. Első esetben a felvett és elektromágneses nyomatékként hasznosuló villamos energia nem befolyásolja a tengely szögsebességét, gyors és pontos szabályozót feltételezve a fékgép oldalon. Éppen ezért robusztussági vizsgálatok során, nyomatékszabályozó üzemmódban a 3.21. ábrán is vizsgált terhelőnyomaték alkalmazásának nincs relevanciája. A második esetben a mechanikai egyenletet is használom a robusztussági vizsgálathoz terhelőnyomaték alkalmazása nélkül, hogy a mérési zaj és a paraméterbizonytalansági vizsgálatok során a mért és megfigyelt szögsebességből adódó eltérések hatását is tanulmányozni tudjam.

Ebből a megfontolásból a robusztussági vizsgálatokat szétválasztva fogom elvégezni, kezdve a 4.3. fejezetben a nyomatékszabályozó, majd a 4.4. fejezetben a szögsebességszabályozó működésének részletezésével.

4.3. Nyomatékszabályozó robusztusságának vizsgálata

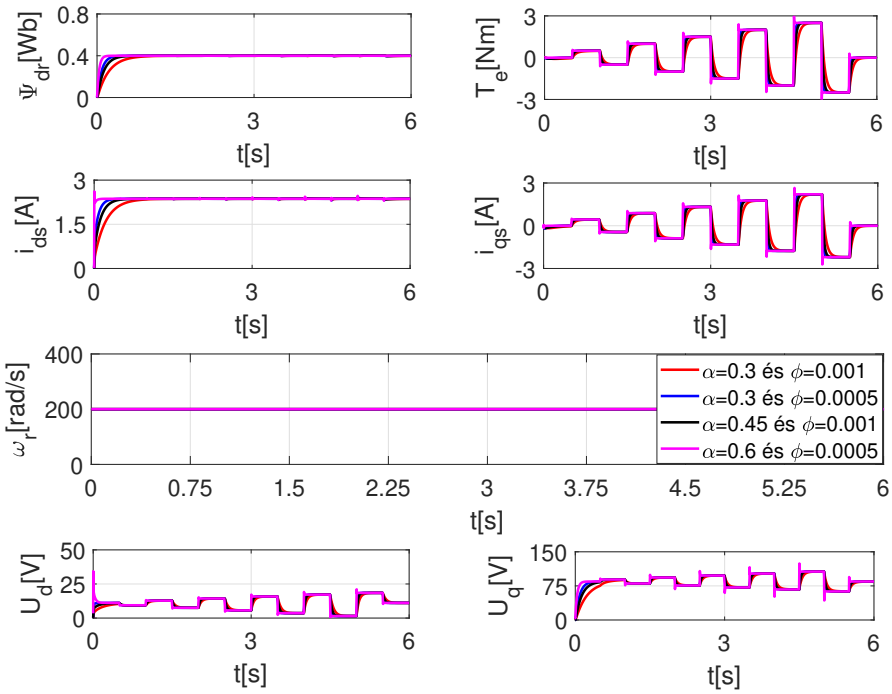
A nyomatékszabályozás robusztussági vizsgálatának egyik problémája, hogy csak teljes fékpadi infrastruktúrával van lehetőség a szabályozás tesztelésére, mert az áramokból számolt nyomatékérték nem elég pontos, nem beszélve a paraméterbizonytalanságról. Ezt a problémát csak egy pontos és a tengelyre rögzített nyomatékmérő tárcsával lehet feloldani, ami egy meglehetősen drága megoldás, ezért szinte sosem alkalmazzák. Ennek egy alternatív megoldása a motor állapotának becslése, amivel kompenzálni lehet a referenciaértéket és egy pontos megoldást kapunk végeredményül.

A 4.3.1. fejezetben megvizsgálom a nyomatékszabályozó működését különböző LMI paraméterekkel, immáron Simulink környezetben, dinamikusan változtatott nyomatékreferenciákkal, ami kvázi referenciául fog szolgálni a 4.3.2-4.3.3. fejezetek során.

4.3.1. Referencia dinamikus változtatása

Ebben a fejezetben bemutatom, hogy miként lehet és érdemes az LMI típusú szabályozókat hangolni optimalizálát megvalósító LMI nélkül, amely paraméterek végső értékét majd a robusztussági vizsgálati típusoknak történő megfelelés fogja megszabni. Az itt bemutatott paraméterpárokkal - a lassútól a gyorsig - minden típusú áramszabályozó le-

fedhető, amire a későbbiekben szükség lehet. Az LMI $\alpha - \phi$ paraméterpárokat, illetve a 200rad/s-ként rögzített szögsebességgel végrehajtott szimulációs vizsgálatok eredményeit a 4.1. táblázatban foglaltam össze, ahol a dinamikus jellemzők az T_e nyomaték esetén értendő a $t = 4,5$s-nél alkalmazott $T_{\text{ref}} = 2,5$Nm referencia kiadása után. A szimulációk eredményét az eddig megszokott módon és formában a 4.6. ábrán szemléltetem.



4.6. ábra. Nyomatékszabályozó hangolási lehetőségei Simulink környezetben.

4.1. táblázat. Nyomatékszabályozás dinamikus jellemzőinek vizsgálata Simulink környezetben.

Paraméterek	Felfutási idő	Beállási idő	Túllövés
$\alpha = 0.3$ és $\phi = 0.001$	123ms	251ms	-
$\alpha = 0.3$ és $\phi = 0.0005$	60ms	124ms	-
$\alpha = 0.45$ és $\phi = 0.001$	35ms	72ms	-
$\alpha = 0.6$ és $\phi = 0.0005$	2ms	9ms	20%

Természetesen az itt bemutatott $\alpha - \phi$ paraméterpárok tetszőlegesen változtathatók $\alpha = 0,1...0,8$ és $\phi = 0,001...0,0001$ között, amennyiben finomhangolásra kerül a sor. A tendencia jól kivehető a táblázatból: α növelésével csökken a felfutási és beállási idő, míg egy bizonyos érték felett megjelenik és növekszik a túllövés mértéke, míg ϕ paraméter módosításával ellenkező hatást érünk el. A következő fejezetekben végrehajtandó robusztussági vizsgálatok során arra számítok a sebességszabályozó robusztussági vizsgálatai

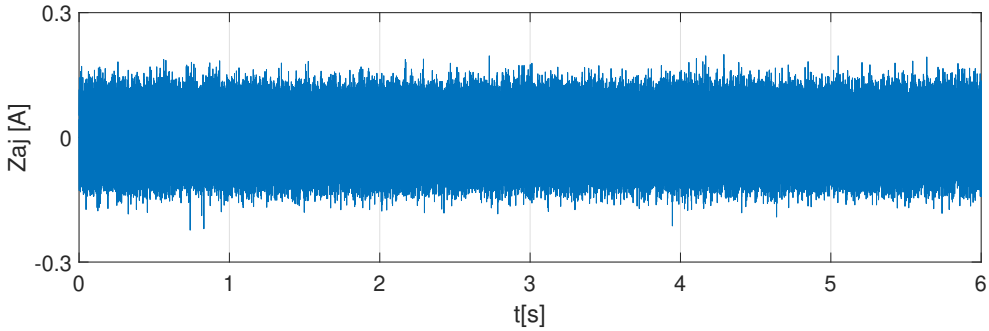
alapján, hogy nyomatékszabályozás esetén a lassabb szabályozó beállítással robusztusabb működést tudok elérni. Következőkben ezt a hipotézist fogom megvizsgálni.

4.3.2. Mérési zaj alkalmazása

Ebben a fejezetben három különböző beállítással fogom vizsgálni az irányítás zajtűrő képességét:

- 1. eset: Állandó ω_r mellett dinamikusan változtatott T_{ref};
- 2. eset: Egységugrásként változtatott ω_r mellett dinamikusan változtatott T_{ref};
- 3. eset: Állandó T_{ref} és változó ω_r, ahol ω_r mért értékként kerül felhasználásra;
- 4. eset: Állandó T_{ref} és változó ω_r, ahol ω_r megfigyelt értékként kerül felhasználásra;

Mindhárom esetben minden 4.3.1. fejezetben bemutatott $\alpha - \phi$ paraméterpárost megvizsgálom. A mérési zaj beállítása során az áramok/zaj amplitúdó arányát vettem figyelembe, amit 5-25% közötti értéknek állítottam be munkaponttól függően, ami 0,002-es varianciának felel meg. A zaj időfüggvénye a következő ábrán látható, amit az i_{abc} fázisáramokon alkalmaztam.

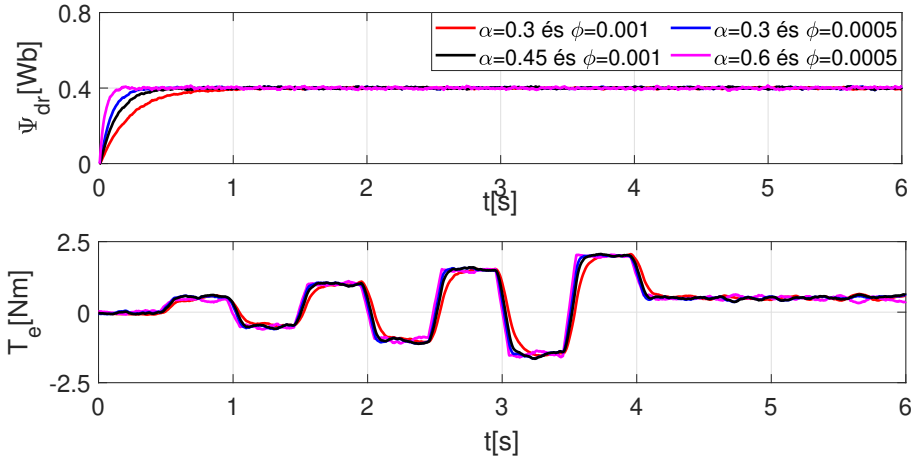


4.7. ábra. Robusztussági vizsgálatok során alkalmazott zaj időfüggvénye.

1. eset.

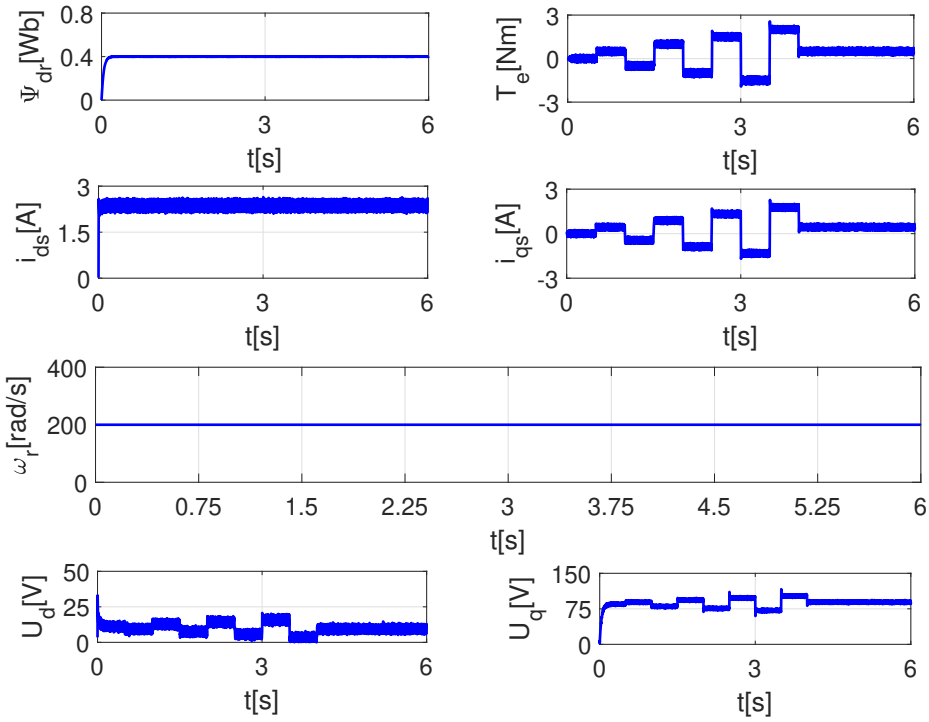
Végrehajtva a 4.6. ábrán bemutatott szimulációt, az elvártaknak megfelelő eredményeket kaptam. Minden $\alpha - \phi$ paraméterpárral stabilan működő szabályozót sikerült megvalósítani. Az átláthatóság miatt csak ψ_{dr} és T_e eredményeit ábrázoltam különböző paraméterpárokkal a 4.8. ábrán, ahol T_e esetén 1000 elemű csúszó átlagot alkalmaztam. Átlagolásra azért van szükség, mert két nagyságrendileg 25%-os zajjal terhelt áramot szorzok össze a nyomaték meghatározásához, ami a valóságban már egy értelmezhetetlen nyomatéklengésnek felelne meg, ismét rámutatva a zajszűrő fontosságára valós mérési környezetben.

Érdekességképpen megvizsgáltam, hogy mekkora a maximális zaj variancia, ahol még stabil marad a szabályozó. Ez az érték 0,05 volt, ahol a zaj amplitúdója már összemérhető amplitúdójú a jellel.



4.8. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálata.

Fontosnak tartottam megvizsgálni a leggyorsabbra hangolt szabályozó működését is abban az esetben, amikor a mérési zajnak az átlagértéke nem nulla. A 0,002 variancia mellé beállítottam 0,1 zaj átlagértéket, melynek eredménye a 4.9. ábrán látható.

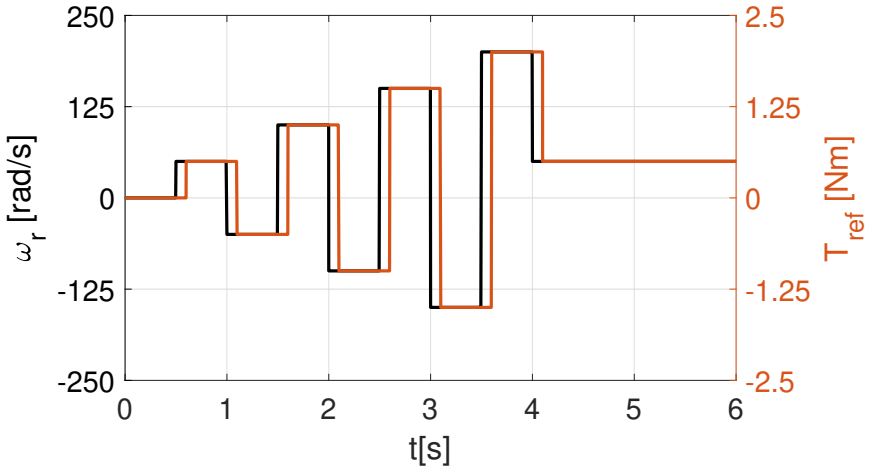


4.9. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálata.

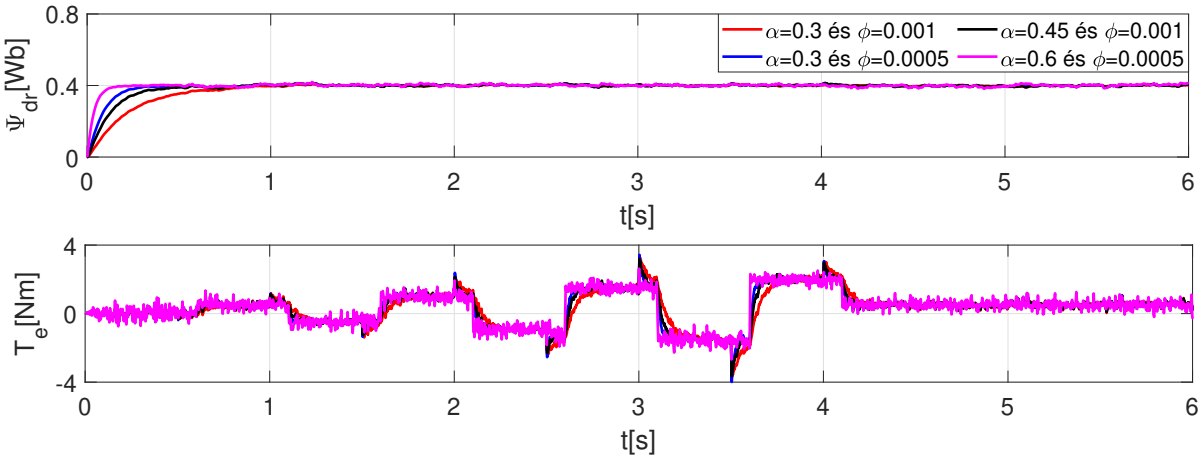
Ahogyan arra már korábbi szakirodalmi eredmények is rámutattak [124], az offsetet okozó mérési zajra rendkívül érzékeny az FOC módszer.

2. eset.

Ebben az esetben megvizsgálom, hogy milyen hatással van a szabályozó működésére a T_{ref} már ismertetett dinamikus változtatása, amennyiben ω_{r} értékét szintén dinamikusan változtatom a nyomatékreferencia változtatáshoz képest 0,1másodperccel eltolva, mindezt hozzáadott mérési zajjal. Az alkalmazott referenciák módosítása a 4.10. ábrán, míg a szimuláció eredménye a 4.11. ábrán láthatók.



4.10. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálata közben alkalmazott ω_{r} és referencia nyomaték időfüggvényei.



4.11. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálata dinamikusan változtatott ω_{r} és referencia nyomaték esetén.

Összehasonlítva a 4.8. és 4.11. ábrán látható eredményeket elmondható, hogy az utóbbi esetén nőtt a nyomatékon megjelenő zaj mértéke. Az eltérő szögsebességek miatt fontos szerepet kap ennél a vizsgálatnál a koordináta-transzformációk alkalmazása is, amely egy

zajérzékeny művelet. Jelen esetben már a beállási és felfutási időn felül a túllövés mértékét is befolyásolja a szabályozó hangolása. A gyorsabb szabályozóhoz tartozó, magenta színű nyomaték időfüggvényének a legkisebb a túllövése, ami a szögsebességváltozással arányosan módosul. Számszerűsítve a 4.11. ábra nyomaték időfüggvényét, elmondható, hogy a 3 lassú hangolású szabályozó esetén a legnagyobb a túllövés mértéke $T_{\text{ref}} = 2\text{Nm}$ esetén, ami 48,35%, míg a leggyorsabb esetén 25,7%-os túllövés figyelhető meg.

Az 1. és 2. esetben elvégzett vizsgálatok alapján kijelenthető, hogy az $\alpha = 0,6$ és $\phi = 0,0005$ paraméterekkel rendelkező LMI bizonyul a legjobb megoldásnak, amennyiben erős mérési zajjal terhelt környezettel számolunk fékpadi elrendezést feltételezve.

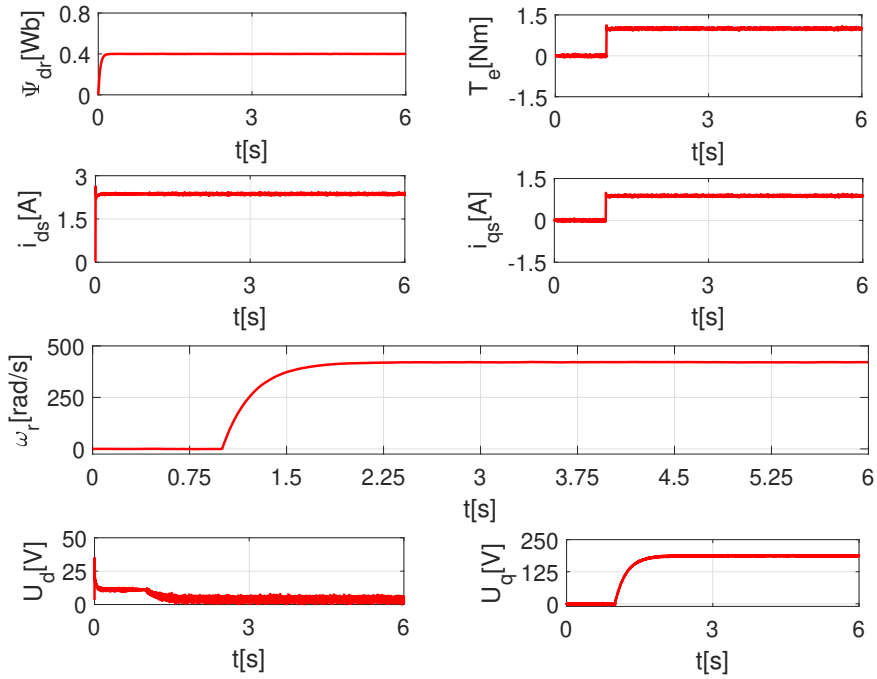
3. eset.

Ebben az esetben még nem fékpadi környezetet fogok feltételezni, vagyis a motor által kifejtett nyomaték már hatással lesz a motor szögsebességére is. Az itt elvégzett szimuláció során minden esetben 1Nm nyomatékreferenciát alkalmaztam, miközben a szögsebességet mért értékként vettem figyelembe a koordináta-transzformációk alkalmazása során. Feltételezéseim szerint lényegi különbség lesz a mostani és a 4. esetben bemutatott eredmények között a szögsebességbeli eltérések koordináta-transzformációkra gyakorolt hatásai miatt. Ennél az esetnél már csak $\alpha = 0,6$ és $\phi = 0,0005$ paraméterpár vizsgálatát fogom elvégezni, a többi párosnak már nincs hozzáadott értéke az elmúlt vizsgálatok tapasztalatai alapján.

A 4.12. ábrán valamennyi szükséges változót megjelenítettem, szemléltetve az áramok és feszültségek zajosságát. A könnyebb értelmezés és összehasonlíthatóság érdekében T_{e} értékét átlagoltam. A gyorsabb referenciakövetés szempontjából egyértelműen a gyorsabb hangolású szabályozó használata bizonyult jobbnak. Állandósult állapotban minimális eltéréseket figyeltem meg, nevezetesen a túllövések maximumai $t = 2...6\text{s}$ között rendre 0,0945; 1,1182 és 1,1322 értéket vettek fel, míg az átlagos hiba 0,0094; 0,0073 és -0,0039 volt a piros-kék-fekete időfüggvényeket megvizsgálva. Ezek alapján a leggyorsabbnak titulált szabályozónál fordulnak elő a legnagyobb túllövések, viszont a legkisebb átlagos hiba ennél a szabályozónál figyelhető meg. Amennyiben a tranziens ($t = 1...1,5\text{s}$) közötti intervallumot is vizsgálom, ez a szabályozó bizonyul a legjobb választásnak.

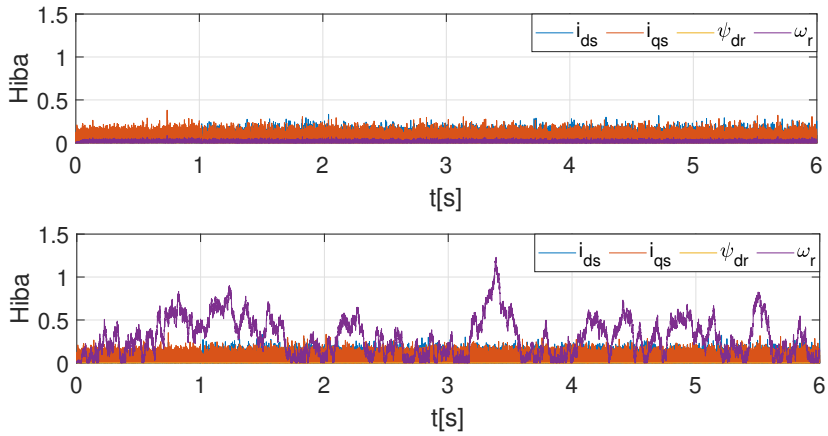
4. eset.

Ebben az esetben a fő szempont a mért és megfigyelt szögsebességek felhasználásának az összehasonlítása volt. Ebből kifolyólag egyetlen LMI paraméterpárral végeztem el, illetve ismételtem meg az előző fejezetben bemutatott szimulációt $\alpha = 0,6$ és $\phi = 0,0005$ paraméterekkel.

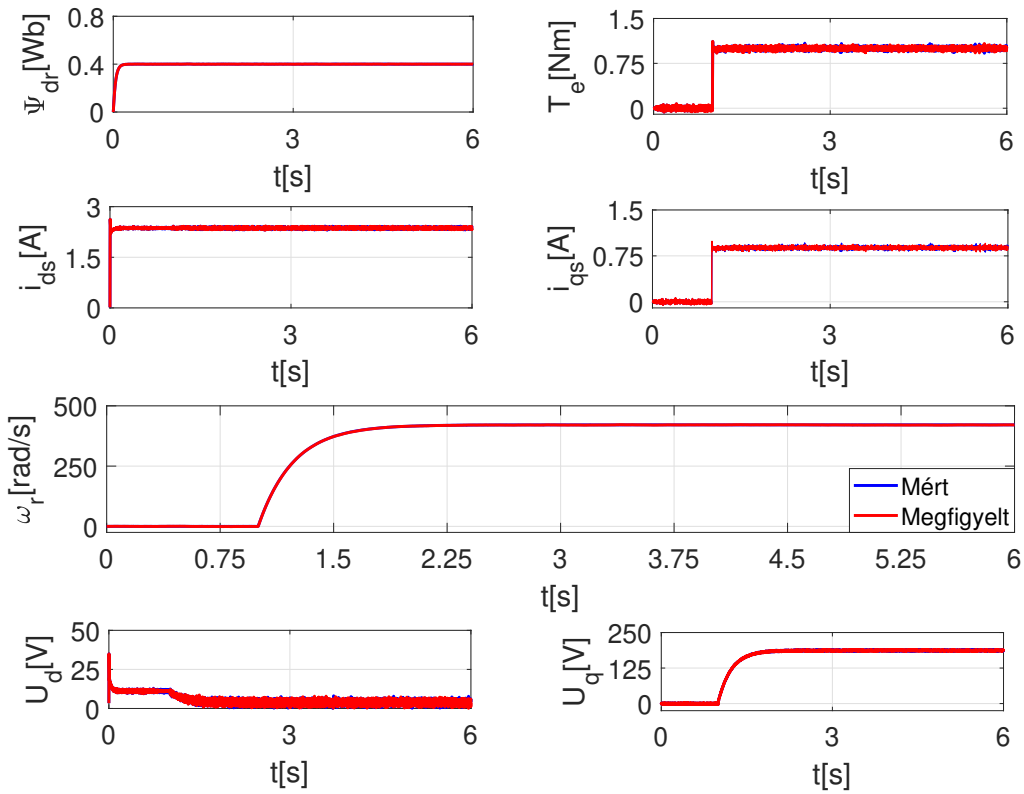


4.12. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálat állandó referencia nyomatékkal, mért szögsebességgel.

Összehasonlítva a motor, illetve a megfigyelő állapotváltozóiból képzett hibajelek időfüggvényeit, szemmel látható különbséget tapasztaltam, ahogyan az a 4.13. ábrán is látható. Az eltérés mértéke viszont nem számottevő, ezért szignifikáns különbségre a szabályozó működésében nem várható. Ennek megfelelően, a két, szinte teljesen megegyező eredmény a 4.14. ábrán látható. Mind túllövések, mind pedig állandósult hiba tekintetében megegyezik a két függvény, mindkettő gyors és pontos nyomatékszabályozást tud megvalósítani.



4.13. ábra. Hibajelbeli eltérés motor és megfigyelő szögsebesség általi rotor pozíció meghatározáshoz, felső: motor modell; alsó: megfigyelő.



4.14. ábra. Nyomatékszabályozás zajtűrőképességének vizsgálata állandó referencia nyomatékkal, mért (kék) és megfigyelt (piros) szögsebességgel.

4.3.3. Paraméterbizonytalansági vizsgálat

A robusztussági vizsgálatok egyik legalapvetőbb formája a paraméterbizonytalanság elemzése. Minden esetben, amikor egy villamos gépet üzemeltetünk, aminek nem 100% a hatásfoka, a veszteségek hőt fog termelni. A különböző típusú veszteségek eltérően melegítik a motorok lemezeléseit, tekercseit az álló- és forgórészen egyaránt, a csapágyak melegedése mellett. Az ily módon melegedő villamos gépeknek a névleges paraméterei nem tekinthetők állandónak, üzemállapottól és munkaponttól függően változhatnak, változnak.

További érdekes kérdés a tömeggyártott termékeknél a gyártási tolerancia kérdésköre is. Tudjuk, hogy nincs két ugyanolyan legyártott motor, de erről tudomásunk csak akkor lesz, ha részletes vizsgálatokat és méréseket végzünk el minden egyes példányon. Érthető okokból a gyártók csak egyetlen névleges paramétert közölnek az összes, ugyan ahhoz a szériához tartozó termékhez.

Ebből a két megfontolásból könnyen megérthető, miért szükséges az irányítás paraméterbizonytalansági vizsgálatainak elvégzése. A következőkben megvizsgálom, hogy a nyomatékszabályozó melyik paraméterre, vagy paramétereknek a hibájára a legérzékenyebb a zajjal terhelt környezethez hasonló esetek szerint.

Az itt bemutatott szimulációknál ismét abba a hibába tudok ütközni, hogy a tényleges nyomaték közvetlenül nem mérhető és nem visszacsatolható, ezért (2.14) referenciaszámításokra mindenképpen szükség van. Értelemszerűen, a rotorfluxus szabályozását csak L_m kölcsönös induktivitás változása tudja elrontani. Mélyebben beleásva magam a témába és konzultálva iparági szakemberekkel, amennyiben a kölcsönös induktivitás értéke megváltozik, az már a gyors tönkremenetel előjele, tipikusan menetrövidzár okozta hiba következménye. Hasonlóképpen az álló- és forgórész-induktivitás esetén, nagy mértékű változásra megfelelő működés esetén nem kell számítani. A tekercselések ellenállásváltozása fizikai törvényszerűségekből, (2.13) alapján számítható, a súrlódási tényező megváltozása a csapágytól függ, amikkel a következőkben szintén számolni fogok. A motor tehetetlenségi nyomatékát a melegedés nem befolyásolja, de minimális eltéréssel itt is figyelembe veszek. A következő táblázatban összefoglaltam, hogy melyik paraméternél milyen nagyságú eltérésekkel kalkulálok.

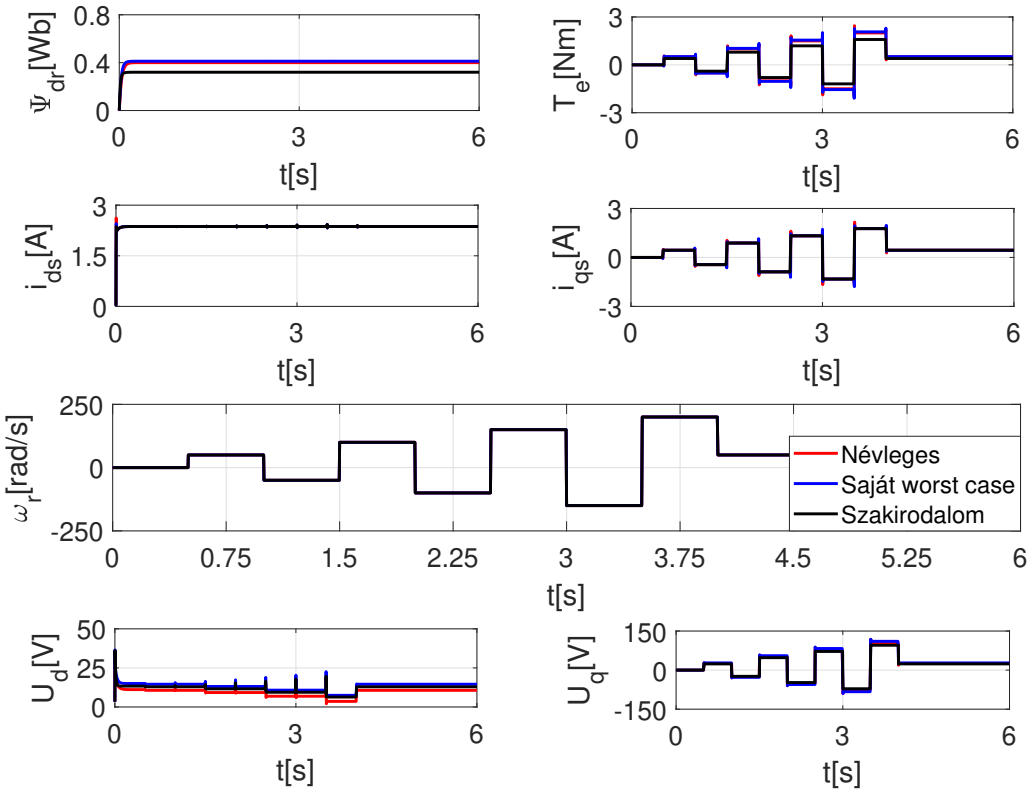
4.2. táblázat. Aszinkron gép névleges és worst case paraméterei [9, 125].

Paraméterek	Névleges érték	Változás mértéke	Worst case	Szakirodalom
R_s	4,7Ω	-10...+35%	+35%	+20%
R_r	5,2Ω	-10...+35%	+35%	+100%
L_m	0,1690H	±3%	+3%	-20%
L_s	0,1788H	±3%	-3%	-20%
L_r	0,1790H	±3%	-3%	-10%
J	0,00108kg·m^2	-	-	+30%
D_f	0,00475Nm·s	±20%	+20%	-
N	2	-	-	-

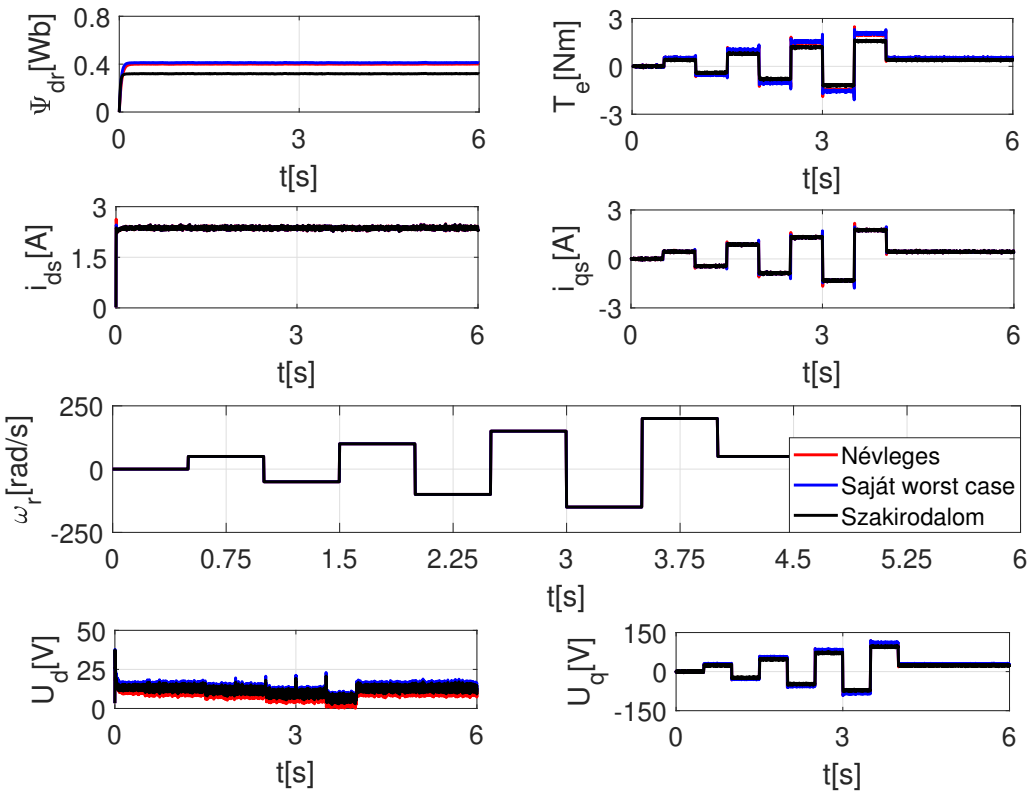
Kiindulva (2.10) állapottér modellből, D_f változása fékpadi környezetet feltételezve nem fog változást okozni. Az $L_\mathrm{m}/L_\mathrm{r}$ és $L_\mathrm{m}/L_\mathrm{s}$ tagok akkor okoznak változást, ha L_m értéke ellentétes irányba változik, mint L_s vagy L_r. Az $R_\mathrm{s}L_\mathrm{m}$ és $R_\mathrm{r}L_\mathrm{m}$ tagok miatt az ellenállást és kölcsönös induktivitást célszerű azonos irányba módosítani. Ezeket az összefüggéseket felhasználva megvizsgálom a szabályozó működését az általam definiált worst case esetet feltételezve, illetve egy ennél sokkan szélsőségesebb paraméterbeállítást is, ami [125] szerinti worst case analízis. A fejezet további részében a 4.3.2. fejezetben ismertetett eseteken keresztül fogom vizsgálni a 4.2. táblázat szerinti paramétermódosítások hatásait, amit kiegészítek az előző fejezetben ismertetett mérési zajjal is, elemezve a két zavar együttes hatását is.

1. eset

Mivel a végrehajtott szimulációk között minimális eltérés mutatkozik állandó és változó szögsebesség mellett, dinamikusan változtatott nyomatékreferenciával végrehajtott szimuláció esetén, ezért az első esetet nem vizsgálom meg külön. Az ily módon végrehajtott szimuláció eredménye látható a 4.15. ábrán, majd kiegészítve a szimulációt 0,005 értékű varianciájú mérési zajjal, a 4.16. ábrán látható a teljes vizsgálat eredménye. Számszerűsítve az ábrán látottakat, az általam definiált módosításokkal a fluxusszabályozás az L_{m} értékváltozásával arányos statikus hibát vét, aminek korrigálására mérés hiányában nincsen lehetőség. Ennek megfelelően L_{m} 20%-os csökkentése ezzel megegyező nagyságú fluxuscsökkenést okoz. Nyomatékszabályozásnál a 2Nm-es referenciaponton vizsgálva a statikus hibát, 2,067Nm és 1,589Nm-t kaptam, ami szintén a referenciaszámítás hibájából adódik. A fluxuscsökkenés egyértelmű következménye a nyomatékcsökkenés állandó i_{qs} esetén. A feszültség időfüggvényeken jól kivehető, hogy a paramétermódosítások miatt nagyobb áramokra van szüksége az áramszabályozásoknak, amiket nagyobb feszültségekkel tudunk elérni. Ennél a szimulációnál még a megnövelt varianciájú zaj sem okoz érzékelhető mértékű eltéréseket a szabályozók működésében.



4.15. ábra. Nyomatékszabályozó paraméterérzékenységi vizsgálata változó szögsebesség mellett.

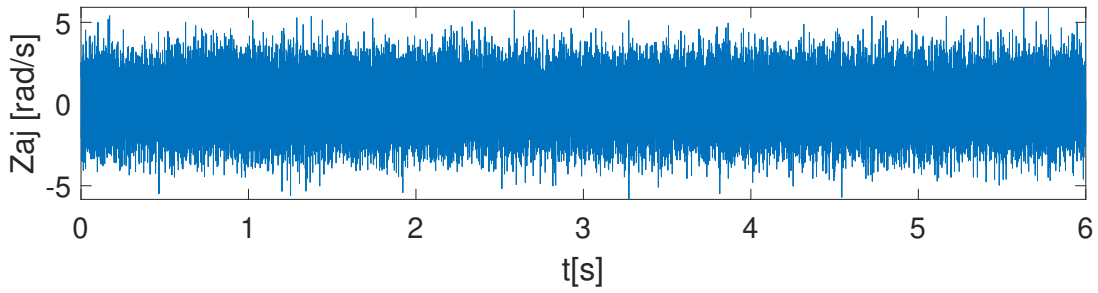


4.16. ábra. Nyomatékszabályozó paraméterérzékenységi vizsgálata változó szögsebesség mellett mérési zajjal.

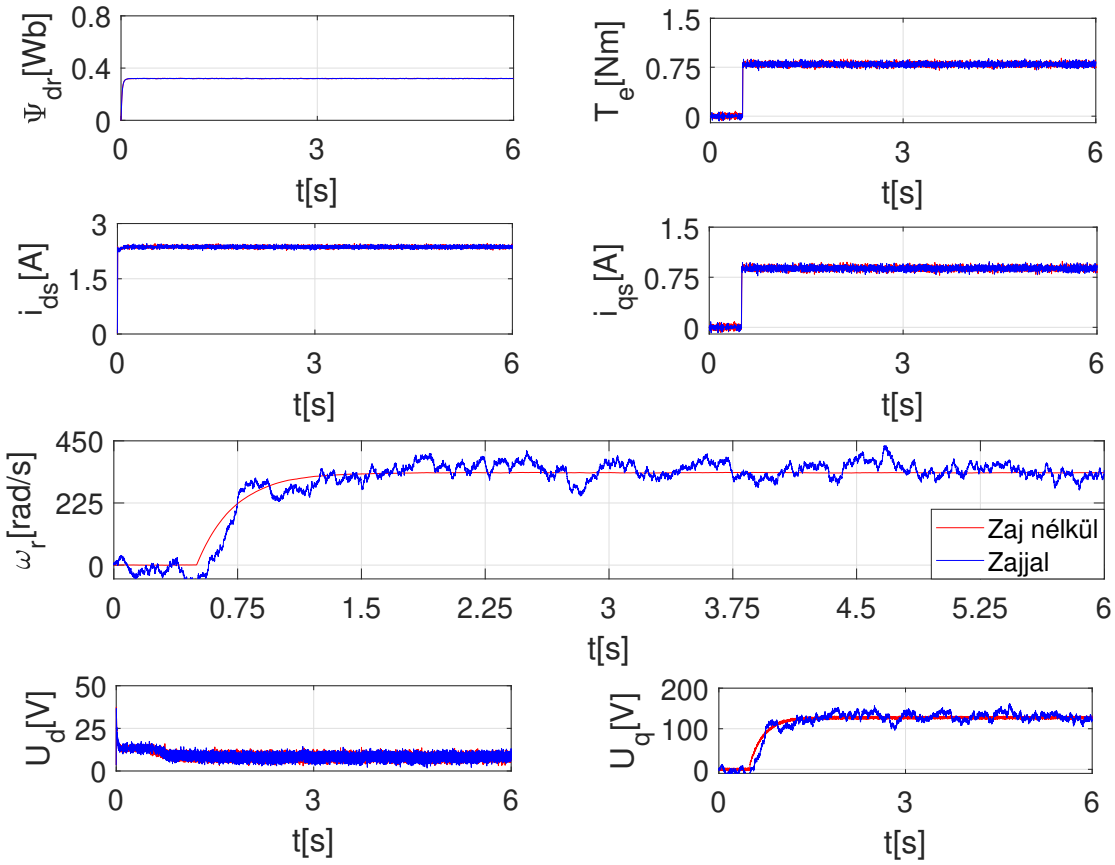
2. eset

A következőkben megvizsgálom a nyomatékszabályozó robusztusságát paraméterek módosításával és mérési zaj egyidejű alkalmazásával nem fékpadi környezetet feltételezve állandó referenciák mellett, vagyis a kifejtett nyomaték hatással lesz a motor fordulatszámára. Az előző fejezetben végrehajtott szimulációt annyival egészítettem ki, hogy a mértnek tekintett szögsebességértékhez szintén zajt rendeltem hozzá. Ezzel a megközelítéssel véleményem szerint a valóságos környezet jobban modellezhető. Mivel a szabályozó limitációjának a megtalálása a cél, szűréssel továbbra sem foglalkozom. Az előző fejezet tapasztalatait figyelembe véve, a következő szimulációknál már szimplán a szakirodalom által ajánlott paramétermódosításokat fogom végrehajtani. Amennyiben ezt az esetet képes jól kezelni az irányítás, az általam definiálttal lehetőségnél még kisebb hibákra számítok. A fordulatszámnál alkalmazott zaj időfüggvénye a 4.17. ábrán látható. A paraméterbizonytalansági vizsgálat eredménye a 4.18. ábrán látható.

Megvizsgálva a fordulatszám időfüggvényét, ismét beigazolódik, hogy a rotor pozíció meghatározásába vitt kis mértékű zaj mekkora problémát tud okozni a koordinátatranszformációk során. A fordulatszám görbét vizsgálva zaj nélkül 335rad/s értéket vett fel állandósult állapotban, míg a zajjal terhelt esetben 250,7rad/s és 433,1rad/s között



4.17. ábra. Szögsebesség mérésnél alkalmazott zaj időfüggvénye.



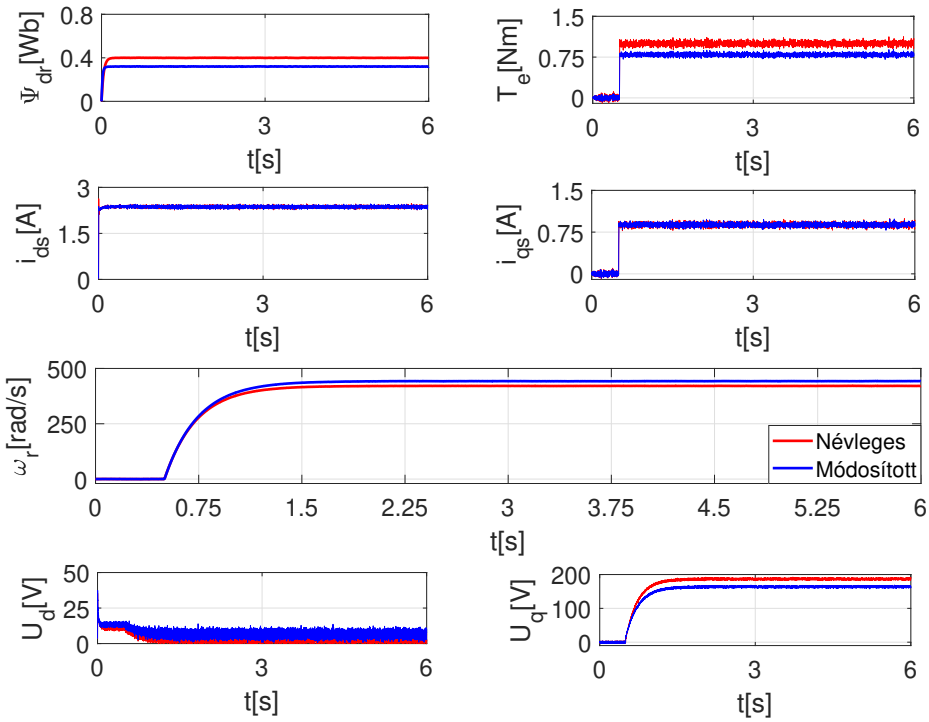
4.18. ábra. Nyomatékszabályozó paraméterérzékenységi vizsgálata szabad tengelyt szimulálva, mért szögsebességgel és mérési zajjal.

változott. Külön érdekesség, hogy az áramok zajosságát nem befolyásolja a szögsebességhez hozzáadott zaj mértéke. Természetesen a paraméterek módosításából adódó statikus hibát továbbra sem tudom kiküszöbölni.

3. eset

Végezetül ebben az esetben megvizsgálom milyen eltéréseket okoz a fordulatszám szenzor nélkülözése és megfigyelővel történő helyettesítése nyomatékszabályozó üzemmódban paraméterbizonytalansági vizsgálatok során.

Ahogyan arra a megfigyelők működéséből számítani lehetett, a megfigyelő kompenzálási képessége jelen esetben csak az áramszabályozókra terjed ki, amit el is végez. Minden további hiba benne marad a rendszerben, nevezetesen a fluxus és nyomatékszabályozó statikus hibája, illetve a szögsebesség túlbecslése is megfigyelhető, ami jelen esetben 21,1rad/s (5,01%), ahogyan az a 4.19. ábrán is látható.



4.19. ábra. Nyomatékszabályozó paraméterérzékenységi vizsgálata szabad tengelyt szimulálva, becsült szögsebességgel, mérési zajjal.

Az ebben a fejezetben elért és bemutatott eredmények alapján elmondható, hogy az integrátorral kiegészített tenzorszorzat modellhez illesztett, fluxus és nyomatékszabályozás robusztussága egyértelműen javult az LMI típusú megfigyelő implementálásával. Az általam worst case esetnek titulált vizsgálatok során minimális statikus hibák voltak megfigyelhetők. A paraméterek további, drasztikus elhangolása mellett is stabil maradt a szabályozó, nem tudtam - az ésszerűség határain belül - olyan peremfeltételeket támasztani az szabályozóval szemben, amit ugyan egyre növekvő statikus hibával, de ne tudott volna kezelni.

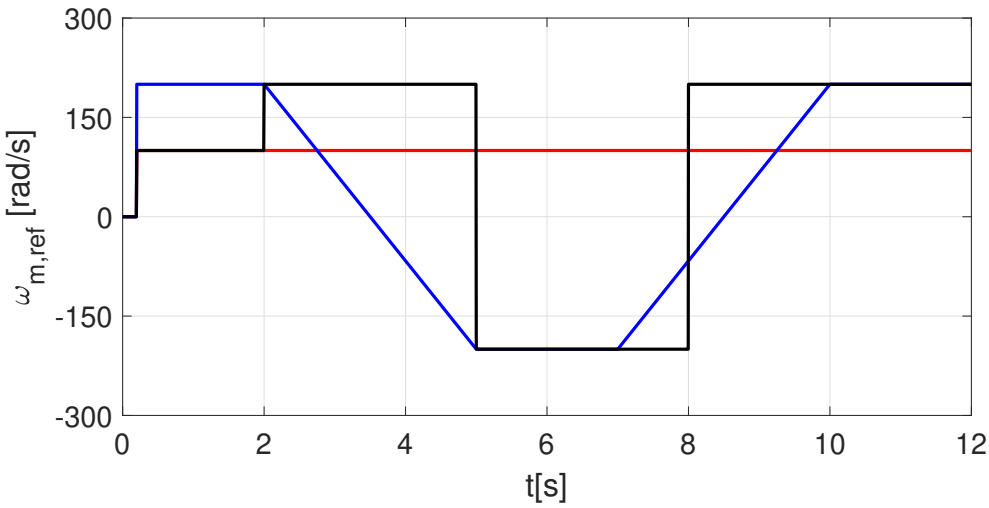
4.4. Sebességszabályozó robusztusságának vizsgálata

Ebben a fejezetben részletekbemenő robusztussági vizsgálatát fogom elvégezni a fordulatszám-szabályozónak. A 4.1. fejezetben érintőlegesen bemutatott LMI típusú szabályozó és megfigyelő működésének részletes vizsgálatát fogom elvégezni a következő robusztusságot meghatározó tesztekkel:

- Terhelésváltások vizsgálata;
- Mérési zaj alkalmazása az áram és szögsebesség jelek esetén;
- 4.2. táblázat szerinti paraméterbizonytalansági vizsgálatok.

A valóság minél pontosabb közelítése érdekében az előző vizsgálatokat elvégzem állandó szögsebességnél, lassan változó sebességreferenciával, illetve egységugrásként változtatott referenciaérték mellett is. Az optimális szabályozóparaméterek definiálásához több $\alpha - \phi$ paraméterpárral fogom a szimulációkat végrehajtani. Mivel a $\mathbf{C}$ visszacsatoló mátrix tartalmazza az ω_r szögsebességet, ezért arra nincsen lehetőség, hogy mechanikus érzékelő nélküli szimulációs vizsgálatokat hajtsak végre. A megfigyelő bemenetének szüksége van a mértnek tekinthető szögsebesség értékre.

A 4.20. ábrán látható a következő fejezetekben alkalmazott mechanikai szögsebesség referencia. Amennyiben a későbbiekben további, speciális referenciaértékre lenne szükség, akkor azt külön ki fogom emelni.



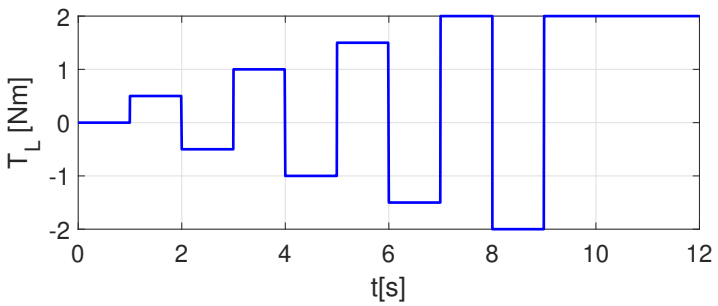
4.20. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata során alkalmazott referencia mechanikus szögsebesség időfüggvények.

4.4.1. Terhelésváltások vizsgálata

A sebességszabályozó üzemmód egyik legalapvetőbb tesztje a különböző irányú és nagyságú terhelések alkalmazása. Mivel az általam kiválasztott motor névleges nyomatéka 2Nm, ezért a maximális terhelést is erre az értékre állítottam be, ahogy az a 4.21. ábrán látható. A szabályozó beállási idejét szem előtt tartva, az eddig megszokottól eltérően, 1 másodpercenként történik terhelésváltás.

Első lépésként különböző $\alpha - \phi$ paraméterekkel elérhető szabályozók viselkedését vizsgáltam meg terhelőnyomaték alkalmazásával, melynek eredménye a 4.22. ábrán látható, a sebességszabályozó dinamikus jellemzőit a $t = 8$s időpillanat után vizsgálva a 4.3. táblázatban összegeztem.

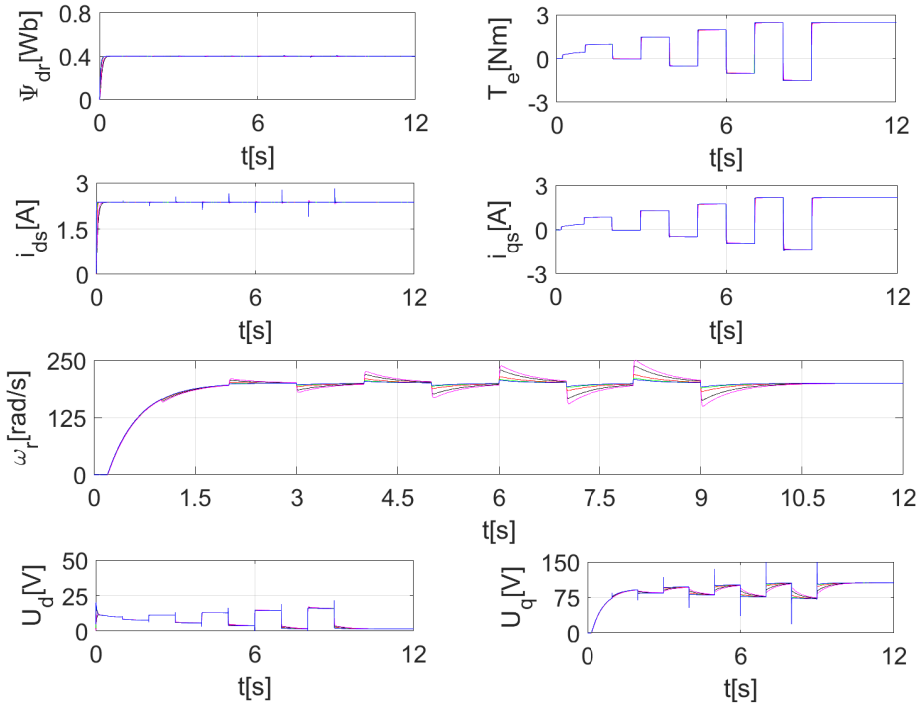
Ellentmondásosnak tűnhet, hogy a táblázatban legkisebb túllövéssel bíró kék színhez az ábrán meglehetősen nagy feszültségtüskék (például U_q esetén 52,97% $t = 9$s-ban) társulnak. Mivel a fordulatszám-szabályozás átviteli függvénye egy egytárolós tag, ezért az ilyen jellegű feszültség és áramtüskék nem fognak megjelenni a szabályozott jellemzőn, vagy csak nagyon kis mértékben, ahogy az i_ds és ψ_dr esetében is megfigyelhető. Későbbiekben a zöld színhez tartozó paraméterpárral fogom folytatni a szimulációs vizsgálatokat. Amennyiben olyan szélsőséges vizsgálatot hajtok végre, ahol ezek a paraméterek nem szolgáltatnak megfelelő stabilitást, még tovább fogom lassítani a szabályozó sebességét.



4.21. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata során alkalmazott terhelőnyomaték időfüggvénye.

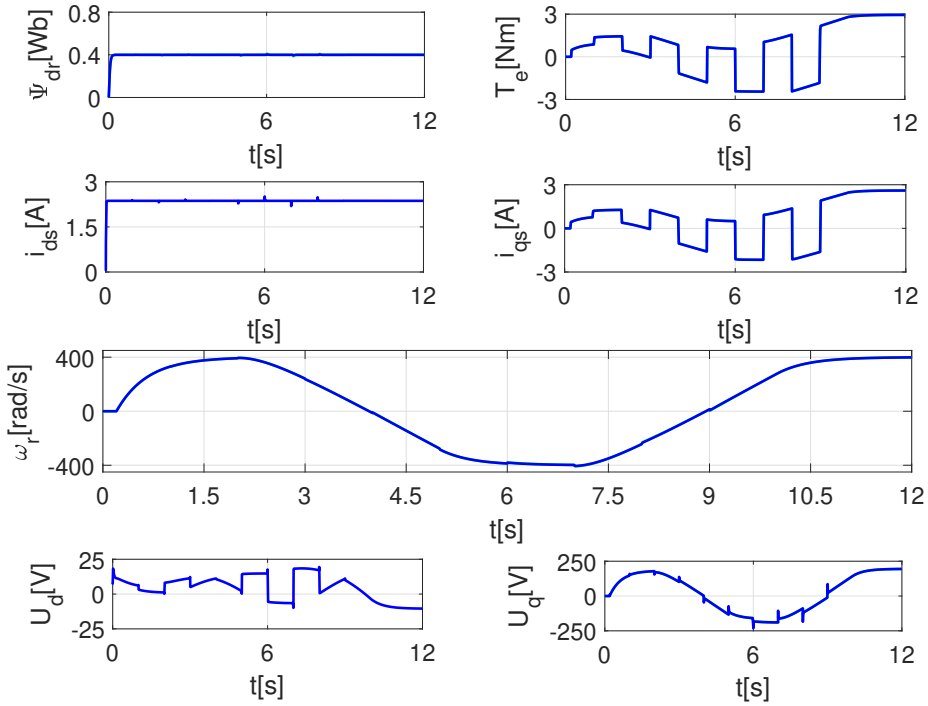
4.3. táblázat. Fordulatszám-szabályozás dinamikus jellemzői terhelésváltások hatására.

Szín	Paraméterek	Beállási idő	Túllövés
Fekete	$\alpha = 0,1$ és $\phi = 0,002$	1000+ms	25,25%
Magenta	$\alpha = 0,05$ és $\phi = 0,002$	1000+ms	18,85%
Piros	$\alpha = 0,1$ és $\phi = 0,001$	729ms	9,55%
Zöld	$\alpha = 0,3$ és $\phi = 0,001$	466ms	5,55%
Kék	$\alpha = 0,3$ és $\phi = 0,0005$	335ms	4,2%



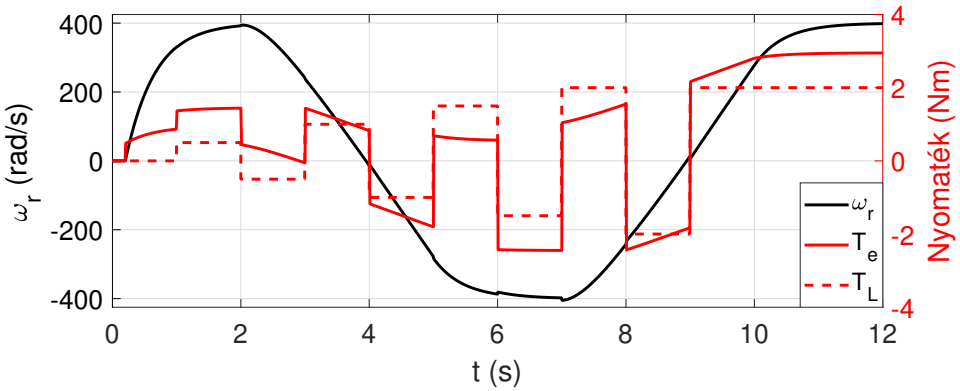
4.22. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal állandó referenciát alkalmazva.

Következő vizsgálat során megvizsgálom a szabályozó működését pozitív és negatív meredekségű rámpa referencia esetén is, melynek eredménye a 4.23. ábrán látható.



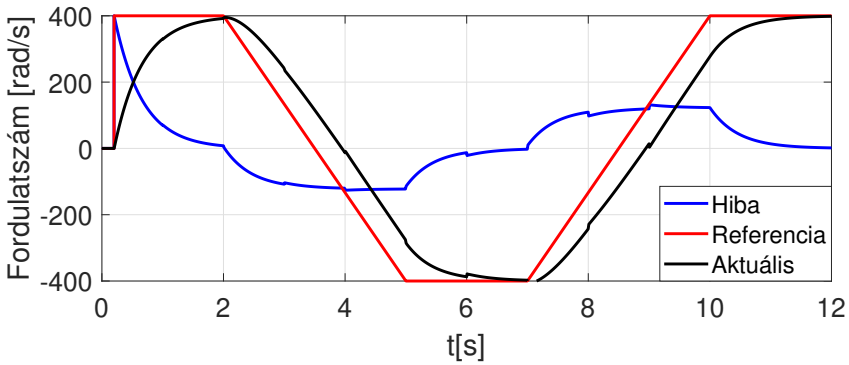
4.23. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, rámpa referenciát alkalmazva.

Ahogyan arra a fejezet elején is kitértem, szándékosan úgy választottam meg a referenciák és terhelések amplitúdóját és időbeni eloszlását, hogy minden egyes fontos munkapontban vizsgálni tudjam a szabályozó működését. Ennek megfelelően jól látszik a fordulatszámgörbén, hogy minden esetben ugyanazt a felfutási és beállási időt mérhetjük, függetlenül a terhelőnyomatéktól. Sőt, külön érdekesség a T_e időfüggvényén, hogy a szabályozó kvázi hajtásként felhasználja T_L éppen aktuális értékét és így biztosítja összességében az egyenletes fékezést és gyorsítást, ezt szemlétetem a 4.24. ábrán.



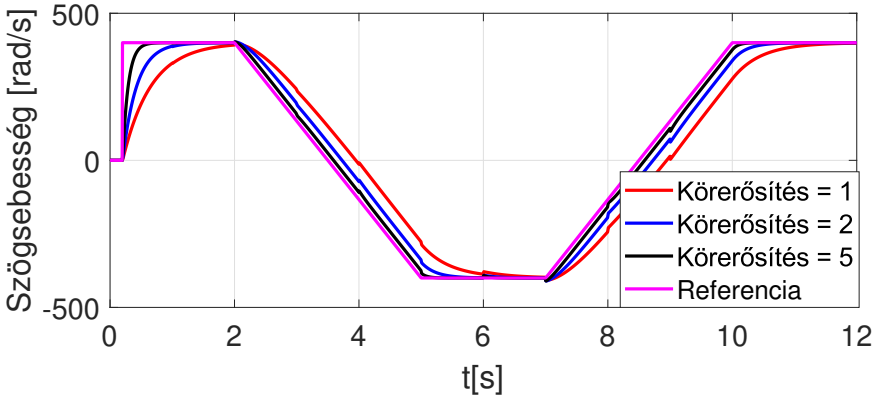
4.24. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, rámpa referenciát alkalmazva.

Megvizsgálva a szabályozó dinamikus hibáját, a rendszer egyik fontos hiányossága tárul elénk. Az eddigi vizsgálatok során egyértelmű volt, hogy a rendszer értéktartó szabályozási képessége jó, viszont a követő szabályozást nem vizsgáltam. A 4.25. ábrán a rendszer dinamikus hibája látható, ahol a legnagyobb hiba változó referencia esetén meghaladja a 100rad/s-ot. A szabályozás alapvető hibája, hogy nincsen sebességre optimalizálva, ezáltal a beavatkozó jel (jelen esetben a nyomaték) sosem rendelkezik túllövéssel. Vagyis mindig akkora nyomatékkal avatkozik be a referencia eléréséhez, amekkorára állandósult állapotban szükség lesz.



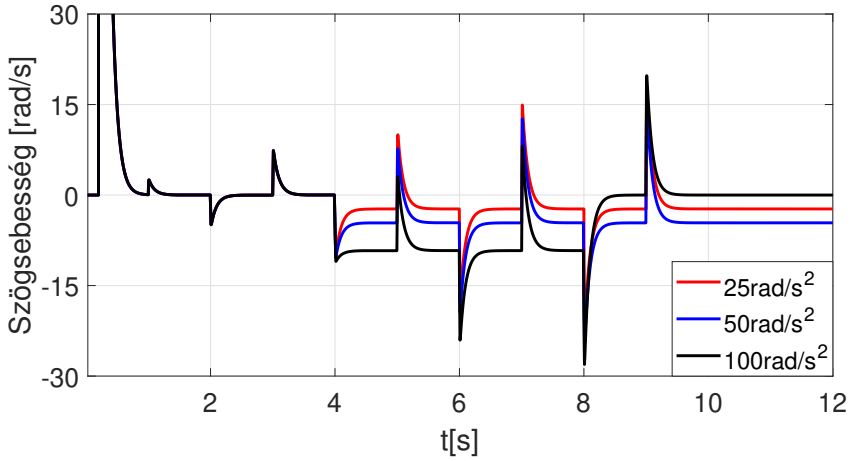
4.25. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, rámpa referenciát alkalmazva.

Ezt a problémát a meglévő LMI-k hangolásával nem lehet kiküszöbölni. További LMI-k implementálásával megoldható lenne a probléma, ami túlmutat már a jelen munkán. Érdekességképpen megvizsgáltam, hogy a szabályozó körerősítését módosítva lesz-e túllövése a nyomatéknak, tudom-e csökkenteni ily módon a beállási időt és a dinamikus hibát. Ennek eredménye látható a 4.26. ábrán, ami alapján elmondható, hogy a dinamikus hiba egy ilyen egyszerű megoldással drasztikusan csökkenthető a körerősítés növelésével.



4.26. ábra. Fordulatszám-szabályozás dinamikus hibájának vizsgálata körerősítés módosításával terhelőnyomatékkal, rámpa referenciát alkalmazva.

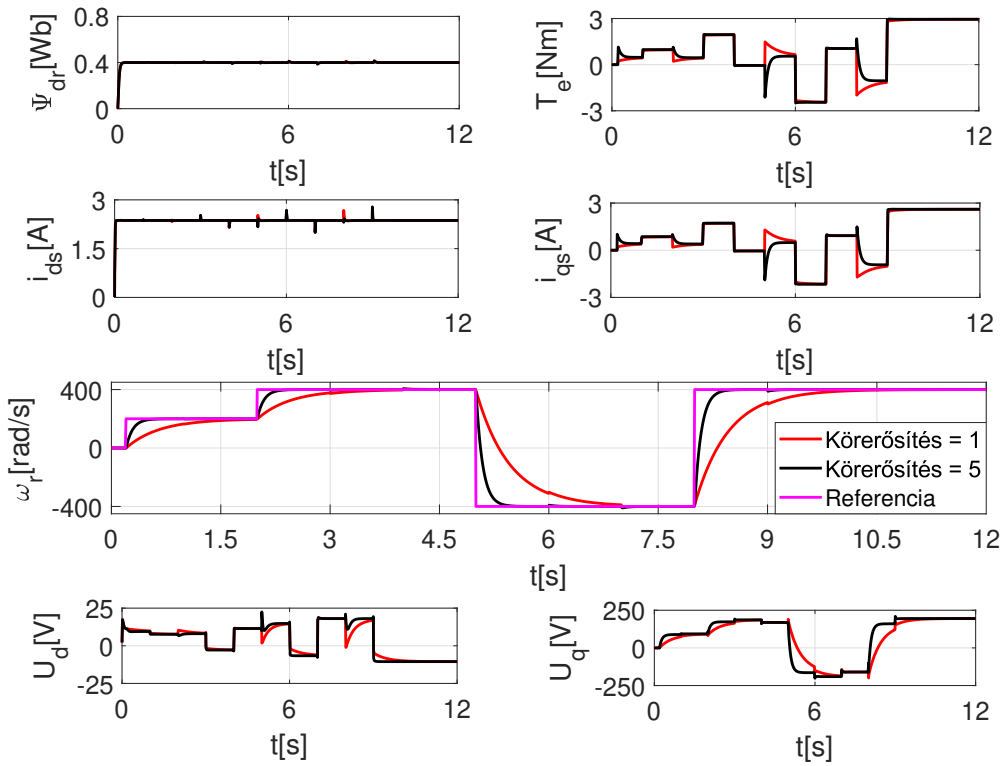
Megvizsgálva a szabályozó dinamikus hibáit ötös körerősítéssel, különböző meredekségű rámpákkal, azt tapasztaltam, hogy $\frac{\mathrm{d}\omega_\mathrm{r}}{dt} = 25; 50; 100\mathrm{rad/s}^2$ esetén a dinamikus hiba rendre 2,302; 4,591; 9,202rad/s volt. Ez látható a 4.27. ábrán, ahol negatív meredekségű rámpát alkalmaztam $t = 4$s-ről és $\omega_{\mathrm{r,ref}} = 400$rad/s-ről indulva.



4.27. ábra. Fordulatszám-szabályozás dinamikus hibájának vizsgálata körerősítés módosításával terhelőnyomatékkal, rámpa referenciát alkalmazva.

Amennyiben fontos kritérium rámpázás közben a sebességreferencia pontos tartása, akkor 100rad/s^2 meredekségnél kisebb értékkel tudunk csak számolni a megengedhető maximális hiba függvényében. Későbbiekben az itt bemutatott növelt körerősítéssel fogok szimulációkat végezni.

Végezetül összehasonlítom a módosított körerősítésű szabályozó dinamikus jellemzőit ±800rad/s referenciaváltozás esetén, melynek eredménye a 4.28. ábrán látható.



4.28. ábra. Fordulatszám-szabályozás dinamikus hibájának vizsgálata körerősítés módosításával terhelőnyomatékkal, egységugrás referenciákat alkalmazva.

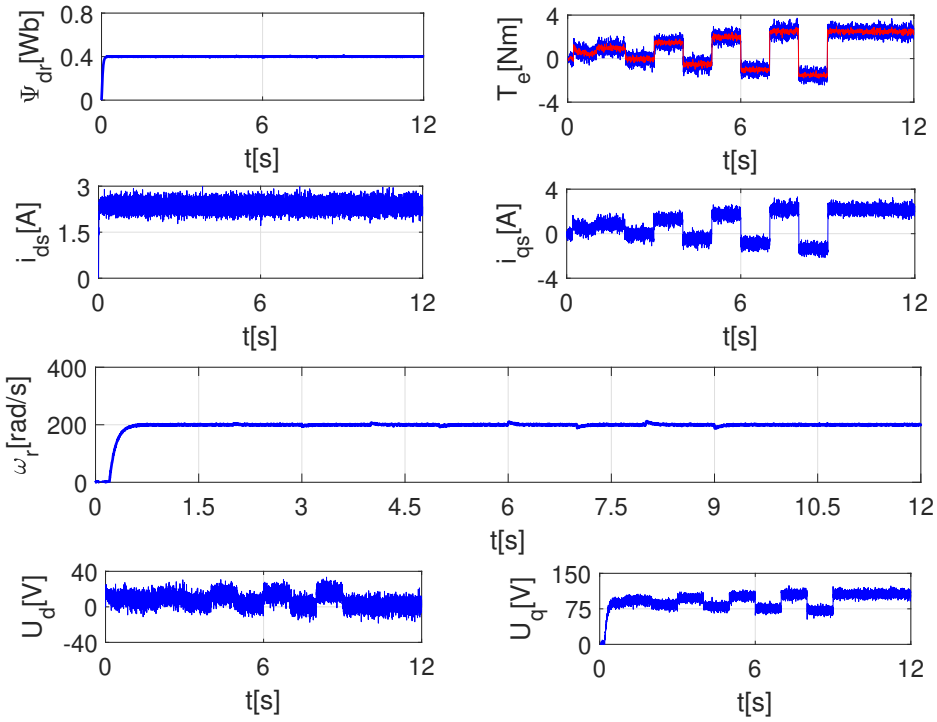
A dinamikus jellemzőket $t = 8$s után számszerűsítve: a felfutási idő rendre 1405ms és 265ms, míg a beállási idő 2160ms és 414ms, ami alapján elmondható, hogy a körerősítés módosítása bárminemű referencia módosítás esetén pozitív javulást biztosít, ami - egyelőre - a szabályozó robusztusságán nem rontott.

Az elvégzett szimulációk alapján elmondható, hogy a szabályozó stabil és pontos működésre képes terhelőnyomatéktól és referenciajel típustól függetlenül, melynek további robusztussági vizsgálata szükséges, figyelembe véve mérési zajt és paraméterbizonytalanságot.

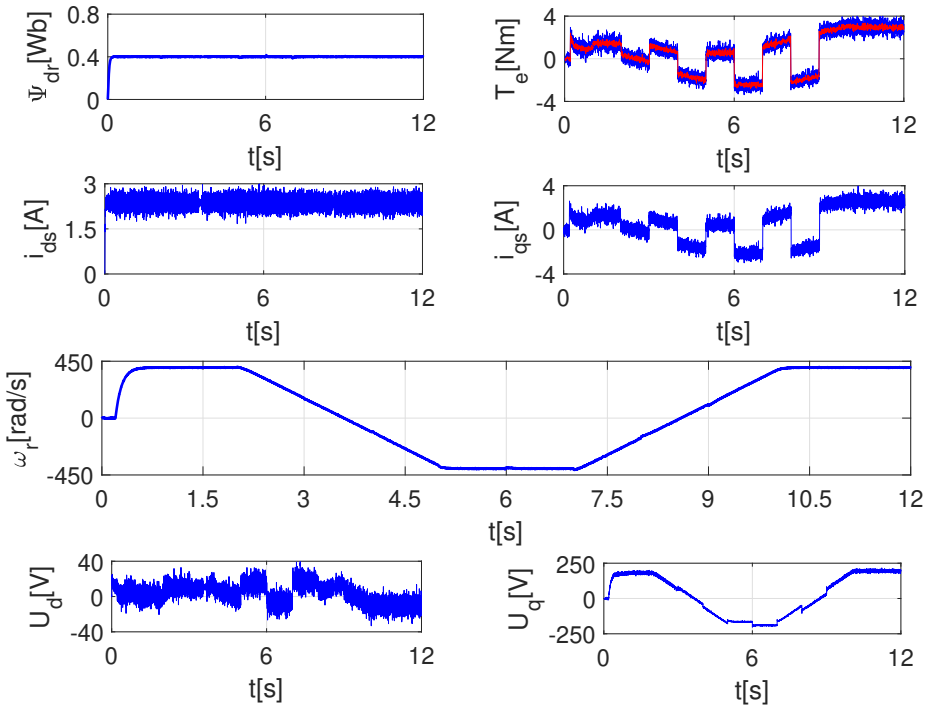
4.4.2. Mérési zaj alkalmazása

Ebben a fejezetben a 4.20. és 4.21. ábrák szerinti referenciákkal, illetve terhelőnyomatékkal hajtok végre teszteket, immáron mérési zajt is hozzáadva a rendszerhez. Először megvizsgálom az irányítás robusztusságát a mértnek tekintett áramjelekre és szögsebességre illesztett mérési zajjal, megkeresve a stabilitás határhelyzetét. Második esetben egy valóságot jól leíró zajvariancia mellett offset-hibát is beleviszek a rendszerbe, szintén megkeresve a stabilitás határhelyzetét. A könnyebb értelmezhetőség érdekében, a nyomatékszabályozóhoz hasonlóan, 0,002 variancia mellett mutatom be az eredményeket, majd összegzem a tapasztalatokat. Állandó, rámpa és egységugrás referenciával végrehajtott szimulációk eredménye rendre a 4.29., 4.30. és 4.31. ábrán láthatók.

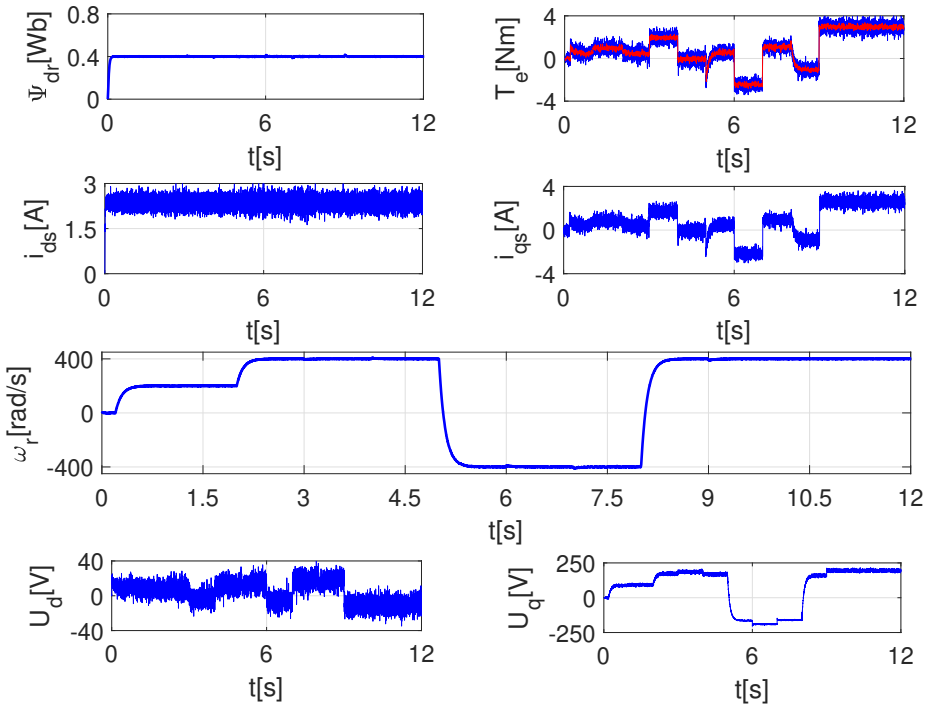
A nyomatékgörbéken látható piros függvény minden esetben egy 100 elemes csúszó átlag a könnyebb értelmezhetőség érdekében. Az áramokon megfigyelhető ±20%-os, míg fordulatszám esetén ±3%-os zaj ellenére a fluxus és fordulatszám-szabályozás is stabilan működik. A szögsebességre rakódó zaj miatt a túllövés mértéke valamelyest nőtt állandósult állapotban terhelésváltások hatására, míg folyamatosan változó referencia mellett lényegi változás nem tapasztalható, ahogyan a 4.32. ábrán is látható. A szabályozó dinamikus hibája a statikushoz hasonlóan minimálisan változott, a 266,67rad/s meredekségű rámpa esetén 10% körül alakul a hiba mértéke.



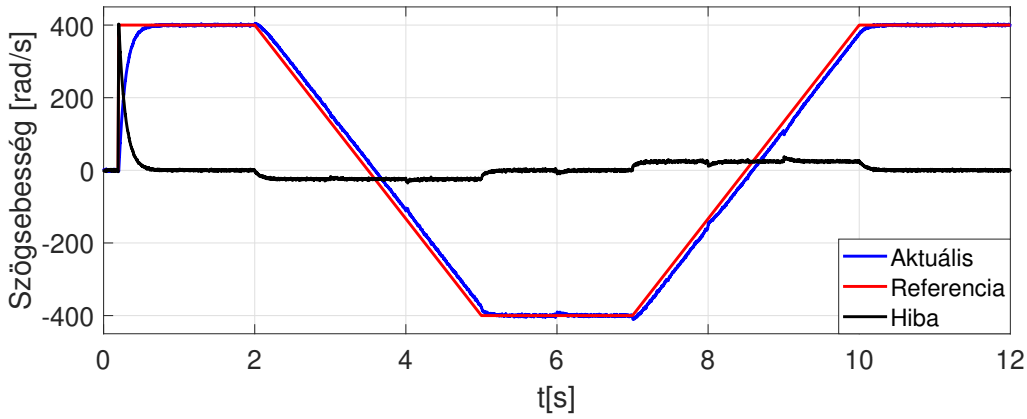
4.29. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztusságának vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal, egységugrás referenciákat alkalmazva.



4.30. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztusságának vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal, egységugrás referenciákat alkalmazva.



4.31. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztusságának vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal, egységugrás referenciákat alkalmazva.



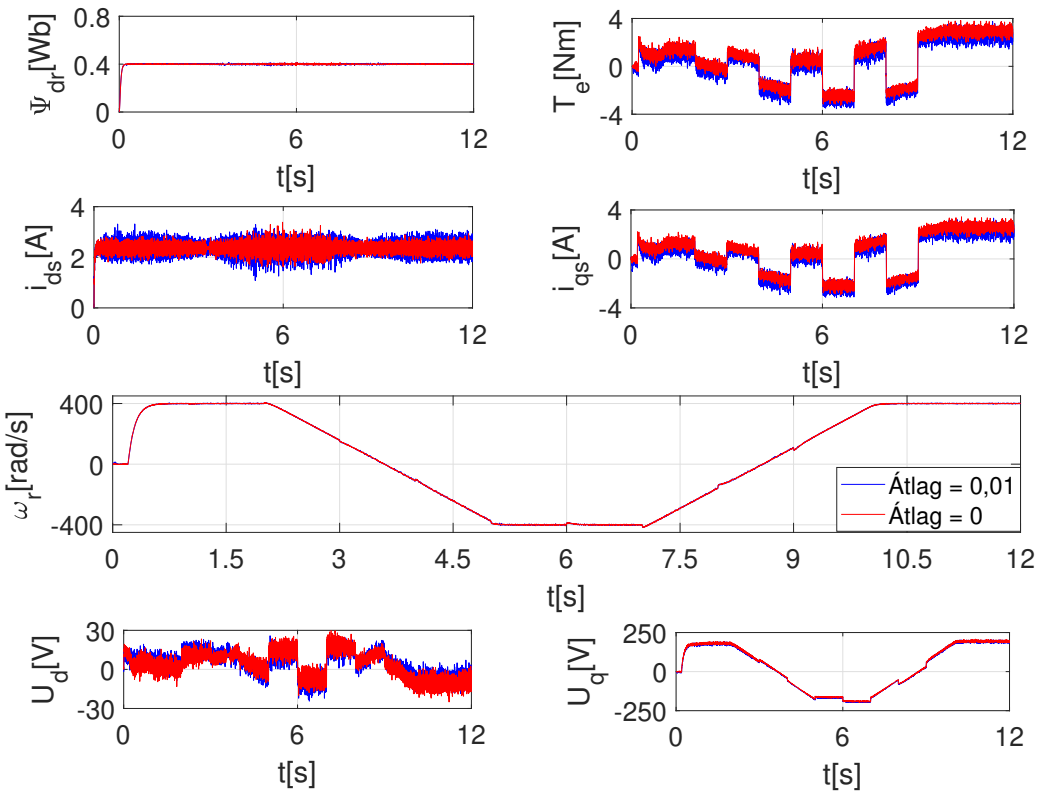
4.32. ábra. Fordulatszám-szabályozás dinamikus hibájának vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal, rámpa referenciát alkalmazva.

Mindhárom esetben megkerestem azt a maximális zaj varianciát, ahol a szabályozó még stabil marad és valós környezet szempontjából még értelmezhető jelekkel számol, ami 0,017 volt. Kontextusba helyezve ezt az értéket, i_{ds} és i_{qs} esetén $\pm 50\%$-os állandó oszcillációt jelent. Ez az eredmény mutat rá igazán a szabályozás robusztusságára, ilyen jelalakok már megvalósíthatósági kérdéseket vetnek fel.

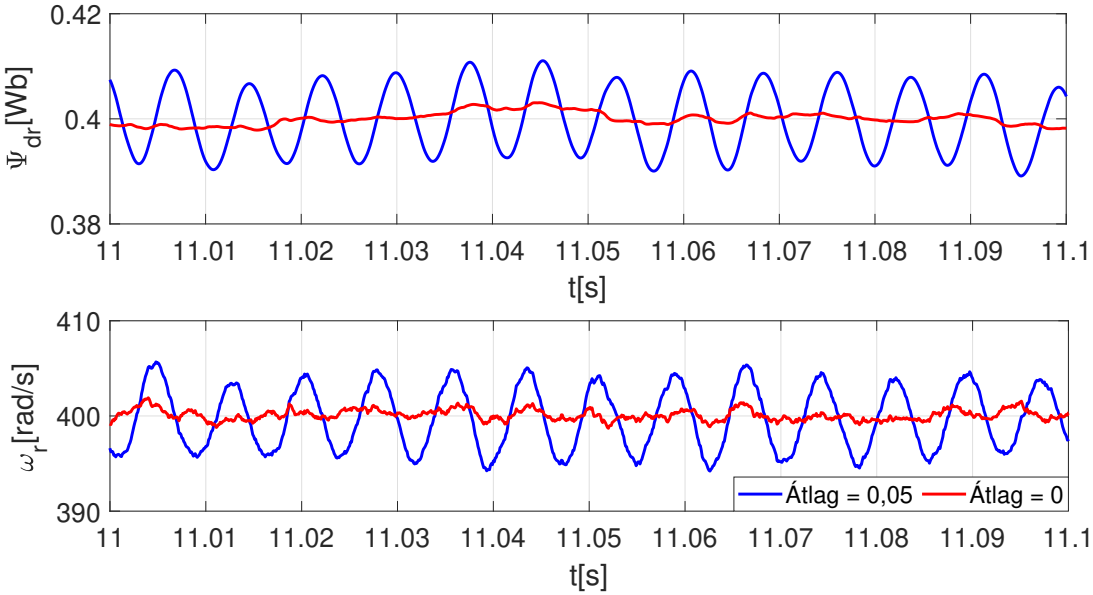
Végezetül megvizsgálom, hogyan hat a szabályozó működésére az olyan mérési zaj, aminek az átlagértéke nem 0. A 0,01-es átlagérték mellett a varianciát 0,001-nek állítottam be, szemléltetve az offset hatását, ahogyan a 4.33. ábrán látható.

Az eredmény érdekessége, hogy az i_{ds} áramon megjelenő zaj amplitúdó függ a fordulatszám nagyságától és irányától is. Míg i_{qs} esetében a zaj mértéke nagyjából állandó, addig i_{ds} esetén $\omega_{\mathrm{r}} \approx 0$ értéken a legkisebb. $\omega_{\mathrm{r}} = -400$ esetén a maximális kilengése nagyobb, mint $\omega_{\mathrm{r}} = 400$ esetén, ahogy ennek hatása már ψ_{dr} függvényén is megjelenik 2,5%-os kilengéseket okozva. A fordulatszám-szabályozás pontosságán ez a mértékű zaj még nem ront. Ellenben, ha megnövelem ötszörése a középértéket, drasztikus romlás figyelhető meg. Ebben az esetben már csak a szabályozott jellemzőket mutatom meg, mert a feszültség, áram és nyomatékgörbék már szinte értelmezhetetlen mértékű zajt tartalmaznak. Ahogyan látható, mindkét jellemző nagyjából 7ms-os periodicitással oszcillál fluxus esetén $\pm 2,5\%$-os, míg fordulatszám esetén $\pm 1\%$-os amplitúdóval.

Az itt elvégeztt szimulációk célja a szabályozó limitációinak feszegetése volt, ami alapján elmondható, hogy a kimeneti jel nagy zajjal terhelt környezetben is stabilan tud működni. Figyelembe véve, hogy a valóságban a mért eredményeket szűrés után dolgozzuk fel szabályozóval, későbbiekben 0,001-es variancia és 0 középértékű zaj mellett fogom elvégezni a paraméterbizonytalansági vizsgálatokat.



4.33. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal 0,01-os középértékkel, rámpa referenciát alkalmazva.

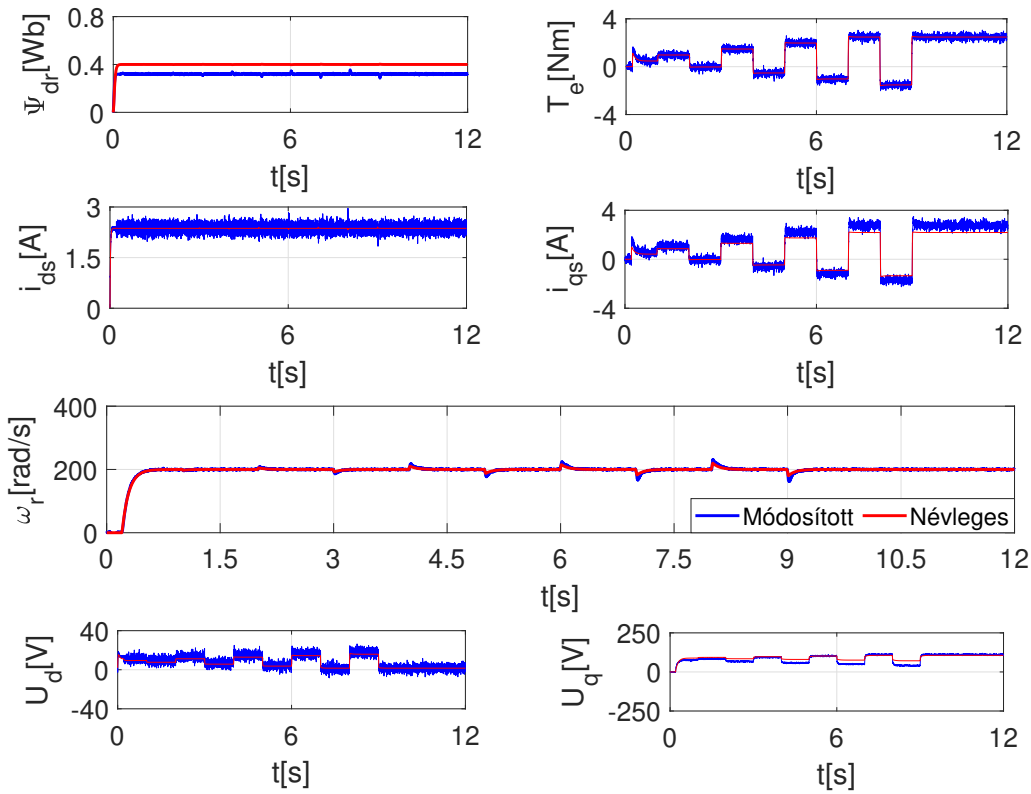


4.34. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal és mérési zajjal 0,05-os középértékkel, állandó fordulaton.

4.4.3. Paraméterbizonytalansági vizsgálat

A 4.3.3. fejezethez hasonlóan, a 4.2. táblázatban szereplő paramétermódosításokat fogom alkalmazni a következő szimulációk során. Mivel a szakirodalomban szereplő worst case vizsgálatával egyszerűbb a szabályozó limitációjának megtalálása, mint az általam definiált változattal, ezért ezzel a paraméter beállítással fogok számolni. Mivel az általam fejlesztett irányítás nem érzékelő nélküli szabályozást valósít meg, ezért nincs relevanciája a modell paraméterbizonytalanságának vizsgálatára változónként külön-külön. Egy-egy paraméter módosítása mindössze néhány tized, esetleg százalékos eltérést okoz, a sebességszabályozó működését érdemben nem befolyásolja.

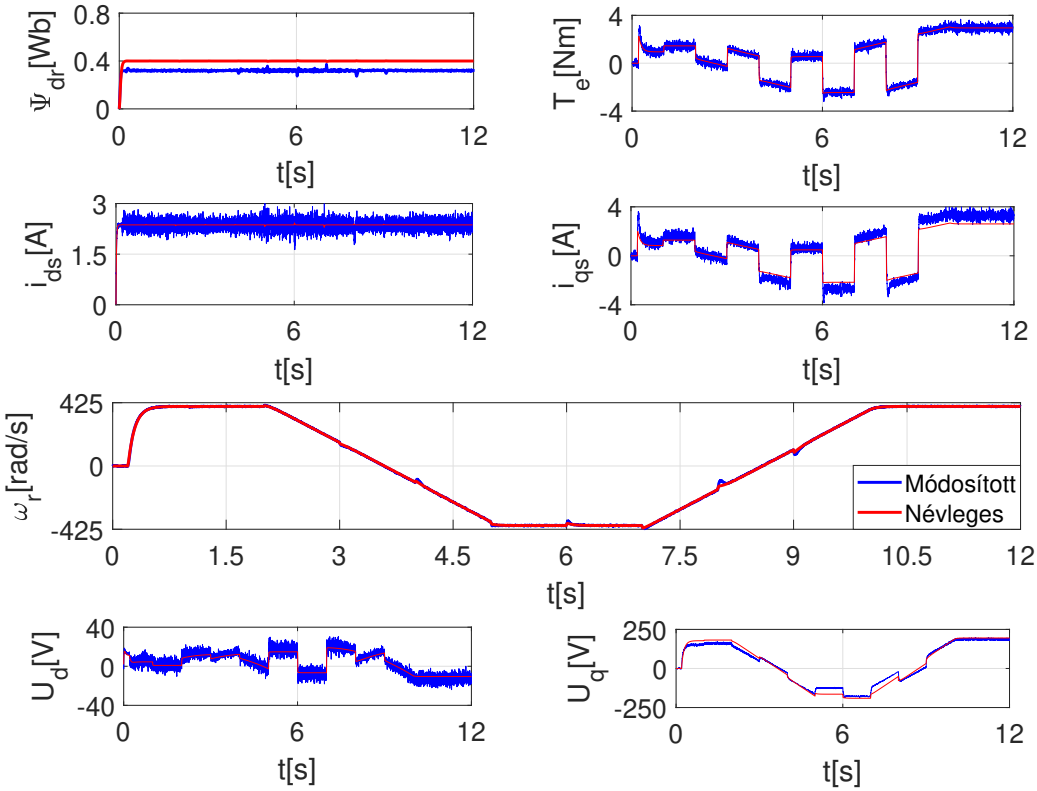
Mivel állandó referenciák esetén a paraméterek adott időpillanatban történő módosítása a sebességszabályozóra csak minimális hatást (3,4rad/s, 1,7% túllövést) gyakorol, ezért minden esetben a bekapcsolás időpillanatától kezdve érvényesítem a paraméterek módosítását. Állandó referenciával végzett összehasonlító szimuláció eredménye látható a 4.35. ábrán, ahol a piros szín a zaj nélküli és névleges paraméterhez, míg a kék a módosított paraméterrel és zajjal elvégzett szimulációhoz tartozik.



4.35. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, mérési zajjal és paraméter módosítással, állandó fordulaton.

Az eredményről elmondható, hogy a módosított paraméterekkel rendelkező rendszer érzékenyebb a terhelésváltásokra. A fluxusszabályozás állandó 20%-os hibája - ami továbbra is az L_{m} paraméter módosításának következménye - mellett, a terhelések hatására kialakuló túllövések 0,55%-ról 9,2%-ra nőttek, ami jelentős eltérés, habár néhány 10ms alatt sikerül korrigálni a hibát. Ennek hatása megfigyelhető a fordulatszám-szabályozón is, a referencia szimuláción tapasztalt 9,9%-os túllövés 15,8%-ra nőtt, amit 180ms alatt korrigál a szabályozó.

Megismételve a vizsgálatot rámpát is tartalmazó referenciákkal, az előző vizsgálatnál tapasztaltak figyelhetők meg, még nagyobb tranziens eltérésekkel, túllövésekkel. Ennek eredménye látható a 4.36. ábrán.

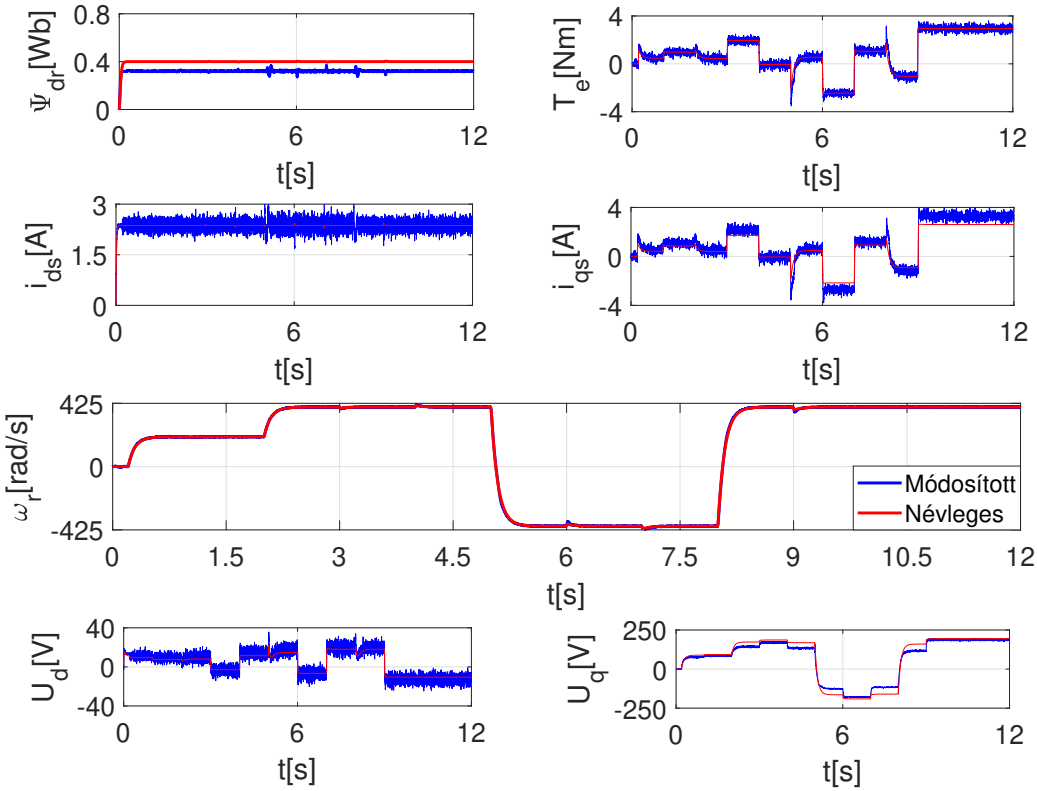


4.36. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, mérési zajjal és paraméter módosítással, rámpa referenciát alkalmazva.

A fluxus túllövések névleges nyomatékterhelés esetén elérik a 14,62%-ot, amit 85ms alatt tud korrigálni a szabályozó. Fordulatszám-szabályozó esetén szintén a névleges nyomatékterhelésnél vizsgálva a túllövések közötti eltérés 35rad/s, ami 26,2%-nak felel meg, amit 126ms alatt korrigál a szabályozó.

A nagyobb mértékű fordulatszám referencia ugrásokkal végrehajtott szimulációs eredmények rámutatnak a nullátmenet vizsgálatának fontosságára. Ahogyan az a 4.37. ábrán

is látható, $t = 5$s és 8s körül, ahol $\omega_r \approx 0$rad/s és éppen terhelésváltás is történik, a fluxus értéke az eddigiekhez képest is nagyobb túllövéssel rendelkezik.



4.37. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, mérési zajjal és paraméter módosítással, egységugrás referenciákat alkalmazva.

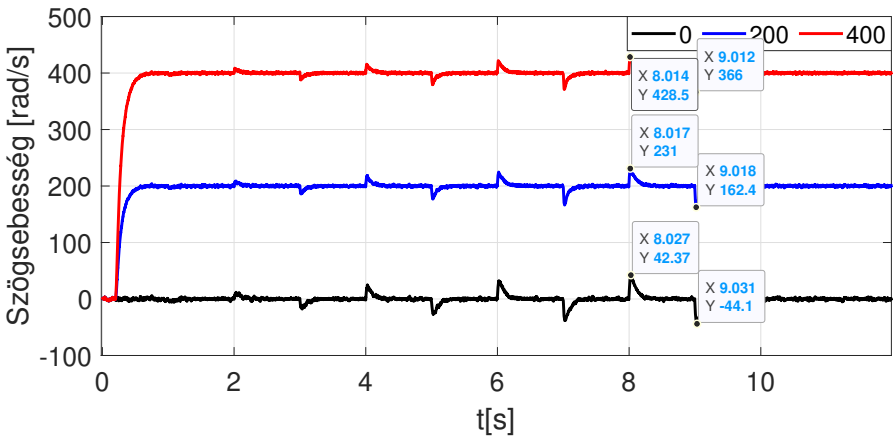
Ebben az esetben már majdnem eléri a 14%-ot a túllövés mértéke, amit a szabályozó a T_e további emelésével old meg, stabil értéken tartva a fordulatszám változást. Ideális esetben 54%-os túllövést alkalmaz a szabályozó, ami paraméterbizonytalansági vizsgálat során 300%-os túllövéssé változik. Fontos azonban megjegyezni, hogy az általam modellezett motor maximális, rövid ideig megengedett nyomatéka 10Nm, tehát az ilyen mértékű nyomatékcsúcsok sem okozhatnak prolémát a motorban.

Az itt elért eredmény alapján adja magát az $\omega_r = 0$ eset részletesebb vizsgálata is, ami megfigyelhetőségi problémákat okoz a klasszikusnak tekinthető megfigyelők alkalmazása esetén, melynek eredménye a 4.38. ábrán látható.

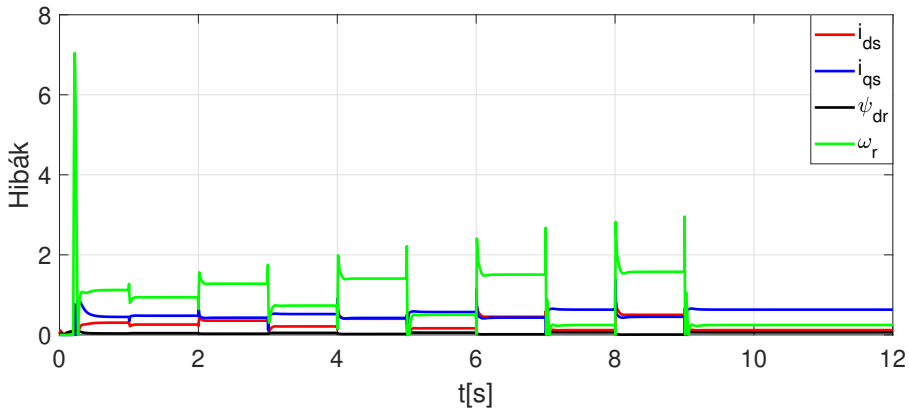
Ahogyan arra számítottam is, eddig $T_L = 2$Nm és állandó $\omega_r = 200; 400$rad/s esetén a túllövések rendre 28,5rad/s és 31rad/s voltak, míg $\omega_r = 0$-nál 42,37rad/s. Ellentétes irányú terhelés esetén -34rad/s, -37,6rad/s és -44,1rad/s-ot kaptam eredményül. A hibák korrigálása mindenhárom esetben nagyságrendileg 200ms-ot vett igénybe.

Végezetül megvizsgálva a különböző referenciákkal végrehajtott szimulációs eredményeknél a megfigyelő hibák abszolútértékét, jellegre hasonló eredményeket kaptam. Következő ábran az $\omega_r = 0$rad/s eredménye látható, mérési zajt nem alkalmazva, hogy könnyebben áttekinthető legyen.

Látható, hogy fluxus esetén nem keletkezik hiba, ezáltal ennek korrigálását sem tudja elvégezni a szabályozó, míg az áramoknál az előző eredményeknél is tapasztalt növelt áramok láthatók, kompenzálandó a paraméterváltozásokat. Fordulatszám esetén érdekesség, hogy eltérő hibát okoz a különböző előjelű terhelés alkalmazása, negatív terhelés esetén nagyobb fordulatszám hiba keletkezik. Ezek alapján elmondható, hogy a megfigyelő implementálásával ténylegesen sikerült csökkenteni a szabályozás hibáját, illetve növelni a rendszer robusztusságát.



4.38. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, mérési zajjal és paraméter módosítással, $\omega_{r,ref} = 0$rad/s esetén.



4.39. ábra. Fordulatszám-szabályozás robusztussági vizsgálata terhelőnyomatékkal, mérési zajjal és paraméter módosítással, $\omega_{r,ref} = 0$rad/s esetén.

4.5. A tudományos eredmények összefoglalása

3. tézis

Bebizonyítottam, hogy az integrátort is tartalmazó, LMI megoldásán alapuló tervezéssel kapott szabályozó és megfigyelő együttes alkalmazásával pontos és robusztus irányítás valósítható meg. A paraméterbizonytalansági tesztek során alkalmazott terhelésváltásokkal és mérési zajjal is terhelt rendszeren végzett vizsgálatokkal igazoltam az irányítás pontos és jó zavartűrő képességét mind fluxus-nyomaték, mind fluxus-fordulatszám-szabályozás esetén.

A 3. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [127, 128, 131]

5. fejezet

Az új tudományos eredmények összefoglalása

1. tézis

Megalkottam az aszinkron gép kvázi-lineáris paraméterváltozójú modelljét az állapotváltozós leírásban szereplő nemlinearitást okozó elemek alkalmas átrendezésével. Realizáltam az aszinkron gép négy paraméterrel leírható modelljét, ahol a rendszermodellt 16 egymástól független lineáris időinvariáns rendszer súlyozása definiálja. Különböző típusú súlyfüggvényekkel vizsgálva a paramétertartományok méretét és felbontását megállapítottam, hogy a TP-modell transzformáció alapú modellhez tervezett LMI-típusú szabályozó stabil működést tesz lehetővé.

Az 1. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [126, 129, 130].

2. tézis

Megalkottam azt a TP-modell transzformáció alapú, integrátorral kibővített szabályozási kört, amivel az aszinkron gép irányítása pontosan és robusztus módon megvalósítható. Az integráló szabályozást az állapotvektor kibővítésével valósítottam meg. LMI-típusú szabályozótervezést alkalmazva meghatároztam a visszacsatolás körerősítésmátrixát. Szimulációkkal igazoltam a hajtásrendszer működésének alkalmazhatóságát és helyességét.

A 2. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [126, 128, 131]

3. tézis

Bebizonyítottam, hogy az integrátort is tartalmazó, LMI megoldásán alapuló tervezéssel kapott szabályozó és megfigyelő együttes alkalmazásával pontos és robusztus irányítás valósítható meg. A paraméterbizonytalansági tesztek során alkalmazott terhelésváltásokkal és mérési zajjal is terhelt rendszeren végzett vizsgálatokkal igazoltam az irányítás pontos és jó zavartűrő képességét mind fluxus-nyomaték, mind fluxus-fordulatszám-szabályozás esetén.

A 3. tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [127, 128, 131]

6. fejezet

Konklúzió és jövőbeli tervek

Munkám során az aszinkron gépek TP elvű modellezésével és irányításával foglalkoztam. A TP-modell elkészítése során törekedtem a lineáris paraméterek számának minimalizálására, ami nem biztosított megfelelően stabil rendszert, ezért négy lineáris, időfüggő paraméter bevezetésével kezeltem a nemlinearitásból adódó nehézségeket. A TP modellezésen alapuló szabályozásoknál alig alkalmazott, de szükséges integrátor implementálásával már biztosítottá vált a pontos és gyors szabályozás. Az integrátor bevezetésének további előnye a szabályozás robusztusságának növelése is. Szimulációs környezetben megvizsgáltam az irányítás tranziens és állandósult állapotbeli viselkedését különböző zavarok esetén. Megvizsgáltam miként hat a terhelőnyomaték különböző értékű és irányú alkalmazása a különböző nyomaték és fordulatszám referenciatípusok esetén. A visszacsatolt változókat mért értéknek tekintve, mérési zajt alkalmaztam az áram és fordulatszám jelek esetén. Valós környezetet emulálva a névleges motorparamétereket szélsőséges értékekig történő elhangolásával paraméterbizonytalansági vizsgálatokat hajtottam végre az előző zavarok együttes használatával.

A szimulációs eredmények alapján elmondható, hogy a megtervezett irányítás minden általam tesztelt zavaró tényező együttes használata esetén is stabil maradt. Nem tudtam olyan valóságtartalommal bíró zavaró tényezőket beállítani, ahol átléptem volna a stabilitás határhelyzetét. Minden esetben pontos fordulatszámértéket kaptam végeredményül.

Az első és legfontosabb célkitűzés a szabályozás valós környezetben történő tesztelése és validálása. Ennek feltétele egy általános felhasználásra gyártott teljesítményelektronikai eszköz, aminek bemenete a DC feszültség, kimenete pedig a három fázisú áram. Sajnos a rendelkezésre álló eszközök egyelőre ezt nem teszik lehetővé, minden esetben csak a beépített PI-áramszabályozók hangolását lehet módosítani.

Modellezés oldalról terveim között szerepel az ellenállások rézvezetőként történő modellezése, amivel a szabályozó hőmérsékletfüggése figyelembe vehető. A hőmérsékletek állapotváltozóként történő definiálásával lehetőség nyílik a változó megfigyelésére is, amivel még robusztusabb szabályozás fejleszthető. A terhelőnyomaték, illetve rotor fluxus po-

zíciójának állapotváltozóként történő definiálásával célom a mechanikus érzékelő nélküli hajtási megoldások tesztelése, illetve összehasonlítása a már meglévő megoldásokkal.

A nemlinearitások kezelésére jól működő módszert dolgoztam ki aszinkron gép esetén. Ebből a megfontoslásból érdekesnek gondolom megvizsgálni a vasveszteség modellezését és figyelembevételét szabályozótervezés során, hogy a valóságos működést jobban leíró modellel tudjam növelni az irányítás robusztusságát.

A modern irányítások kutatása és fejlesztése akkor tekinthető kurrens témának, ha hajtások fejlesztése kiterjed az ipari szereplők újragondolt motortípusaira is. Az Új Nemzeti Kiválóság Program (ÚNKP) keretein belül már vizsgáltam az állandó mágneses szinkron motorok (PMSM - permanent magnetik synchronous motor) TP modellezését, amit ki szeretnék terjeszteni egy általános platformmá, ahol további motortípusok robusztus irányítására lenne lehetőség. Ilyen modellezendő típus például a szinkron reluktancia motor (SynRM - synchronous reluctance motor), vagy az állandó mágnessel megtámogatott szinkron reluktancia motor (PMSRM - állandó mágneses szinkron reluktancia motor), ahol a fordulatszám függvényében szabályozom a rotorfluxus szöghelyzetét az állórészfluxushoz képest, hogy a reluktancia-hatást szeretném-e kihasználni, vagy az állandó mágnes előnyeit.

Irodalomjegyzék

[1] Shahbaz Amin, Sahib Khan, and Syed Sabir Hussain Bukhari. A comprehensive review on axial flux machines and its applications. In *2019 2nd International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (iCoMET)*, pages 1–7. IEEE, 2019.

[2] W. C. Duesterhoeft, Max W. Schulz, and Edith Clarke. Determination of instantaneous currents and voltages by means of alpha, beta, and zero components. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 70(2):1248–1255, 1951.

[3] R. H. Park. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 48(3):716–727, 1929.

[4] Klaus Trangbæk. *Linear parameter varying control of induction motors.* Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitet, 2001.

[5] Henrik Rasmussen. Self-tuning torque control of induction motors for high performance applications. 1995.

[6] E. Levi. Impact of iron loss on behavior of vector controlled induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 31(6):1287–1296, 1995.

[7] E. Levi and M. Wang. Impact of iron loss on speed estimation in sensorless vector controlled induction machines. In *Proceedings of the 23rd International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation (IECON)*, pages 977–982, New Orleans, Nov. 1997.

[8] K. Horváth. Observability conditions for speed sensorless induction motor models with neglected or included iron loss representation. In *Proceedings of 2021 International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE)*, pages 97–101, Dubrovnik, Sept. 2021.

[9] Lenze SE. *L-force catalogue*, 2016. V08-en_GB-06/2016, `http://www.lenze.com/fileadmin/lenze/documents/en/catalogue/CAT_MT_MC_13513046_en_GB.pdf`, downloaded at 25.10.2018.

[10] Andrzej M Trzynadlowski. *Control of induction motors*. Elsevier, 2000.

[11] Krirsztián Horváth. Nemlineáris állapotbecslési módszerek aszinkron gép szögsebesség-érzékelő nélküli mezőorientált szabályozásához. 2022.

[12] K. Horváth and M. Kuslits. Dynamic performance of estimator-based speed sensorless control of induction machines using extended and unscented Kalman filters. *Power Electronics and Drives*, 3(1):129–144, 2018.

[13] Gy. Retter. *Az egységes villamosgépelmélet*. Műszaki Kiadó, Budapest, 1980.

[14] Gy. Retter. *Matrix and Space-phasor Theory of Electrical Machines*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1987.

[15] A. M. Trzynadlowski. *The Field Orientation Principle in Control of Induction Motors*. Springer US, Boston, 1994.

[16] K. Horváth and M. Kuslits. Parameter sensitivity analysis method for speed sensorless induction machine drives based on unscented Kalman filter. In *Proceedings of 2018 IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, pages 744–749, Budapest, Aug. 2018.

[17] Murat Barut, Seta Bogosyan, and Metin Gokasan. Speed-sensorless estimation for induction motors using extended kalman filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(1):272–280, 2007.

[18] Saeed Jafarzadeh, Cristian Lascu, and M. Sami Fadali. State estimation of induction motor drives using the unscented kalman filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11):4207–4216, 2012.

[19] Saeed Jafarzadeh, Cristian Lascu, and M. Sami Fadali. Square root unscented kalman filters for state estimation of induction motor drives. In *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pages 75–82, 2011.

[20] D. Fodor and R. Tóth. Speed sensorless linear parameter variant H_∞ control of the induction motor. In *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 4435–4440, Nassau, Dec. 2004.

[21] Murat Barut, Seta Bogosyan, and Metin Gokasan. Experimental evaluation of braided ekf for sensorless control of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(2):620–632, 2008.

[22] Recep Yildiz, Murat Barut, and Emrah Zerdali. Speed-sensorless induction motor drive with unscented kalman filter including the estimations of load torque and rotor resistance. In *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 2946–2950, 2016.

[23] TM Dauphinee and H Preston-Thomas. A copper resistance temperature scale. *Review of scientific instruments*, 25(9):884–886, 1954.

[24] D. Khamari, I. Benlaloui, S. Ouchen, A. Makouf, S. Drid, L. Chrifi Alaoui, and M. Ouriagli. Lpv induction motor control with mras speed estimation. In *2019 8th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, pages 460–464, 2019.

[25] Fethi Farhani, Chiheb Ben Regaya, Abderrahmen Zaafouri, and Abdelkader Chaari. A quasi linear parameter varying approach to robust control of an induction machine. In *10th International Multi-Conferences on Systems, Signals & Devices 2013 (SSD13)*, pages 1–5, 2013.

[26] Dalila Khamari, Abdesslem Makouf, and Said Drid. Control of induction motor using polytopic lpv models. In *2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA)*, pages 1–5, 2011.

[27] P. Baranyi. Tp model transformation as a way to lmi-based controller design. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(2):387–400, 2004.

[28] Péter Baranyi. The generalized tp model transformation for t–s fuzzy model manipulation and generalized stability verification. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 22(4):934–948, 2014.

[29] P. Varkonyi, D. Tikk, P. Korondi, and P. Baranyi. A new algorithm for rno-ino type tensor product model representation. In *2005 IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems, 2005. INES '05.*, pages 263–266, 2005.

[30] Péter Baranyi. Extracting lpv and qlpv structures from state-space functions: A tp model transformation based framework. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 28(3):499–509, 2020.

[31] Péter Baranyi, Yeung Yam, and Péter Várlaki. *Tensor product model transformation in polytopic model-based control.* CRC press, 2018.

[32] Peter Baranyi. Extension of the multi-tp model transformation to functions with different numbers of variables. *Complexity*, 2018:1–9, 03 2018.

[33] Péter Baranyi et al. *TP-model Transformation-based-control Design Frameworks*. Springer, 2016.

[34] Karl Worthmann, Mohamed W Mehrez, George KI Mann, Raymond G Gosine, and Jürgen Pannek. Interaction of open and closed loop control in mpc. *Automatica*, 82:243–250, 2017.

[35] Fengxiang Wang, Zhenbin Zhang, Xuezhu Mei, José Rodríguez, and Ralph Kennel. Advanced control strategies of induction machine: Field oriented control, direct torque control and model predictive control. *Energies*, 11(1):120, 2018.

[36] Soufien Gdaim, Abdellatif Mtibaa, and Mohamed Faouzi Mimouni. Design and experimental implementation of dtc of an induction machine based on fuzzy logic control on fpga. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 23(3):644–655, 2015.

[37] K. Horváth and M. Kuslits. Model-based development of induction motor control algorithms with modular architecture. In *Proceedings of 2016 IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, pages 133–138, Varna, Sept. 2016.

[38] K. P. Kovács. *Villamos gépek tranziens folyamatai*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970.

[39] Alberto Bemporad. Model predictive control design: New trends and tools. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6678–6683, 2006.

[40] J.B. Rawlings. Tutorial overview of model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(3):38–52, 2000.

[41] Simone Borreggine, Vito Giuseppe Monopoli, Gianluca Rizzello, David Naso, Francesco Cupertino, and Rinaldo Consoletti. A review on model predictive control and its applications in power electronics. In *2019 AEIT International Conference of Electrical and Electronic Technologies for Automotive (AEIT AUTOMOTIVE)*, pages 1–6, 2019.

[42] Eduardo F Camacho, Carlos Bordons, Eduardo F Camacho, and Carlos Bordons. *Model predictive controllers*. Springer, 2007.

[43] Katalin M Hangos, József Bokor, and Gábor Szederkényi. *Analysis and control of nonlinear process systems*, volume 13. Springer, 2004.

[44] László Keviczky, Ruth Bars, Jenő Hetthéssy, and Csilla Bányász. *Control engineering*. Springer, 2019.

[45] László Keviczky, Ruth Bars, Jenő Hetthéssy, and Csilla Bányász. *Stability of Linear Control Systems*, pages 197–239. Springer Singapore, Singapore, 2019.

[46] Karl Johan Astrom and Richard M. Murray. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press, USA, 2008.

[47] J. Holtz. Sensorless control of induction machines – With or without signal injection? *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53(1):7–30, 2006.

[48] A. Abbondanti and M. B. Brennen. Variable speed induction motor drives use electronic slip calculator based on motor voltages and currents. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-11(5):483–488, 1975.

[49] K. Hasse. Drehzahlgelverfahren für schnelle Umkehrantriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron-Kurzchlussläufermotoren. *Regelungstechnik*, 20:60–66, 1972.

[50] M. Korzonek, G. Tarchala, and T. Orlowska-Kowalska. A review on MRAS-type speed estimators for reliable and efficient induction motor drives. *ISA Transactions*, 93:1 – 13, 2019.

[51] Béla Lantos. Irányítási rendszerek elmélete és tervezése ii.- korszerü szabályozási rendszerek, 2016.

[52] S. Tamai, H. Sugimoto, and M. Yano. Speed sensor-less vector control of induction motor with model reference adaptive dystem. In *Proceedings of 1987 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 189–195, Atlanta, Oct. 1987.

[53] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg. A modified direct torque control (DTC) for induction motor sensorless drive. In *Proceedings of 1998 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 415–422, St. Louis, Oct. 1998.

[54] H. Kubota, K. Matsuse, and T. Nakano. DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 29(2):344–348, 1993.

[55] H. Kubota and K. Matsuse. Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30(5):1219–1224, 1994.

[56] H. Kubota, K. Matsuse, and T. Nakano. DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. In *Proceedings of the 1991 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 380–384, Dearborn, Sept.-Oct. 1991.

[57] T. Du and M. A. Brdys. Shaft speed, load torque and rotor flux estimation of induction motor drive using an extended Luenberger observer. In *Proceedings of 1993 Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives*, pages 179–184, Oxford, Sept. 1993.

[58] T. Du, P. Vas, and F. Stronach. Design and application of extended observers for joint state and parameter estimation in high-performance AC drives. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, 142(2):71–78, 1995.

[59] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung. Variable structure control: A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1):2–22, 1993.

[60] P. Korondi, D. Young, and H. Hashimoto. Discrete-time sliding mode based feedback compensation for motion control. In *Proceedings of the IEEE International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, pages 127–131, Tokyo, Dec. 1996.

[61] P. Korondi, D. Young, and H. Hashimoto. Sliding mode based disturbance compensation for motion control. In *Proceedings of the 23rd International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation (IECON)*, pages 73–78, New Orleans, Nov. 1997.

[62] P. Korondi, H. Hashimoto, and V. Utkin. Direct torsion control of flexible shaft in an observer-based discrete-time sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(2):291–296, 1998.

[63] P. Korondi. *Csúszómód-szabályozás a teljesítményelektronikában és mechatronikában.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 2017.

[64] S. Doki, S. Sangwongwanich, and S. Okuma. Implementation of speed-sensor-less field-oriented vector control using adaptive sliding observers. In *Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation*, pages 453–458, San Diego, Nov. 1992.

[65] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg. Direct torque control of sensorless induction motor drives: A sliding-mode approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 40(2):582–590, 2004.

[66] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg. A class of speed-sensorless sliding-mode observers for high-performance induction motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9):3394–3403, 2009.

[67] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg. Comparative study of adaptive and inherently sensorless observers for variable-speed induction-motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53(1):57–65, 2006.

[68] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1):35–45, 1960.

[69] F. Hillenbrand. A method for determining the speed and rotor flux of the asynchronous machine by measuring the terminal quantities only. *IFAC Proceedings Volumes*, 16(16):55–62, 1983.

[70] Y. R. Kim, S. K. Sul, and M. H. Park. Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30(5):1225–1233, 1994.

[71] S. J. Julier, J. K. Uhlmann, and H. F. Durrant-Whyte. A new approach for filtering nonlinear systems. In *Proceedings of 1995 American Control Conference - ACC'95*, pages 1628–1632, Seattle, June 1995.

[72] I. Arasaratnam and S. Haykin. Cubature Kalman filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(6):1254–1269, 2009.

[73] K. Horváth and D. Fodor. Low speed operation of sensorless estimators for induction machines using extended, unscented and cubature Kalman filter techniques. In *Proceedings of 2019 International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE)*, pages 279–285, The High Tatras, Sept. 2019.

[74] L. Ben-Brahim and R. Kurosawa. Identification of induction motor speed using neural networks. In *Proceedings of the Power Conversion Conference*, pages 689–694, Yokohama, Apr. 1993.

[75] B. Karanayil, M. F. Rahman, and C. Grantham. Online stator and rotor resistance estimation scheme using artificial neural networks for vector controlled speed sensorless induction motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(1):167–176, 2007.

[76] S. Kumar, J. Prakash, and P. Kanagasabapathy. A critical evaluation and experimental verification of extended Kalman filter, unscented Kalman filter and neural

state filter for state estimation of three phase induction motor. *Applied Soft Computing*, 11(3):3199 – 3208, 2011.

[77] S. M. Nawazish Ali, M. J. Hossain, Dong Wang, Kaiyuan Lu, Peter Omand Rasmussen, Vivek Sharma, and Muhammad Kashif. Robust sensorless control against thermally degraded speed performance in an im drive based electric vehicle. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 35(2):896–907, 2020.

[78] Jeff S. Shamma. *An Overview of LPV Systems*, pages 3–26. Springer US, Boston, MA, 2012.

[79] Peter Baranyi, Peter Varlaki, Laszlo Szeidl, and Yeung Yam. Definition of the hosvd based canonical form of polytopic dynamic models. In *2006 IEEE International Conference on Mechatronics*, pages 660–665, 2006.

[80] László Szeidl and Peter Varlaki. Hosvd based canonical form for polytopic models of dynamic systems. *JACIII*, 13:52–60, 01 2009.

[81] Laszlo Szeidl, Peter Baranyi, Zoltan Petres, and Peter Varlaki. Numerical reconstruction of the hosvd based canonical form of polytopic dynamic models. In *2007 International Symposium on Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, pages 111–116, 2007.

[82] IN Bronstejn, et al., et al. *Matematikai kézikönyv*. Typotex Kiadó, 2000.

[83] Rózsa Pál and Stubnya Gusztávné. *Lineáris algebra és alkalmazásai*. Tankönyvkiadó, 1991.

[84] Péter Korondi. Tensor product model transformation-based sliding surface design. *Acta Polytechnica Hungarica*, 3(4):23–35, 2006.

[85] S Ilea, J Matusko, and Fetah Kolonic. Tensor product transformation based speed control of permanent magnet synchronous motor drives. In *17th international conference on electrical drives and power electronics, EDPE 2011 (5th Joint Slovak-Croatian Conference)*, pages 323–328. Citeseer, 2011.

[86] Elena–Lorena Hedrea, Radu–Emil Precup, Raul–Cristian Roman, Emil M. Petriu, Claudia–Adina Bojan–Dragos, and Ciprian Hedrea. Tensor product-based model transformation technique applied to servo systems modeling. In *2021 IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pages 01–06, 2021.

[87] Hong Li, Fang Ren, Jianing Shang, Bo Zhang, Jinhu Lü, and Hongsheng Qi. A novel large-signal stability analysis approach based on semi-tensor product of matrices with lyapunov stability theorem for dc-dc converters. In *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 1–5, 2016.

[88] Moez Allouche, Chaabane Mohamed, Mansour Souissi, Driss Mehdi, and Fernando Tadeo. State feedback tracking control for indirect field- oriented induction motor using fuzzy approach. *International Journal of Automation and Computing*, 10, 04 2013.

[89] Habib Ben Zina, Moez Allouche, Mohamed Chaabane, and Mansour Souissi. Tracking control for induction motor using takagi-sugenou approach. In *14th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering - STA'2013*, pages 25–30, 2013.

[90] Moez Allouche, Mansour Souissi, Chaabane Mohamed, and Driss Mehdi. Takagi-sugeno fuzzy control of induction motor. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 68, 01 2009.

[91] Habib Zina, Moez Allouche, Mansour Souissi, Chaabane Mohamed, Larbi Chrifi-Alaoui, and Maha Bouattour. A takagi-sugeno fuzzy control of induction motor drive: Experimental results. *International Journal of Automation and Control*, 12:44, 01 2018.

[92] Gunabalan Ramachandiran and Subbiah Veeranan. Speed sensorless vector control of induction motor drive with pi and fuzzy controller. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, 5:315–325, 02 2015.

[93] M. Y Hammoudi, M. E. H Benbouzid, N. Rizoug, and A. Allag. New state observer based on takagi-sugeno fuzzy controller of induction motor. In *2015 4th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, pages 145–150, 2015.

[94] Shengye Cai and Guoliang Zhao. Tensor product model transformation-based controller for induction motor using sum of square method. In *2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, pages 2473–2477. IEEE, 2022.

[95] Alexandra Szollosi and Peter Baranyi. Influence of the tensor product model representation of qlpv models on the feasibility of linear matrix inequality based stability analysis. *Asian Journal of control*, 20(1):531–547, 2018.

[96] Alexandra Szollosi and Peter Baranyi. Improved control performance of the 3-dof aeroelastic wing section: A tp model based 2d parametric control performance optimization. *Asian Journal of Control*, 19(2):450–466, 2017.

[97] Alexandra Szollosi and Peter Baranyi. Influence of the tensor product model representation of qlpv models on the feasibility of linear matrix inequality. *Asian Journal of Control*, 18(4):1328–1342, 2016.

[98] Alexandra Szöllősi and Péter Baranyi. Influence of complexity relaxation and convex hull manipulation on lmi based control design. In *2014 IEEE 9th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI)*, pages 145–151, 2014.

[99] Peter Baranyi. Output feedback control of two-dimensional aeroelastic system. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 29(3):762–767, 2006.

[100] Yeung Yam, Péter Baranyi, and Chi-Tin Yang. Reduction of fuzzy rule base via singular value decomposition. *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 7(2):120–132, 1999.

[101] Szabolcs Nagy, Zoltán Petres, and Peter Baranyi. Tp tool-a matlab toolbox for tp model transformation. *8th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics, CINTI 2007*, 01 2007.

[102] Kazuo Tanaka, Hiroto Yoshida, Hiroshi Ohtake, and Hua O Wang. A sum-of-squares approach to modeling and control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, 17(4):911–922, 2008.

[103] Stephen Prajna, Antonis Papachristodoulou, and Fen Wu. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A lyapunov-based approach. In *2004 5th Asian control conference (IEEE Cat. No. 04EX904)*, volume 1, pages 157–165. IEEE, 2004.

[104] Gwo-Ruey Yum and Wei-Yi Wang. Sos-based fuzzy control of a wheeled mobile robot with decay rate. In *2013 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 4700–4705. IEEE, 2013.

[105] Gwo-Ruey Yu and Kuan-Hsien Ho. Constraints on control input and output of polynomial fuzzy systems via a sum of squares approach. In *2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 1–6. IEEE, 2012.

[106] Guoliang Zhao, Hongxing Li, and Zhankui Song. Tensor product model transformation based decoupled terminal sliding mode control. *International Journal of Systems Science*, 47(8):1791–1803, 2016.

[107] Yi Xiong and Mehrdad Saif. Sliding mode observer for nonlinear uncertain systems. *IEEE transactions on automatic control*, 46(12):2012–2017, 2001.

[108] Peter Korondi. Sector sliding mode design based on tensor product model transformation. In *2007 11th International Conference on Intelligent Engineering Systems*, pages 253–258. IEEE, 2007.

[109] Jiaxin Yuan, Na Qi, Zhan Qiu, and Fuxin Wang. Adaptive rbf observer-sliding mode controller design for a two dimensional aeroelastic system with unsteady aerodynamics. *Aerospace Science and Technology*, 80:482–495, 2018.

[110] Guoliang Zhao, Sharina Huang, Yajiang Zhang, Taifa Zhang, and Yaping Zhang. Tensor product model transformation based fractional decoupled sliding-mode control for cart-pole system with time-varying sliding surfaces and dahl friction model. In *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pages 3582–3589. IEEE, 2017.

[111] Lieven Vandenberghe and Stephen Boyd. Semidefinite programming. *SIAM review*, 38(1):49–95, 1996.

[112] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkataramanan Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994.

[113] Hua O Wang and Kazuo Tanaka. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.

[114] K. Tanaka, T. Kosaki, and H.O. Wang. Backing control problem of a mobile robot with multiple trailers: fuzzy modeling and lmi-based design. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 28(3):329–337, 1998.

[115] H.O. Wang and K. Tanaka. An lmi-based stable fuzzy control of nonlinear systems and its application to control of chaos. In *Proceedings of IEEE 5th International Fuzzy Systems*, volume 2, pages 1433–1438 vol.2, 1996.

[116] H. Mukaidani, S. Sakaguchi, Y. Tanaka, and T. Tsuji. Lmi-based neurocontroller for guaranteed cost control of uncertain servo system. In *2006 American Control Conference*, pages 6 pp.–, 2006.

[117] Y. Ishii, H. Mukaidani, Y. Tanaka, Nan Bu, and T. Tsuji. Lmi based neurocontroller for output-feedback guaranteed cost control of discrete-time uncertain system. In *The 2004 47th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2004. MWSCAS '04.*, volume 3, pages iii–141, 2004.

[118] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. An lmi approach to fuzzy controller designs based on relaxed stability conditions. In *Proceedings of 6th International Fuzzy Systems Conference*, volume 1, pages 171–176 vol.1, 1997.

[119] B. Lantos. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 2001.

[120] Béla Lantos. Irányítási rendszerek elmélete és tervezése iii.-robusztus szabályozási rendszerek, 2017.

[121] Yang Zheng, Giovanni Fantuzzi, and Antonis Papachristodoulou. Sparse sum-of-squares (sos) optimization: A bridge between dsos/sdsos and sos optimization for sparse polynomials. In *2019 American Control Conference (ACC)*, pages 5513–5518. IEEE, 2019.

[122] Alberto Isidori. *Nonlinear control systems: an introduction.* Springer, 1985.

[123] Ju H Park, OM Kwon, and Sang-Moon Lee. Lmi optimization approach on stability for delayed neural networks of neutral-type. *Applied Mathematics and Computation*, 196(1):236–244, 2008.

[124] Yongchang Zhang, Zhengming Zhao, Ting Lu, Liqiang Yuan, Wei Xu, and Jianguo Zhu. A comparative study of luenberger observer, sliding mode observer and extended kalman filter for sensorless vector control of induction motor drives. In *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pages 2466–2473, 2009.

[125] Kamran Zeb, Waqar Uddin, Muhammad Khan, Ayesha Khan, Umair Younas, Tiago Busarello, and Hee Kim. Dynamic simulations of adaptive design approaches to control the speed of an induction machine considering parameter uncertainties and external perturbations. *Energies*, 11:2339, 09 2018.

Saját publikációk listája

Tézispontokat érintő közlemények

[126] Németh, Z, Kuczmann, M. Tensor product transformation-based modeling of an induction machine. *Asian J. Control.* 2021; 23: 1280–1289. https://doi.org/10.1002/asjc.2468

[127] Németh, Z., Kuczmann, M. Linear-Matrix-Inequality-Based Controller and Observer Design for Induction Machine. *Electronics*, 2022, 11, 3894. https://doi.org/10.3390/electronics11233894

[128] Németh, Z., Kuczmann, M. Tensor Product Transformation Based Robust Control of Induction Machine, *2020 2nd IEEE International Conference on Gridding and Polytope Based Modelling and Control (GPMC)*, Győr, Hungary, 2020, pp. 39-44, doi: 10.1109/GPMC50267.2020.9333812.

[129] Németh, Z., Kuczmann, M. Tensor Product Transformation based Modelling of Induction Machine, *2019 1st IEEE International Conference on Gridding and Polytope Based Modeling and Control (GPMC)*, Budapest, Hungary, 2019, pp. 31-32, doi: 10.1109/GPMC48183.2019.9106955.

[130] Németh, Z., Kuczmann, M. (2020). State space modeling theory of induction machines. *Pollack Periodica*, 15(1), 124-135. https://doi.org/10.1556/606.2020.15.1.12

[131] Németh, Z., Kuczmann, M. Aszinkron gépek tenzorszorzat elvű robusztus szabályozása, *XI. Mechwart András Ifjúsági Találkozó : Absztrakt- és kiadványkötet*, pp. 62-73, 2021.

Függelék

F.1. LMI típusú szabályozók levezetése

A (3.10) alapján a rendszer $R = 2^4 = 16$ darab LTI rendszerre bontható különböző $w_r(\mathbf{p}) \in [0, 1]$ súlyfüggvényekkel a következő alakban megadva:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{\mathrm{r}=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) \left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{\mathrm{r}}\mathbf{v}\right) \\ \mathbf{y} &= \sum_{\mathrm{r}=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})\mathbf{C}_{\mathrm{r}}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{F.1.1}$$

ahol a jelölésrendszer egyszerűsítése miatt $\mathbf{x}^*$ helyett $\mathbf{x}$-et fogok használni, ami már a 6 elemű állapotvektor, valamint

$$\sum_{\mathrm{r}=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) = 1. \tag{F.1.2}$$

A beavatkozó jel megadható a visszacsatoló mátrix segítségével

$$\mathbf{v} = -\sum_{\mathrm{r}=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\mathbf{x}. \tag{F.1.3}$$

Behelyettesítve (F.1.3) összefüggést (F.1.1) megkapom

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p}) \left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{x} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}} \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\mathbf{x}\right), \\ \mathbf{y} &= \sum_{r=1}^{R} w_{\mathrm{r}}(\mathbf{p})\mathbf{C}_{\mathrm{r}}\mathbf{x}. \end{aligned} \tag{F.1.4}$$

A következő lépést szemléletesebbé téve, felbontva az (F.1.4) összefüggésben szereplő szummát

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} =& w_1 \left(\mathbf{A}_1\mathbf{x} - \mathbf{B}_1 \left[w_1\mathbf{F}_1 + w_2\mathbf{F}_2 + ... + w_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\right]\mathbf{x}\right) + \\ & w_2 \left(\mathbf{A}_2\mathbf{x} - \mathbf{B}_2 \left[w_1\mathbf{F}_1 + w_2\mathbf{F}_2 + ... + w_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\right]\mathbf{x}\right) + \\ & ...+ \\ & w_r \left(\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\mathbf{x} - \mathbf{B}_{\mathrm{r}} \left[w_1\mathbf{F}_1 + w_2\mathbf{F}_2 + ... + w_{\mathrm{r}}\mathbf{F}_{\mathrm{r}}\right]\mathbf{x}\right). \end{aligned} \tag{F.1.5}$$

Felhasználva (F.1.2) összefüggést (F.1.5)-be

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} =& w_1\left(w_1+w_2+...+w_\mathrm{r}\right)\left(\mathbf{A}_1\mathbf{x}-\mathbf{B}_1\left[w_1\mathbf{F}_1+w_2\mathbf{F}_2+...+w_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}\right)+\\ & w_2\left(w_1+w_2+...+w_\mathrm{r}\right)\left(\mathbf{A}_2\mathbf{x}-\mathbf{B}_2\left[w_1\mathbf{F}_1+w_2\mathbf{F}_2+...+w_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}\right)+\\ & ...+\\ & w_\mathrm{r}\left(w_1+w_2+...+w_\mathrm{r}\right)\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}\mathbf{x}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\left[w_1\mathbf{F}_1+w_2\mathbf{F}_2+...+w_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}\right).\end{aligned} \tag{F.1.6}$$

Felbontva a zárójelet $w_1...w_r$-rel történő szorzással

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} =& \left(w_1^2+w_1w_2+...+w_1w_\mathrm{r}\right)\mathbf{A}_1\mathbf{x}-\mathbf{B}_1\left[w_1^2\mathbf{F}_1+w_1w_2\mathbf{F}_2+...+w_1w_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}+\\ & \left(w_1w_2+w_2^2+...+w_2w_\mathrm{r}\right)\mathbf{A}_2\mathbf{x}-\mathbf{B}_2\left[w_1w_2\mathbf{F}_1+w_2^2\mathbf{F}_2+...+w_2w_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}+\\ & ...+\\ & \left(w_1w_\mathrm{r}+w_2w_\mathrm{r}+...+w_\mathrm{r}^2\right)\mathbf{A}_r\mathbf{x}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\left[w_1w_\mathrm{r}\mathbf{F}_1+w_2w_\mathrm{r}\mathbf{F}_2+...+w_\mathrm{r}^2\mathbf{F}_\mathrm{r}\right]\mathbf{x}.\end{aligned} \tag{F.1.7}$$

Ahogyan az látható, w_r^2 megjelenik a főátlóban, amivel kompaktabb formában megadható:

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[\sum_{r=1}^{R} w_\mathrm{r}^2(\mathbf{p})\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)+2\sum_{r=1}^{R}\sum_{s=r+1}^{R} w_\mathrm{r}(\mathbf{p})w_\mathrm{s}(\mathbf{p})\frac{\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}\right)+\left(\mathbf{A}_\mathrm{s}-\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)}{2}\right]\mathbf{x}. \tag{F.1.8}$$

Bevezetve $\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}} = \mathbf{A}_\mathrm{r} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}$ változót, megkaptam az LTI rendszer végső alakját, ahol $\mathbf{A}_\mathrm{CL}$ a zárt rendszert jelöli

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[\sum_{r=1}^{R} w_\mathrm{r}^2(\mathbf{p})\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}+2\sum_{r=1}^{R}\sum_{s=r+1}^{R} w_\mathrm{r}(\mathbf{p})w_\mathrm{s}(\mathbf{p})\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right]\mathbf{x} = \mathbf{A}_\mathrm{CL}\mathbf{x}. \tag{F.1.9}$$

LMI típusú szabályozó tervezésének egyik módja a Ljapunov stabilitáselméletének alkalmazása a (F.1.9) zárt rendszerre $\mathbf{A}_\mathrm{CL}^T\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}_\mathrm{CL} < 0$ szerint.

$$\begin{gathered}\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{G}_{\mathrm{r,r}} < 0\\ \left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}+\mathbf{P}\left(\frac{\mathbf{G}_{\mathrm{r,s}}+\mathbf{G}_{\mathrm{s,r}}}{2}\right) \leq 0,\end{gathered} \tag{F.1.10}$$

$$\begin{gathered}\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}+\mathbf{P}\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right) < 0\\ \left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}+\mathbf{A}_\mathrm{s}-\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}+\mathbf{P}\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}+\mathbf{A}_\mathrm{s}-\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right) \leq 0.\end{gathered} \tag{F.1.11}$$

Elvégezve $/\mathbf{P}_1^{-1}()\mathbf{P}_1^{-1}$ szorzást, illetve bevezetve $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{X}$ változót, megkapjuk

$$\begin{gathered}\mathbf{X}\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)^{\mathrm{T}}+\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)\mathbf{X} < 0\\ \mathbf{X}\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}+\mathbf{A}_\mathrm{s}-\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)^{\mathrm{T}}+\left(\mathbf{A}_\mathrm{r}-\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{F}_\mathrm{s}+\mathbf{A}_\mathrm{s}-\mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{F}_\mathrm{r}\right)\mathbf{X} \leq 0.\end{gathered} \tag{F.1.12}$$

Felbontva a zárójeleket és bevezetve $\mathbf{F}_\mathrm{r}\mathbf{X} = \mathbf{M}_\mathrm{r}$ megkapjuk az LMI-k végleges alakját

$$\begin{gathered}\mathbf{X}\mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{A}_\mathrm{r}\mathbf{X} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{M}_\mathrm{r} - \mathbf{M}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T} < 0, \\ \mathbf{X}\mathbf{A}_\mathrm{r}^\mathrm{T} + \mathbf{A}_\mathrm{r}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_\mathrm{s}^\mathrm{T} + \mathbf{A}_\mathrm{s}\mathbf{X} - \mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{M}_\mathrm{s} - \mathbf{M}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{r}^\mathrm{T} - \mathbf{B}_\mathrm{s}\mathbf{M}_\mathrm{r} - \mathbf{M}_\mathrm{r}^\mathrm{T}\mathbf{B}_\mathrm{s}^\mathrm{T} \leq 0,\end{gathered} \tag{F.1.13}$$

ahol a visszacsatoló mátrixot a következő összefüggéssel kapjuk meg

$$\mathbf{F}_\mathrm{r} = \mathbf{M}_\mathrm{r}\mathbf{X}^{-1}. \tag{F.1.14}$$

α alkalmazása esetén az (F.1.13) kibővítendő $2\alpha\mathbf{X}$ és $4\alpha\mathbf{X}$ tagokkal.

F.2. LMI megfigyelők implementálása MATLAB környezetben

LMI struktúra megfigyelővel

```
I = size(S);
sizes = I(1:end-2);
R = prod(sizes);

S = reshape(S, [R I(end-1) I(end)]);

m = I(end) - n;
p = I(end-1) - n;
A = S(:, 1:n, 1:n);
B = S(:, 1:n, n+1:n+m);
C = S(:, n+1:n+p, 1:n);
D = S(:, n+1:n+p, n+1:n+m);

X1 = sdpvar(n, n, 'symmetric');
X2 = sdpvar(n, n, 'symmetric');
M = cell(1, R);
N = cell(1, R);
for r = 1:R
  M{r} = sdpvar(m, n, 'full');
  N{r} = sdpvar(n, m, 'full');
end

% X > 0
lmi.F = [X1 > 0];
lmi.K = [X2 > 0];

lmi.sizes = sizes;
lmi.n = n;
lmi.m = m;
lmi.p = p;
lmi.A = A;
lmi.B = B;
```

```
lmi.C = C;
lmi.D = D;

lmi.X1 = X1;
lmi.X2 = X2;
lmi.M = M;
lmi.N = N;
```

LMI aszimptotikus stabilitás megfigyelővel

```
function lmi = lmi_asym_decay_obs(lmi, alpha)
%LMI asym decay including observer

R = size(lmi.A, 1);
A = lmi.A;
B = lmi.B;
C = lmi.C;
X1 = lmi.X1;
X2 = lmi.X2;
M = lmi.M;
N = lmi.N;
n = lmi.n;
m = lmi.m;

% X*Ar' + Ar*X - Br*Mr - Mr'*Br' + 2*alpha*X < 0
for r = 1:R
  Ar = reshape(A(r,:,:), [n n]);
  Br = reshape(B(r,:,:), [n m]);
    Cr = reshape(C(r,:,:), [m n]);
  lmi.F = lmi.F + [X1*Ar' + Ar*X1 - Br*M{r} - M{r}'*Br' + 2*alpha*X1 <
   0];
    lmi.K = lmi.K + [Ar'*X2 + X2*Ar - N{r}*Cr - Cr'*N{r}' + 2*alpha*X2 <
    0];
end

for r = 1:R
  for s = r+1:R
    Ar = reshape(A(r,:,:), [n n]);
    As = reshape(A(s,:,:), [n n]);
    Br = reshape(B(r,:,:), [n m]);
    Bs = reshape(B(s,:,:), [n m]);
        Cr = reshape(C(r,:,:), [m n]);
        Cs = reshape(C(s,:,:), [m n]);
    lmi.F = lmi.F + [X1*Ar' + Ar*X1 + X1*As' + As*X1 - Br*M{s} - M{s}'*
   Br' - Bs*M{r} - M{r}'*Bs' + 4*alpha*X1 <= 0];
```

```
    lmi.K = lmi.K + [Ar'*X2 + X2*Ar + As'*X2 + X2*As - N{r}*Cs - N{s}*Cr
    - Cs'*N{r}' - Cr'*N{s}' + 4*alpha*X2 <= 0];
  end
end
```

LMI input constraint megfigyelővel

```
function lmi = lmi_input(lmi, umax, phi)
%LMI input constraint including observer

% reference:
% K. Tanaka, H. O. Wang
% Fuzzy Control Systems Design and Analysis, (2002)
% page 66,69 (theorem 11,13)

% TODO: known x(0), output constraint

R = size(lmi.A, 1);
X1 = lmi.X1;
X2 = lmi.X2;
M = lmi.M;
N = lmi.N;

% constraints on the control value

% phi^2 I < X
lmi.F = lmi.F + [phi^2 * eye(lmi.n) < X1];
lmi.K = lmi.K + [phi^2 * eye(lmi.n) < X2];


% [X, Mr'; Mr, mu^2 I] > 0
for r = 1:R
  lmi.F = lmi.F + [X1 M{r}'; M{r} umax^2*eye(lmi.m) > 0];
  lmi.K = lmi.K + [X2 N{r}; N{r}' umax^2*eye(lmi.m) > 0];
    %     lmi.F = lmi.F + [X M{r}'; M{r} umax^2*eye(lmi.m)]>0;
end
```