



Wéber Andrea

Nemlineáris rendszerek tenzorszorzat alapú
megoldhatósági analízise és irányítása

Doktori tézisek

Témavezető:

Prof. Dr. Kuczmann Miklós

az MTA Doktora

egyetemi tanár

Teljesítményelektronika és Villamos Hajtások Tanszék

Széchenyi István Egyetem

Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése Multidiszciplináris

Műszaki Tudományi Doktori Iskola

2023

1. A motiváció és célkitűzések

Az irányításelmélethez kapcsolódóan napjaink népszerű kutatási témái közé tartoznak a tenzorszorzat elvű (tensor product-TP) modelltranszformációk, a magasabb rendű szinguláris értékek szerinti felbontás (higher order singular value decomposition-HOSVD) módszere, illetve a lineáris mátrix egyenlőtlenség (linear matrix inequality-LMI) alapú szabályozások tervezése a párhuzamos elosztott kompenzáció (parallel distributed compensation-PDC) keretrendszerében.

A TP-modelltranszformációt, a konvex burok manipulációját, a qLPV (quasi-linear parameter varying)-modellezést, a csúcsrendszerek (vertex system) helyzetének manipulációját, illetve a csúcsrendszerek számát számos kutatás és publikáció tartalmazza, több szakterület is alkalmazza a módszereket. A transzformáció kiterjesztése, a paramétertér és a transzformációs tér vizsgálata azonban kevés hangsúlyt kapott az elmúlt években. Éppen ezért a disszertáció ezekre a területekre terjed ki.

A motivációm a témában a nemlineáris rendszerek irányításával kapcsolatos problémák adták. Mesterképzésem alatt publikáltam az első cikkemet, amelyben egy negyedjáromű modell aktív felfüggesztéséhez terveztem szabályozót és állapotmegfigyelőt, amely során az irányításelmélet iránti elkötelezettség nőtt bennem. Ezután doktorandusz hallgatóként, a kutatási téma változott, azonban a terület az irányítástechnikához szorosan kapcsolódik: a disszertáció középpontjában a modern irányításelmélet területéhez kapcsolódó többváltozós, nemlineáris, parametrikus, állapotter alakban megfogalmazott, folytonos idejű rendszerek nemlineáris irányításának tervezése áll. A kutatás témája a tenzorszorzat modelltranszformáció vizsgálata többféle szempontból, valamint annak alkalmazása, megoldhatóságának vizsgálata, amelyet két, az irodalomból jól ismert rendszerrel illusztrálva mutatok be. A disszertációban bemutatott eredményeket matematikai, numerikus és irányításelméleti módszerekkel szemléltetem.

Kutatási munkám során a tenzorszorzat modelltranszformáció alapú irányítástechnikában használt LMI szabályozó- és állapotmegfigyelő tervezési módszereinek megoldhatóságát vizsgálom a PDC keretrendszerben. A disszertáció egy komplex átfogó kutatást mutat be módszerelemzési és megvalósítási szempontból, amely során a TP-modelltranszformáció további kiterjesztését javaslom, és vizsgálom a paramétertér és a transzformációs tér változtatásának hatását a kiadódó LMI-k megoldhatóságára.

A dolgozatban két problémán keresztül mutatom be a javasolt kiterjesztett metódust: az egyik az akadémiai TORA (translational oscillations with an eccentric rotational proof-mass actuator) rendszer, a másik pedig egy valós mérnöki problémán alapul, ami a kétszabadságfokú repülőgépszárny modell (nonlinear aeroelastic test apparatus-NATA). A nemlineáris dinamikus rendszerek matematikai modellezéséhez a qLPV formában megadható álla-

pottér felírást használok. A rendszerek numerikus modellezéséhez pedig a TP-modelltranszformáció, a HOSVD és az LMI módszereit alkalmazom, továbbá a numerikusan generált LTI rendszereket. A dolgozatban bemutatott módszer széleskörben alkalmazható az irányításméletben felmerülő problémák megoldására.

A kutatásom során, a javasolt módszer végrehajtásához kitűzött céljaim a következők:

- Alternatív bemenetek létrehozása a TP-modellekhez, amelyek során csökken a modellben a nemlineáris függvények száma, és kevésbé komplex modellek keletkeznek, amely hatással van a stabilitásra, illetve a paraméterter változtatására.
- A TP-modellek nemlinearitása számának a csökkentése azáltal, hogy új paraméter kerül bevezetésre. A vizsgálathoz a két nemlineáris dinamikus rendszer eredeti qLPV állapotter alakja paraméterterének változtatása a kulcs tényező. Ennek során bemutatom, hogy a nemlineáris függvények számának csökkentése miatt a modell komplexitása is csökken.
- A különböző TP-modellek transzformációs terének változtatása és az LMI-k megoldhatóságának vizsgálata a szabályozó és az állapotmegfigyelő együttes használatával. Céloom, hogy megvizsgáljam, ez milyen hatással van a TP-modellekre. A kutatásom során szemléltetem, hogy a transzformációs tér megoldhatósági régiói annál nagyobbak, minél inkább csökken a modellek nemlinearitása és komplexitása.
- A legjobban teljesítő szabályozó esetén azon TP-modell kiválasztása, amelyen a bemenetek számának változtatását, a nemlineáris tulajdonság csökkentését és az LMI-k megoldhatósági vizsgálatát elvégzem.
- További vizsgálatok: állapotmegfigyelő tervezése, zavarelnyomás tervezése, csillapodási sebesség meghatározása, bemeneti és kimeneti korlátozások tervezése az LMI stabilitási feltételek alkalmazásával.

A tervezési módszerek lépései a következők:

1. A paraméterter változtatása, a nemlineáris függvények számának csökkentése, ezzel újabb TP-modellek létrehozása. A jobban teljesítő TP-modell kiválasztása.
2. A TP-modellek transzformációs terének változtatása, vizsgálata az LMI-alapú szabályozó megoldhatóságának szempontjából.
3. További vizsgálatok elvégzése a TP-modelleken, állapotmegfigyelő, zavarelnyomás tervezése, csillapodási sebesség maximalizálása, bemeneti korlátozás figyelembe vétele. A jobban teljesítő TP-modell kiválasztása.

2. A kutatás során alkalmazott módszerek és elért eredmények

A kutatás megvalósításához az alábbi matematikai és numerikus módszereket alkalmazom. Első lépés a nemlineáris rendszerek állapotegyenleteinek felírása, illetve az állapottér reprezentáció meghatározása (qLPV modell). Ezután a qLPV modellek implementálására kerül sor, így tehát numerikus úton folytatom a számításokat, vizsgálatokat, és a szimulációk elkészítését.

TP-modelltranszformáció, TP struktúra

A cél a TP-modelltranszformáció alkalmazása a qLPV modellre. A TP-modell-transzformáció képes adott qLPV modelleket olyan politopikus formába alakítani, amelyre az LMI módszere alkalmazható. Az LMI alkalmazása a TP-modelltranszformációval stabil szabályozót eredményez, azonban ugyanannak a TP-modellnek a különböző politopikus formái befolyásolják az LMI-alapú szabályozók teljesítményét (LMI megoldhatóság).

Jelen kutatásban a nemlinearitás csökkentése a nemlinearitások átalakításával valósul meg: a rendszer rendjének csökkentésével és a lehető legtöbb nemlinearitás kiküszöbölésével. Ezáltal a TP-modellből alternatív TP-modelleket lehet létrehozni, amelyek előnye, hogy az alternatív modelleknek más számú bemenete lehet, illetve a TP-modell bemenetei például az eredeti bemenetek függvényeként adhatók meg. A dimenziók rangja csökkenthető, ha nemlineáris bemenetet határozunk meg a TP-modellekre, ez pedig csökkenti az antecedensek számát és új konvex burkot definiál a csúcsrendszerek számára.

Mivel az LMI tervezési módszerek érzékenyek a változtatásokra, további dimenziók keletkezhetnek az optimalizálás során.

Példaképp mutatom be a TORA rendszer alábbi öt TP-modell változatát, a nemlinearitás fokozatos csökkentése mellett:

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^2 w_i(x_3) w_j(x_4) (\mathbf{A}_{i,j} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j} u), \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i(x_3) w_j(x_4) w_k \left(\frac{1}{f(x_3)} \right) (\mathbf{A}_{i,j,k} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k} u), \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^3 w_i(\sin(x_3)) w_j(x_4) w_k(\cos(x_3)) (\mathbf{A}_{i,j,k} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k} u), \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i(x_4)(\sin(x_3))w_j\left(\frac{1}{f(x_3)}\right)w_k(\varepsilon\cos(x_3))(\mathbf{A}_{i,j,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k}u), \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i\left(\frac{x_4\sin(x_3)}{f(x_3)}\right)w_j\left(\frac{1}{f(x_3)}\right)w_k(\varepsilon\cos(x_3))(\mathbf{A}_{i,j,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k}u). \quad (5)$$

A repülőgépszárny modell öt lehetséges TP-modell változata a nemlinearitás fokozatos csökkentése mellett az alábbi:

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 w_i(U)w_j(x_2)(\mathbf{A}_{i,j}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j}u), \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 w_i(U)w_j(k_\alpha(x_2))(\mathbf{A}_{i,j}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j}u), \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i(U)w_j(U^2)w_k(x_2)(\mathbf{A}_{i,j,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k}u), \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i(U)w_j(U^2)w_k(k_\alpha(x_2))(\mathbf{A}_{i,j,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k}u), \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 w_i(U)w_j(2.82(1 - 22.1x_2))w_k(2.82(1315.5x_2^2 + 8580x_2^3 + 17289.7x_2^4))(\mathbf{A}_{i,j,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{i,j,k}u). \quad (10)$$

HOSVD módszer

A qLPV állapotter modell analitikus átalakítása TP-modell formába meglehetősen hosszú és bonyolult folyamat, feltéve ha megvalósítható. Ezért a HOSVD módszeren alapuló számítási eljárás alkalmazását javasolták, amellyel numerikusan lehet átalakítani a qLPV-modelleket TP-alapú modellé.

PDC keretrendszer

Az LMI optimalizálás és a PDC keretrendszer együttes alkalmazása a konvex optimalizálást teszi lehetővé. A PDC tervezési struktúrákat az LTI visszacsatoló \mathbf{F} erősítés határozza meg minden LTI vertex rendszerre. Az $\mathbf{u}(t)$ szabályozójel meghatározása a következő:

$$\mathbf{u}(t) = - \left(\mathcal{F} \boxtimes_{n \in N} \mathbf{w}_n(\mathbf{p}_n(t)) \right) \mathbf{x}(t) = -\mathbf{F}(x)\mathbf{x}(t), \quad (11)$$

ahol \mathcal{F} tenzorban tárolt LTI vertex visszacsatoló erősítések jelölése $\mathbf{F}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ és mindegyik erősítés megfelel \mathcal{S} tenzor $\mathbf{S}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ LTI csúcssystemáinak.

LMI módszer és megoldhatósági vizsgálat

Az LMI a konvex optimalizálási problémák megoldására hatékony numerikus matematikai módszer. Az LMI szerkezete lehetővé teszi mátrixok alkalmazását egyenlőtlenségek formájában. Az LMI-k számos előnye közé tartozik például a globális optimális megoldás megtalálása konvex problémák esetén több és különféle korlátozást és célt lehet egymással kombinálni, illetve hatékony és megbízható numerikus technika. Számos rendszer és szabályozás esetében felmerülő problémák átdolgozhatók LMI problémákká, azonban a változók gyakran mátrixok.

Az LMI módszerének az alapja a Lyapunov-egyenlőtlenség alkalmazása:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} \prec 0, \quad (12)$$

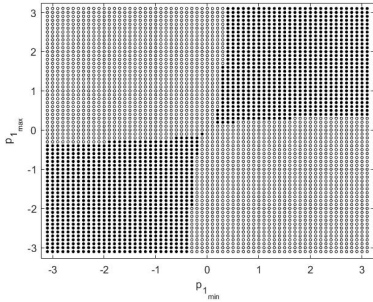
ahol $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ a változó. Amennyiben létezik pozitív definit \mathbf{P} mátrix, úgy a stabilitás garantálható.

A megoldhatósági vizsgálat azt mutatja meg, hogy létezik-e megoldás az LMI-re, avagy sem. A vizsgálat a transzformációs tér változtatására terjed ki. Tekintsük például a következő LMI megoldhatósági problémát: $\mathbf{L}(x) \prec \mathbf{R}(x)$, ahol $\mathbf{R}(x)$ a megoldhatósági rádiusz. A megoldáshoz t minimalizálása szükséges a következő feltétel mellett: $\mathbf{L}(x) \prec \mathbf{R}(x) + t\mathbf{I}$.

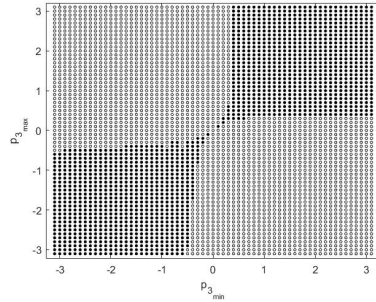
Dolgozatomban a megoldhatósági vizsgálat az Ω transzformációs térre bizonyos változók esetében (például szöghelyzet) csak a $[-180^\circ, 180^\circ]$ intervallumon történt meg. A vizsgálat kizárólag egy dimenzióban a transzformációs tér változtatására terjed ki, tehát nem változtattam egyszerre több dimenzióban a transzformációs teret.

A következőkben az x -tengely mutatja p_{min} , y -tengely pedig p_{max} paramétereket, ahol p_{min} a p paraméter minimum, p_{max} pedig a maximum értékét jelöli. Az illusztrációkon bemutatom, hogy az LMI megoldható-e az adott tartományban a különböző dimenziókban. A vastagon fekete pontokkal jelölték a megoldható régiók, az üres karikákkal jelölték pedig a nem-megoldható régiók.

A nemlineáris tulajdonság jelentős csökkentése miatt az LMI megoldhatósági régiói egyre nagyobb területet fednek le (1. ábra).



Első eset, $p_1(t)$ paraméterre



Második eset, $p_3(t)$ paraméterre

1. ábra. A TORA TP-modell 5, megoldhatósági régiók

Általánosan megfogalmazható, hogy a nemlinearitás fokozatos csökkentésével egyre nagyobb területet fed le az LMI megoldhatósági régió, amely az Ω transzformációs tér változtatásával és kiterjesztésével bizonyítható, továbbá a két egymástól független rendszer vizsgálata ezt alátámasztja.

Állapotszabályozó tervezése

Az alkalmazandó szabályozó struktúra a következő:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

ahol \mathbf{x} az állapot vektor, \mathbf{u} a bemeneti vektor, \mathbf{y} a kimeneti vektor, \mathbf{p} a paraméter vektor, \mathbf{S} a rendszermátrix. A visszacsatolás meghatározása a következőképpen történik:

$$\mathbf{u}(t) = - \left(\mathcal{F} \boxtimes_{n \in N} \mathbf{w}_n(\mathbf{p}_n(t)) \right) \mathbf{x}(t), \quad (14)$$

ahol az \mathcal{F} tenzorban tárolt LTI vertex visszacsatoló erősítések jelölése $\mathbf{F}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$. Mindegyik erősítés megfelel az \mathcal{S} tenzor $\mathbf{S}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ LTI csúcs-rendszereinek. A politopikus modell a szabályozóval aszimptotikusan stabil, ha létezik olyan pozitív definit $\mathbf{X} \succ 0$, és \mathbf{M}_i , amely kielégíti az alábbi feltételeket:

$$-\mathbf{X}\mathbf{A}_i^T - \mathbf{A}_i\mathbf{X} + \mathbf{M}_i^T\mathbf{B}_i^T + \mathbf{B}_i\mathbf{M}_i \succ 0, \quad (15)$$

minden i -re, továbbá

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{X}\mathbf{A}_i^T - \mathbf{A}_i\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{A}_j^T - \mathbf{A}_j\mathbf{X} + \mathbf{M}_j^T\mathbf{B}_i^T + \mathbf{B}_i\mathbf{M}_j \\
 & + \mathbf{M}_i^T\mathbf{B}_j^T + \mathbf{B}_j\mathbf{M}_i \succeq 0,
 \end{aligned} \tag{16}$$

minden $i < j \leq I$ -re kivéve (i, j) párokat amely esetében

$\forall \mathbf{p}(t) : w_i(\mathbf{p}(t))w_j(\mathbf{p}(t)) = 0$, ahol $i = 1, \dots, I, j = i + 1, \dots, I$ és I az LTI rendszerek teljes száma és ahol a visszacsatoló erősítés \mathbf{X} és \mathbf{M}_i megoldásaiból: $\mathbf{F}_i = \mathbf{M}_i\mathbf{X}^{-1}$.

Állapotmegfigyelő tervezése

Ha a $\mathbf{p}(t)$ paramétervektor nem tartalmaz elemeket a becsült $\hat{\mathbf{x}}(t)$ állapotvektorból, akkor a következő szabályozó és megfigyelő struktúra alkalmazható:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{u}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{p}(t)) \\ 0 \end{pmatrix} (\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)), \tag{17}$$

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{F}(\mathbf{p}(t))\hat{\mathbf{x}}(t), \tag{18}$$

ahol $\hat{\mathbf{y}}(t)$ a becsült kimeneti vektor, és ahol a megfigyelőnek ki kell elégítenie az alábbi feltételt: $\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) \rightarrow 0$, ha $t \rightarrow \infty$ (2. ábra). A TP-modell szerkezet a következő:

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}(t)) = \mathcal{S} \boxtimes_{n=1}^N \mathbf{w}_n(\mathbf{p}_n(t)), \tag{19}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}(t)) = \mathcal{F} \boxtimes_{n=1}^N \mathbf{w}_n(\mathbf{p}_n(t)), \tag{20}$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{p}(t)) = \mathcal{K} \boxtimes_{n=1}^N \mathbf{w}_n(\mathbf{p}_n(t)), \tag{21}$$

ahol $\mathbf{S}(\mathbf{p}(t))$ a rendszermátrix, $\mathbf{F}(\mathbf{p}(t))$ a szabályozó és $\mathbf{K}(\mathbf{p}(t))$ a megfigyelő. A szabályozó és a megfigyelő rendszer összetevői a rendszermátrix TP-modelljéből különböző LMI-alapú tervezési technikák segítségével generálhatók a rendszermátrix TP-modelljéből.

Az LMI-alapú tervezési módszer célja, hogy megtaláljuk az $\mathbf{F}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ szabályozó erősítéseket és a $\mathbf{K}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ megfigyelő erősítéseket, amelyek az \mathcal{F} és a \mathcal{K} tenzorban vannak tárolva. A kimeneti állapotvisszacsatoló szabályozási struktúra globálisan aszimptotikusan stabil, ha létezik olyan $\mathbf{P}_1 \succ 0, \mathbf{P}_2 \succ 0$ és $\mathbf{M}_{1,i}, \mathbf{N}_{2,i}$ ($i = 1, \dots, I$), amelyek kielégítik az alábbi feltételeket:

$$\mathbf{P}_1\mathbf{A}_i^T - \mathbf{M}_i^T\mathbf{B}_i^T + \mathbf{A}_i\mathbf{P}_1 - \mathbf{B}_i\mathbf{M}_i \prec 0, \tag{22}$$

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_2 - \mathbf{C}_i^T \mathbf{N}_i^T + \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_i - \mathbf{N}_i \mathbf{C}_i \prec 0, \quad (23)$$

minden i -re, továbbá

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_i^T - \mathbf{M}_j^T \mathbf{B}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{P}_1 - \mathbf{B}_i \mathbf{M}_j + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_j^T \\ - \mathbf{M}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{A}_j \mathbf{P}_1 - \mathbf{B}_j \mathbf{M}_i \prec 0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_2 - \mathbf{C}_j^T \mathbf{N}_i^T + \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_i - \mathbf{N}_i \mathbf{C}_j + \mathbf{A}_j^T \mathbf{P}_2 \\ - \mathbf{C}_i^T \mathbf{N}_j^T + \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_j - \mathbf{N}_j \mathbf{C}_i \prec 0, \end{aligned} \quad (25)$$

$i < j \leq I$ -re, kivéve (i, j) párokat amely esetében $\forall \mathbf{p}(t) : w_i(\mathbf{p}(t))w_j(\mathbf{p}(t)) = 0$, ahol $i = 1, \dots, I$, $j = i + 1, \dots, I$, ahol I az LTI rendszerek teljes száma, $\mathbf{M}_{1,i} = \mathbf{F}_i \mathbf{P}_1$ és $\mathbf{N}_{2,i} = \mathbf{P}_2 \mathbf{K}_i$. A visszacsatoló erősítés és a megfigyelő erősítés meghatározható az LMI megoldásából: $\mathbf{F}_i = \mathbf{M}_{1,i} \mathbf{P}_1^{-1}$ és $\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_2^{-1} \mathbf{N}_{2,i}$. A MATLAB algoritmusok a következők:

```

lmi = lmistruct(Sc, n);
lmi = lmi asymdecay(lmi, alpha);
lmi = lmi inputobs(lmi, umax, mu);
[F, K] = lmi solve(lmi);

for r = 1:R
    for s = r+1:R
        Ar = reshape(A(r, :, :), [n n]);
        As = reshape(A(s, :, :), [n n]);
        Br = reshape(B(r, :, :), [n m]);
        Bs = reshape(B(s, :, :), [n m]);
        Cr = reshape(C(r, :, :), [p n]);
        Cs = reshape(C(s, :, :), [p n]);
        lmi.F = lmi.F + [X*Ar' + Ar*X - Br*Mr - Mr'*Br' + 2*alpha*X
        < 0];
        lmi.K = lmi.K + [Ar'*P2 - Cr'*Nr' + P2*Ar - Nr*Cr +
        2*alpha*P2 < 0];
        lmi.F = lmi.F + [X*Ar' + Ar*X + X*As' + As*X - Br*Ms -
        Ms'*Br' - Bs*Mr - Mr'*Bs' + 4*alpha*X < 0];
        lmi.K = lmi.K + [Ar'*P2 - Cs'*Nr' + P2*Ar - Nr*Cs + As'*P2 -
        Cr'*Ns' + P2*As - Ns*Cr + 4*alpha*P2 < 0];
    end
end

```

Zavarelynyomás tervezése a H_∞ szabályozóra épülve

A zavar olyan nem kívánt jel, amely a visszacsatolt szabályozórendszerben előfordulhat. A dolgozatban csak a bemeneten keletkező zavarok hatását vizsgálom, amely során a rendszer stabilitását az LMI módszerével valósítom meg az állapotvisszacsatoláson keresztül. A célom pedig a zavar csillapításának elérése.

A zavarelynyomási teljesítmény a szabályozó robusztusságának elemzésére szolgáló mérőszám. Az \mathbf{F}_i visszacsatoló erősítés stabilizálja a TP-modellt és minimalizálja γ -t. Tekintsük a következő TP-modellt:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^I w_i(\mathbf{p}(t)) \{ \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) + \mathbf{E}_i \mathbf{v}(t) \}, \quad (26)$$

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^I w_i(\mathbf{p}(t)) \{ \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) \}, \quad (27)$$

ahol $\mathbf{v}(t)$ a zavar. A zavar elnyomása megvalósítható γ minimalizálásával:

$$\sup_{\|\mathbf{v}(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}(t)\|_2}{\|\mathbf{v}(t)\|_2} \leq \gamma. \quad (28)$$

a cél tehát γ^2 minimalizálása a következő feltételek mellett:

$$\mathbf{X}, \mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_I$$

$$\mathbf{X} \succ 0, \quad (29)$$

$$\left[\begin{array}{ccc} \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{2} \{ \mathbf{X} \mathbf{A}_i^T - \mathbf{M}_j^T \mathbf{B}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{X} - \mathbf{B}_i \mathbf{M}_j \\ + \mathbf{X} \mathbf{A}_j^T - \mathbf{M}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{A}_j \mathbf{X} - \mathbf{B}_j \mathbf{M}_i \} \\ -\frac{1}{2} (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_j)^T \end{array} \right) & -\frac{1}{2} (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_j) \frac{1}{2} \mathbf{X} (\mathbf{C}_i + \mathbf{C}_j)^T & \\ & \gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} (\mathbf{C}_i + \mathbf{C}_j) \mathbf{X} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{array} \right] \succeq \mathbf{0}, \quad (30)$$

ahol $\mathbf{M}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{X}$. A MATLAB algoritmusok a következők:

```
lmi = lmistruct(Sc, n);
gammamin = lmiasymdecaymin(lmi);
lmi = lmiasym(lmi, gammamin);
F = lmi solve(lmi);

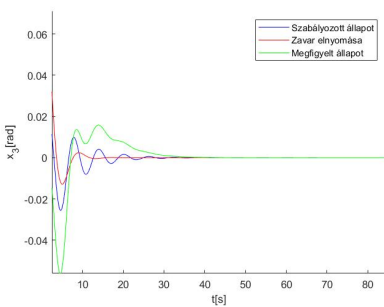
for r = 1:R
    for s = r+1:R
        Ar = reshape(A(r, :, :), [n n]);
        As = reshape(A(s, :, :), [n n]);
        Br = reshape(B(r, :, :), [n m]);
```

```

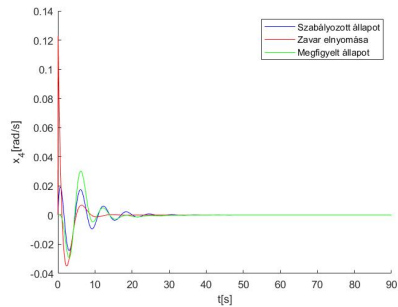
Bs = reshape(B(s, :, :), [n m]);
Cr = reshape(C(r, :, :), [p n]);
Cs = reshape(C(s, :, :), [p n]);
lmi.F = lmi.F + [ [(-1/2*(X*Ar'-Ms'*Br'+Ar*X-Br*Ms+X*As'-
Mr'*Bs'+As*X-Bs*Mr)) -1/2*(Er+Es) 1/2*X*(Cr+Cs)'; -1/2*(Er+Es)';
(gamma*gamma)*eye(lmi.m) zero1; 1/2*(Cr+Cs)*X zero2 eye(lmi.p)]
>=0];
end
end
ahol
zero1 = [0 0];
zero2 = [0;0];

```

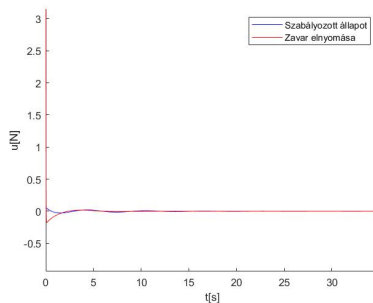
A szabályozó, az állapotmegfigyelő és a zavarelyomás tervezésének szimulációs eredményeit a 2. ábra szemlélteti a TORA TP modell 2 esetén.



$x_3(t)$ állapotváltozó



$x_4(t)$ állapotváltozó



$u(t)$ szabályozó jel

2. ábra. A TORA TP-modell 2, szimulációs eredmények

3. Az új tudományos eredmények összefoglalása

Ebben a fejezetben összefoglalom a dolgozatban ismertetett új tudományos eredményeimet, téziseimet.

Tézis 1

Kidolgoztam egy módszert, amelynek segítségével csökkenthető a TP- modell nemlineáris tulajdonsága, és a paraméterter változtatásával alternatív TP-modelleket lehet létrehozni. A modellek bemenetei az eredeti bemenetek függvényeként adhatók meg. Elvégeztem a nemlineáris tulajdonság csökkentését két nemlineáris dinamikus rendszer modelljén keresztül, és megvizsgáltam, hogy a különböző nemlinearitásokat a modelltől kiemelve, az milyen hatással van a tenzorszorzat alapú transzformációra. Ezáltal lehetőség nyílik a lineáris mátrix egyenlőtlenség alapú szabályozó teljesítménye szempontjából kevésbé komplex modellt kiválasztani.

A Tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [2, 3, 8].

Tézis 2

Kidolgoztam a lineáris mátrix egyenlőtlenség megoldhatósági vizsgálatának módszerét CNO típusú súlyfüggvény használatával és a transzformációs tér változtatásával alternatív TP-modellekhez. Ennek következtében a nemlineáris tulajdonság csökkentésével a lineáris mátrix egyenlőtlenség módszer megoldhatósági régiói egyre nagyobb területet fednek le azáltal, ahogy a rendszer nemlineáris tulajdonsága egyre inkább csökken. Bebizonyítottam, hogy azon tenzorszorzat alapú modellek esetében, ahol a súlyfüggvények száma megegyezik, azonban a konzekvens eltérő, a szabályozó alternatív megoldást adhat. A módszert két nemlineáris dinamikus rendszeren validáltam, amely alapján prezentáltam azokat az eseteket, amelyek során a lineáris mátrix egyenlőtlenség még megoldható és a szabályozó, illetve az állapotmegfigyelő tervezhető.

A Tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [4, 7, 8].

Tézis 3

Kidolgoztam és MATLAB környezetben implementáltam a különböző lineáris mátrix egyenlőtlenség feltételeket: a csillapodási sebesség maximalizálá-

sát és a bemenet korlátozását az állapotmegfigyelővel kiegészítve, valamint a zavar elnyomásának tervezését a H_∞ szabályozóval. Ennek következtében realizáltam a lineáris mátrix egyenlőtlenség alapú stabilitást megvalósító szabályozót és állapotmegfigyelőt két nemlineáris dinamikus rendszer tenzorszorzat alapú transzformációja kapcsán. Ezáltal minden tenzorszorzat alapú modell esetében elértem a globális aszimptotikus stabilitást.

A Tézishez kapcsolódó saját publikációk a következők: [1–4, 9].

4. Konklúzió

Az értekezésben a TP-modelltranszformációval foglalkoztam, amely kapcsolódik az irányítástechnika területéhez is, ugyanis szabályozót, állapotmegfigyelőt, valamint H_∞ alapú zavarelnyomást terveztem nemlineáris rendszerekhez LMI módszerekkel.

A nemlineáris rendszerek qLPV állapotter reprezentációjának segítségével, a HOSVD módszerével végrehajtottam a TP-modelltranszformációt. Ezután megváltoztattam a modellek paraméterterét, csökkentettem a nemlinearitások számát, ezáltal újabb TP-modelleket kaptam. Megvizsgáltam a súlyfüggvények alakulását a nemlinearitás csökkentésének függvényében, továbbá változtattam a transzformációs tér kiterjedési területén.

A vizsgálatok eredményei azt mutatják, hogy adott mechanikai rendszerhez célszerű több TP-modellt is létrehozni, adott esetben a nemlineáris tulajdonság csökkentésével, vagy a transzformációs tér kiterjesztésével logikus keretek között. Ezenkívül látható, hogy nem feltétlen a kevésbé nemlineáris modell szabályozója teljesít jobban (például TP-modell 5). Míg a TORA rendszer esetében a TP-modell 2 bizonyult a hatékonyabban teljesítő modellnek, addig a repülőgépszárny modell esetében a TP-modell 4, amellett, hogy a nemlineáris tulajdonság fokozatosan került csökkentésre mindegyik modell esetében. Természetesen a módszer addig működik, ameddig az LMI megoldható. Erre pedig a megoldhatósági vizsgálat szolgál.

A jövőbeni terveimet tekintve, szeretném egyéb nemlineáris szabályozótervezési eljárással összehasonlítani az LMI-alapú szabályozót a TP-modelltranszformáció módszerével. Továbbá tervezem az eddigi vizsgálatok mikrovezérlő segítségével való megvalósítását is. Egyébiránt érdekes lenne néhány további dinamikus rendszert vizsgálni, például az e-mobilitás előtérbe kerülésével a villamos gépek hajtását, vagy a teljesítményelektronikáját.

Irodalomjegyzék

- [1] A. Wéber, M. Kuczmann: TP Transformation Based Controller and Observer Design of the Inverted Pendulum, PRZEGLAD ELEKTRO-TECHNICZNY, pp. 34-39, R. 98 NR 10/2022.
- [2] A. Wéber, M. Kuczmann: Study of the TP Transformation via the Inverted Pendulum Example, ACTA TECHNICA JAURINENSIS 14:1, 23 p., 2021.
- [3] A. Wéber, M. Kuczmann: TP Transformation of the Inverted Pendulum, 2020 2nd IEEE International Conference on Gridding and Polytope Based Modelling and Control (GPMC), pp. 13-18. , 6 p, 2020.
- [4] A. Wéber, M. Kuczmann: TP Transformation Based Observer and Controller Design of 2DoF Aeroelastic Wing Section Model, 2022 IEEE 1st International Conference on Internet of Digital Reality (IoD), pp. 000017-000022, 2022.
- [5] A. Wéber: Nemlineáris rendszerek tenzorszorzat alapú megfigyelőjének tervezése, Új Nemzeti Kiválóság Program 2021/2022, Széchenyi István Egyetem, pp. 249-258, 2022.
- [6] A. Wéber, M. Kuczmann: State Feedback Controller Design of an Active Suspension System for Vehicles Using Pole Placement Technique, ACTA TECHNICA JAURINENSIS, 12:3, pp. 178-190, 2019.
- [7] A. Wéber, M. Kuczmann: LMI Feasibility Analysis of 2DoF NATA model, Pollack Periodica 2023.
- [8] A. Wéber, M. Kuczmann, P. Baranyi: Extending the Input and Transformation Space of Different TP Models: an LMI Based Feasibility Analysis, Acta Polytechnica Hungarica, 2023.
- [9] A. Wéber, M. Kuczmann: Extending the TPTool MATLAB toolbox with LMI based observer and disturbance rejection design, Results in Control and Optimization, 2023.